

数値解析法講座 13

応用編

計画手法 (II)

地形の数値化

村井俊治*

まえがき

地形は実に変化に富んだ起伏を有している。地形は千差万別の曲面の組合せでできている。わが国では、断層と人類が手を加えたところ以外には、直線や平面の地形は存在し得ない、といってもよいくらいである。アメリカ大陸のアイオワ州のように、飛行機でしばらく飛んでもまだ平原がつづくような地形をみると、われわれ日本人の住む国が、いかに平地に恵まれていないかを如実に知らされる。

地形と地盤とは強い相関がある。花崗岩質の地形、砂岩や頁岩系の地形とでは地形景観はまったく異なる。当然植生も異なる。水系も異なれば、そこに住む人々の土地利用の形態も異なる。われわれ土木技術者は、地形をみれば、その地質、植生、土地利用、水系さらには表土や土質さえも推測しうるだけの知識と経験をもっていたものである。

以上に述べたような地形の定性的な要因を他の土地要因と関連づけて研究していくことが、これからの土木工学では、きわめて大切なことであろう。なぜなら、われわれ土木技術者こそが、この環境優先主義時代において環境情報をシステム化して取扱わなければならないであろうし、そのためには、従来の地形学、地質学、植物学あるいは生態学、地理学などを総合化する必要が生じるからである。

一方、地形の定量的な要因、たとえば、標高、勾配、斜面方位、流域面積などを数値化してコンピューターに記憶させ、これらの数多くの情報を土木設計に有効に利用しようとする構想が生まれたのは、コンピューターが第三世代に入る前のころで、今から約十数年前であった。この構想はアメリカ合衆国のマサチューセッツ工科大学 (MIT) のミラー教授が道路設計に伴う設計計算に地形を数値化することの必要性和有効性を提案したもの

* 正会員 工博 東京大学助教授 生産技術研究所

であった。当時のコンピューターの能力では、この構想を十分に支持するまでに至らなかったが、コンピューターの発達と写真測量の進歩とあいまって地形データを数値化する研究が急速に発展した。

欧米諸国、たとえばフランス、スウェーデン、アメリカ合衆国などでは、おもに道路設計においてあらかじめ記憶しておいた地形データから、道路横断方向の地形データを補間することや、あるいは直接写真測量により横断地形データを数値的に取りだすことが実用化されている。しかし、道路設計においては対称地域が数本の帯状になるために、あらかじめ地形データを記憶しておくことの有効性に限界があるため、有効な手法についての研究が各国の研究者により現在すすめられている。これに対して、最近急速に伸びてきた宅地造成工事、あるいはゴルフ場造成工事のように、面的にひろがりをもった地域に対しては、地形データを数値化することがきわめて有効である。また、起伏に富む山岳地帯の流域の水文解析に地形モデルを数値化することにも有効であることがわかってきた。

わが国では、欧米にみられないような特有の問題において、地形の数値化に関する研究が発展することが可能であると考えられるし、その題材にも恵まれている。

以上に述べたような最近の背景を知ったうえで、次に地形を数値化する手法とその応用について、やさしく述べることにする。

1. デジタル Terrain モデル (DTM) とは

地形を数値化する場合には、まず最初に次に示す事項を考慮しなければならない。

(1) どのような地形情報を数値化したいのか。たとえば地形の標高を求めたいのか、等高線の形で欲しいのか、また斜面方法や勾配なども必要とするのか、などをきめる。

(2) どのくらいの所要精度が必要なのか。

(3) どんな地形情報源から、どのような方法で地形情報を抽出するのか。たとえば、地図、航空写真いずれかから地形情報を取りだすのか。どのくらいの密度と点の配置形態で取りだすのかを決める。

