

飽和多孔弾性体の運動に関する変分公式
Proc. of A.S.C.E., EM/駒田広也・訳
 鋼橋の振動とたわみ
AISC Engineering Journal/久保喜延・訳
 土のせん断弾性係数と減衰定数
Proc. of A.S.C.E., SM/工藤 正・訳
 “最適”滑走路体系について—主要空港における高処理
 能力滑走路体系についての提案—
Airport Forum/大内久夫・訳
 交通流によって生ずる騒音について
Transpn. Research/青島縮次郎・訳

飽和多孔弾性体の運動に
 関する変分公式

“Variational Formulation of Dynamics of
 Fluid-Saturated Porous Elastic Solids.”
 Ghaboussi, J. and Wilson, E. L.
Proc. of A.S.C.E. EM, Vol. 98, No. 4,
 pp. 