(4) どのような内挿公式を用いて地形を近似するのか。これは精度および点の配置形態と関係する。

(5) どのようなデータ構造で計算機内に記憶させるのか。

(6) どのような機械を用いて地形データを数値化して取りだすのか。

以上に述べた事項を考慮したうえで、地形を数値地形データ群および内挿公式からなる数値モデルとして表現

することになる。すなわち、あらかじめ与えておいた地形データと内挿公式を用いて、たとえば任意の平面位置 (x, y) に対応する標高 z を求めたり、勾配を求めたりすることのできるモデルを計算機内に作るのである。このような数値地形モデルをデジタル Terrain Model (Digital Terrain Model; DTM) と呼んでいる。

2. DTM の方式

まえに、DTM とは、単に地形データを数値化して記憶しておくだけではないことを述べた。DTM では、入力データとして与えてない点に対するいろいろな地形情報を内挿できることが必要である。DTM の方式は地形情報源の種類と抽出点の配置によって異なる。次にいろいろな DTM の方式を紹介しよう。

(1) グリッド方式

図-1 に示すように、正方形または長方形格子状に地形点を抽出する方式で、面的に広がりをもつ地域に対して有効である。いま正方形格子状に点を配置し、メッシュ

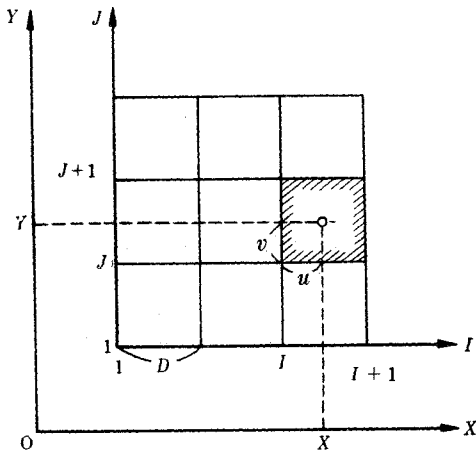


図-1(a) メッシュ座標系

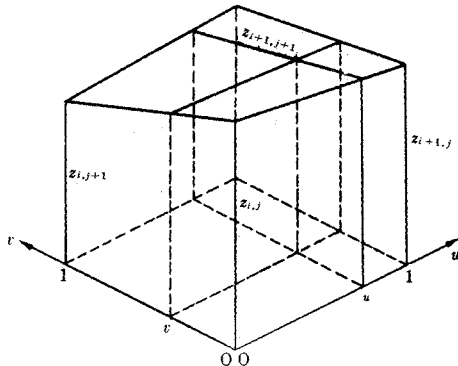


図-1(b) 一次内挿方式

間隔 D 、メッシュ座標系を (I, J) とすると、任意の点 $P(X, Y)$ は、図-1(a) からわかるように、メッシュ座標系では次のようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} I &= IFIX(X/D) \\ J &= IFIX(Y/D) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

したがって、点 P は (I, J) 、 $(I+1, J)$ 、 $(I, J+1)$ 、 $(I+1, J+1)$ の4点で囲まれるブロック内にあることが容易にわかる。

1つのブロックをどのような曲面で近似するかは必要とされる精度を考えて決める。この場合、メッシュの間隔と内挿公式との相互関係も考慮すべきで、たとえばメッシュの間隔が小さければ内挿公式は一次とか二次の簡単なものを使用すればよい。

a) 一次内挿方式

もっとも簡単な公式は一次内挿式で、次のようにあらわされる (図-1(b))。

$$Z = (1-u)(1-v)Z_{ij} + u(1-v)Z_{i+1,j} + (1-u)vZ_{i,j+1} + uvZ_{i+1,j+1} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 (u, v) はメッシュ単位の座標であり次のようにして求められる。

$$\left. \begin{aligned} u &= X/D - i \\ v &= Y/D - j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1$$

b) 多項式内挿方式

ほとんどの土木設計の問題では上記の一次内挿式で十分であるが、地形をもう少し厳密になめらかに連続する曲面で近似する必要がある場合には次に示すような三次多項式を利用するとよい。

$$Z(u, v) = \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 a_{ij} u^{i-1} v^{j-1}$$

$$= a_{11}u^3v^3 + a_{12}u^2v^3 + a_{13}uv^3 + a_{14}v^3$$

$$+ a_{21}u^3v^2 + a_{22}u^2v^2 + a_{23}uv^2 + a_{24}v^2$$

$$+ a_{31}u^3v + a_{32}u^2v + a_{33}uv + a_{34}v$$

$$+ a_{41}u^3 + a_{42}u^2 + a_{43}u + a_{44} \dots\dots\dots (4)$$

16の未知の係数 a_{ij} は、ブロックの四隅の点 $P_1(0, 0)$ 、 $P_2(1, 0)$ 、 $P_3(0, 1)$ 、 $P_4(1, 1)$ に対応する ① 地盤高 Z 、② X 方向勾配 $R = \frac{\partial Z}{\partial X}$ 、③ Y 方向勾配 $S = \frac{\partial Z}{\partial Y}$ 、

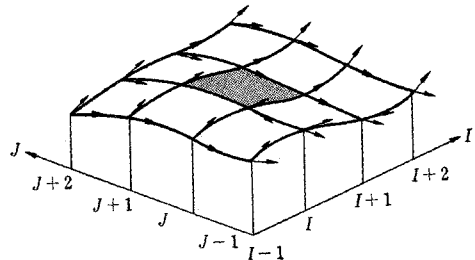


図-2 三次曲面のあてはめ

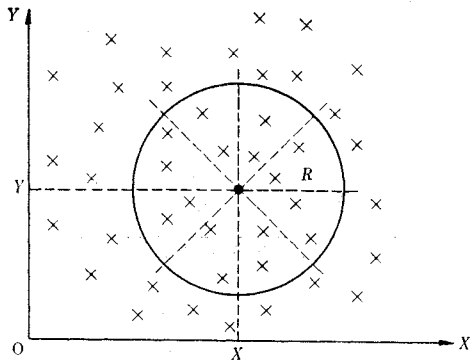


図-4 ランダムポイント方式における曲面のあてはめ図することが簡単であるという利点がある。

b) 多項式内挿方式

三角形の平面近似の精度上の欠点を補うために、高次多項式を用いることがある。普通二次または三次の多項式で十分であり、三次以上の多項式を用いても効果がないことがわかっている。

① 二次多項式の場合：

$$Z = A_1 X^2 + A_2 Y^2 + A_3 XY + A_4 X + A_5 Y + A_6 \dots (8)$$

② 三次多項式の場合：

$$Z = A_1 X^3 + A_2 X^2 Y + A_3 XY^2 + A_4 Y^3 + A_5 X^2 + A_6 XY + A_7 Y^2 + A_8 X + A_9 Y + A_{10} \dots (9)$$

上にあげた二次または三次の曲面は、内挿高を求めたい点から半径 R 以内の抽出地形点を多項式の係数の個数以上探索し、これらの地形点から最小自乗法によりあてはめられる(図-4 参照)。

最小自乗法を用いる場合、利用する抽出地形点までの距離 r_i に対応して次に示す重み p_i をつける。

$$p_i = 1 - \frac{r_i^2}{R^2} \dots (10)$$

ここで $r_i < R$

この方法の難点は、内挿したい点ごとに異なる曲面をあてはめなければならないことと、半径 R 以内の抽出地形点を要領よく探索するアルゴリズムをつくるのが面倒なことである。

(3) コンターライン方式

地形情報源に航空写真を用いれば、グリッド状にもランダム状にもいかなる地形点の配置にも対応できる。しかし、地形情報源に等高線地図を用いる場合には、図-5 に示すように等高線状に地形点を抽出することが、人手による作業量を少なくさせる。すなわち、等高線の標高は人間が入力する以外は、あとはディジタ

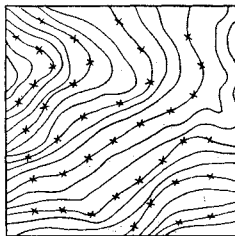


図-5 コンターライン方式

イザーで、等高線上の地形点の平面座標を自動記録するだけでよい。

この方式で地形点の高さを内挿する場合には次の2つが考えられる。

① ランダムポイント方式を用いて内挿する。

② 多数個の等高地形点を結ぶ、なめらかな等高線なおしてから地形点の内挿を行なう。

できるだけ数少ない地形点で等高線をよく近似する方法と内挿方法は、たとえば次のようにする。

まず、等高線をフーリエ曲線を用いて、 x と y 方向成分に分けて

$$\left. \begin{matrix} x_i = f(t_i) \\ y_i = g(t_i) \end{matrix} \right\} \dots (11)$$

の形で表現する。または、サーキュロイド曲線などの高次関数式を用いて曲線近似する。

次に、内挿しようとする点をとおり、互いに直交する2直線を考え、これらの直線とその点に最も近い2つの等高線との交点を求める。そして、これらの交点と標高を求めるべき点との距離により、地形高を比例配分して標高を決める。

(4) セクション方式

地形を平行な断面の集まりで表現することがしばしばある。すなわち i 番目の断面は図-6 に示されるように

$$\left. \begin{matrix} z = f_i(x) \\ y = y_i \quad (i=1, 2, \dots) \end{matrix} \right\} \dots (12)$$

と表わされる。

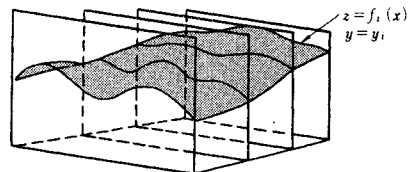


図-6 断面の集まりによる表現

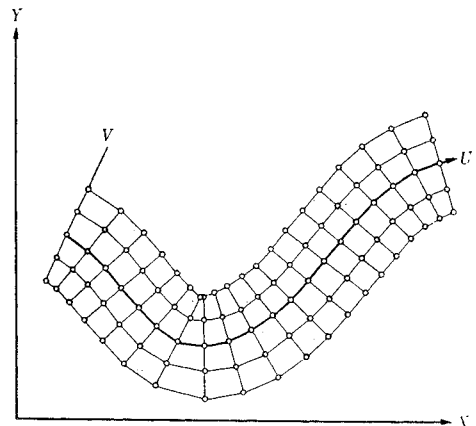


図-7 帯状メッシュ方式

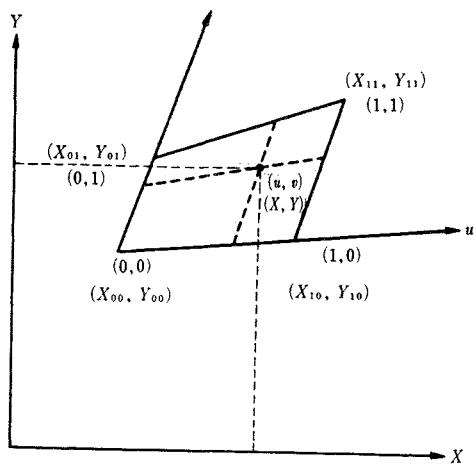


図-8 帯状デジタル地形モデルの作成

任意の点 $P(x, y)$ に対応する標高を内挿するには、まず最初に点 P がどの2つの断面線の間にあるかを見つける。次に、 P 点をとって断面線と直交する直線をひき、それぞれの断面線上の交点における地形標高を内挿し、断面線に至るまでの距離に比例してそれらの地形標高を配分すればよい。

セクション方式を用いる場合、あらかじめ正方形格子あるいは長方形格子の交点の地形標高を内挿しておく、グリッド方式に置き換えられる。

(5) 帯状メッシュ方式

図-7 に示すように、ある路線の等距離点に直交する断面の集まりで地形を近似する場合には、おのおのの断面は平行とならない。このような場合、図-7 に示すように、路線方向 u と距離に直交する方向 v から構成されるメッシュを組むとよい。すなわち、任意の点の地形点 $P(x, y, z)$ は、媒介変数 (u, v) により、次のように分解して表現される。

$$\left. \begin{aligned} x &= f(u, v) \\ y &= g(u, v) \\ z &= h(u, v) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

任意の平面位置 (x, y) に対応する z を内挿することが目的であるから、上記の方式ではまず (x, y) が与えられれば、 x と y の式から逆に u と v を求め、この u と v から z を求めるような方法をとることが必要となる。

もっとも簡単な (x, y) の表現方法は 図-8 に示すように斜影変換を行なうことである。すなわち、次に示す変換式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{a_3u + a_4v + a_5}{a_1u + a_2v + 1} \\ y &= \frac{a_6u + a_7v + a_8}{a_1u + a_2v + 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

上記の8個の係数は、注目する四辺形の4つの頂点の座標 $(X_{00}, Y_{00}), (X_{10}, Y_{10}), (X_{01}, Y_{01}), (X_{11}, Y_{11})$ がそれぞれ uv 座標系で $(0,0), (1,0), (0,1), (1,1)$ に対応することを利用して求めればよい。

上記の逆変換式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(a_7 - a_2a_8)x + (a_2a_5 - a_4)y + (a_4a_8 - a_2a_7)}{(a_2a_4 - a_1a_7)x + (a_1a_4 - a_2a_1)y + (a_3a_7 - a_4a_8)} \\ v &= \frac{(a_1a_8 - a_5)x + (a_3 - a_1a_5)y + (a_5a_8 - a_3a_8)}{(a_2a_4 - a_1a_7)x + (a_1a_4 - a_2a_1)y + (a_3a_7 - a_4a_8)} \end{aligned} \right\} (15)$$

したがって、任意の点 $P(x, y)$ の標高を求めるためにはまず最初に点 P がどのブロックに属しているかを探索したのち、そのブロックの係数を求め、式 (15) より (u, v) を求め、さらに z の補間式 $z = h(u, v)$ から z を求めればよいことになる。

この方式を用いると、人体や自動車のボディなど、なめらかな連続体の曲面表示にも応用できる。

(6) 各種地形情報の DTM

いままでの DTM は主として地形標高を求めるための DTM であったが、次に地形標高以外の地形情報を求めるための DTM をいくつか簡単に紹介しよう。

a) 地形勾配

地形の最急勾配 S は次の式により求められる。

$$S = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \dots\dots\dots (16)$$

b) 斜面方位

グリッド方式の場合、ある注目する点における最急勾配の方位は、東方位から θ だけの角度方向になる。

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial z}{\partial y} / \frac{\partial z}{\partial x}\right) \dots\dots\dots (17)$$

近似的には、1つのメッシュポイントのまわりの8つの地形点のうち最急勾配をつくる点の方向の方位を斜面方位としてもよい。なお、最急下り勾配方向を求めると水の解析をする場合に便利である。

c) 流域面積

すべてのメッシュ点から8方向のうち最急下り勾配となる方向を次々と追跡していったとき、メッシュ点を通じた追跡線の回数がグリッド面積を単位とする流域面積となる。山の尾根は1となり、谷は追跡通過回数が多くなる。

d) 日照日射

太陽光線と地形斜面のつくる角度を求め、地形斜面が太陽から受ける直達日射エネルギーをカロリーで求める。この場合、まず最初にその地形点が他の地形の影となるか否かを調べる。このような手続きにより、年、季節、月または日の日照時間または日射量の積分値が求められる。

3. 地形情報の抽出

DTMを作成するには、まず基本入力データとなる地形情報を抽出しなければならない。地形情報を抽出する方法は、等高線地図を利用する場合と、航空写真を利用する場合とに分けて述べると次のようになる。

(1) 等高線地図を利用する場合

a) 手作業で地形点を読取る方法

等高線地図上の地形点の平面座標または地形標高を手作業で読取っていかざるを得ない場合には、できるだけミスの起きない方法で、しかも簡便な方法によって行なう。たとえば、次のような工夫を行なう。

① 2人が1組になり、一人は読取り専門で、一人はデータシートなどに読取値を記帳していく。

② できるだけ平面座標や長さなどの測定をしないで済むようにする。たとえば、グリッド方式を用いて、地形標高をデータシートに記入していけばよいだけにする。

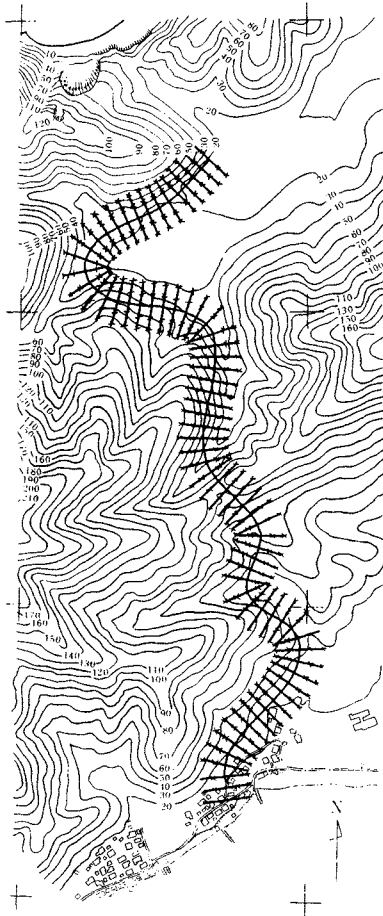


図-9 等間隔にとられた横断地形点の抽出

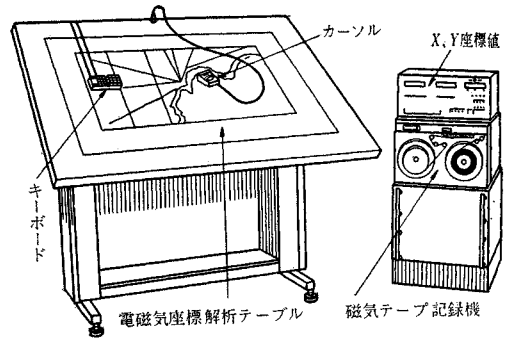


図-10 デジタイザーの一例

③ 道路横断や縦断の地形データを抽出する場合には横断線と等高線の交点までの距離とその標高を読取るより、図-9に示すように、等間隔の地形点の標高のみを読取るほうが能率的である。ただし、地形の急変するところは、地形点を追加するようにする。

このようにして、地図から地形点のデジタルなデータを手作業で抽出することは可能であるが、この方法は読取りミスが生じやすく、単調で退屈な作業であり、能率的でないなどの欠点がある。グリッド方式の場合、メッシュ地点の標高を読取っていく能率は、1人で2組1日8時間労働としたかたか 1000点前後である。

b) デジタイザーを用いて形地点を読取る方法

デジタイザーを用いてある等高線上の形地点を次々に読取っていく方法である。この場合、最初に等高線の番号および標高は手でキーをパンチするが、あとは読取りたい形地点の位置にデジタイザーの検知部を動かしボタンを押せばよい。

最近はいろいろな方式のデジタイザーが開発されており、1点1点の(x, y)を紙テープ、またはカードにパンチしていくものから、等時間ごとまたは等距離ごとに連続的に磁気テープに記録していくものなどがある(図-10参照)。

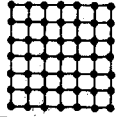
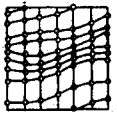
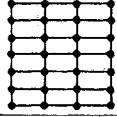
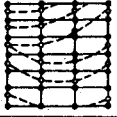
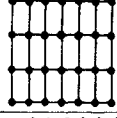
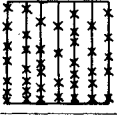
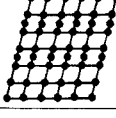
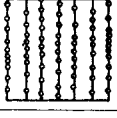
(2) 航空写真を利用する場合

航空写真測量用の図化機を利用すれば、図-11に示すように、どのような点の配置に対しても測定可能である。地形点のデータを紙テープ、カードまたは磁気テープに(X, Y, Z)の形で記録してくれる。

最近、宅地造成工事の土工出来高測量に、航空写真を用い、グリッド方式の地形点をデジタルに出力して土工量を求めることに上記の方法が利用され、大きな成果をあげている。計画および設計のときに用いた同じメッシュの点を工事施工の段階まで用いれば、一貫したシステムを確立するうえできわめて有効となる。

航空写真を用いて地形点をデジタル化するスピードは、航空写真の標定が完了しているとして、1点あたり

表—1 写真測量図化機による抽出地形点の測定パターン

格子	格子パターン	増分値の記録	格子	格子パターン	増分値の記録
正方格子		ΔY (ΔX)	等高断面		ΔZ
長方形格子 (横方向)		ΔY (ΔX)	格子と 等高断面		$\Delta Y + \Delta Z$ ($\Delta X + \Delta Z$)
長方形格子 (縦方向)		ΔY (ΔX)	横断面		—
斜格子		$\Delta X + \Delta Y$ Δt	等時間断面		Δt

紙テープ出力で1~2秒で行なえる。

4. DTM の土木設計への応用

DTM は実にさまざまな応用可能性をもっている。いままでに応用された例や、これから応用される可能性のある分野を次に列挙してみよう。

- ① 自動化または省力化を目的とした応用：
 - 1) 道路設計，宅地造成設計その他土工設計または土工における土工量計算。
 - 2) 路線変更などにおける新しい路線の縦横断地形データの挿入。
- ② 情報化を目的とした応用：
 - 1) 勾配図，斜面方位図など，土木計画，設計に必要な地形情報の分解。
 - 2) 土木計画，設計の目的に応じた各種地形情報の合成。
- ③ 合理化，最適化を目的とした応用：
 - 1) 最適路線計画のための地形データ記録。
 - 2) 最適計画高を求めるための地形標高の変更問題。
 - 3) 最適運土計画。
 - 4) がけ崩れ地帯における危険度予知。

おかりに

DTM はきわめて広範な応用分野を有している。それ

は，土木設計の自動化や省力化をすすめるうえでも，また，今日の環境優先時代における土木計画，設計をすすめるうえでも不可欠になりつつある。

ここに述べた講座内容が読者の仕事に少しでも役にたてば幸いである。

参考文献

- 1) 中村英夫・村井俊治：Digital Terrain Model, 生産研究, Vol. 20, No. 8, 1968年.
- 2) 丸安隆和・村井俊治：土木設計システムにおける地形情報処理, 土木学会誌 Vol. 55, No. 10, 1970年.
- 3) 村井俊治：地形の計量化, 土木学会誌, Vol. 57, No. 8, 1972年.
- 4) 丸安隆和・村井俊治・大林成行：路線計画および設計を対象とした帯状デジタル地形モデルの作成, 写真測量, Vol. 10, No. 2, 1971年.
- 5) 丸安・村井ほか：シミュレーションモデルを用いたアースデザインに関する研究, 生産研究, 第一報 Vol. 23, No. 4, 第二報 Vol. 23 No. 3 第三報, 第四報 Vol. 24, No. 7, 1972年.
- 6) F. Simar : Der Interpolation der Höhen auf dem DTM, I.S.P. Commission IV, 1969年.
- 7) J. Deligny : Les projets d'autoroutes a l'ère du dessin automatique, Rerrce Générate des Routes, Avril, 1965.
- 8) 中村英夫：Ein digitale Geländemodell aus analytische dargestellte Höhenlinien, 土木学会論文報告集, No. 186, 1971年.
- 9) Numerical Surface Techniques and Contour Map Plotting : IBM Data Processing Application.
- 10) 丸安隆和・村井俊治：Topographic Information Processing and its Application in Civil Engineering, Presented paper for I.S.P., Ottawa, 1972.

フィルタイプダムの計測に最適な 共和の大型土圧計 BE-G NEW

フィル材の大きな粒径のなかに埋設しても応力集中の影響の少ない、土圧を平均化して取り出せる土圧計が要求されています。この要求にマッチした受圧面直径の大きい(600mm, 900mm)大型土圧計(CE-G型)を開発しました。

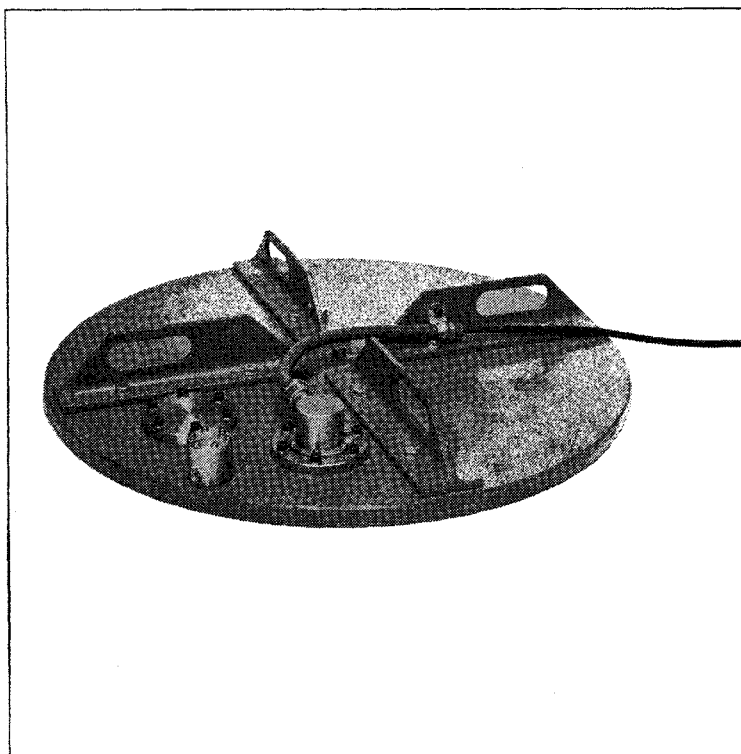
本土圧計は、Deflection diameter ratioが100000分の1、Thickness diameter ratioが30分の1と非常に薄くてきているため、精度の高い土圧測定ができます。

本土圧計はフラットジャッキ方式を採用していますが、大型の骨材や建設機械に対しても破損、故障しないよう設計してあります。また圧力検出部を同一本体に数個取り付けて、測定精度の向上をはかったものもあります。

特長

- 荷重面積が大きい
- 変位が小さい
- 精度が高い
- 応答性が早い
- 温度影響が小さく、ほとんど無視できる
- 測定範囲が拡大できる
- 堅牢で故障が少い
- 取扱が簡便である

- カタログお送りいたします。
誌名記入のうえ広報課まで



型 式 名	定格容量 kg/cm ²	最 小 読 取 値 kg/cm ²	出 力 電 圧 感 度 mV/V	出力等価 ひずみ ×10 ⁻⁶ ひずみ	非直線性 %FS	ヒステ リシス %FS	過負荷 %FS
BE-2 KG	2	0.005	0.9	1800	2	0.5	150%
BE-5 KG	5	0.013	1	2000	1	0.5	150%
BE-10KG	10	0.025	1	2000	1	0.5	150%
BE-20KG	20	0.05	1	2000	1	0.5	150%

土木計測器の専門メーカー

共和電業

本社・工場 東京都調布市調布ヶ丘3-5-1 電話 東京調布0424-83-5101

東京事業所 502-3551・大阪営業所 942-2661・名古屋営業所 262-2301・福岡営業所 41-6744・広島営業所 21-9536・札幌営業所 261-7629・水戸出張所 25-1074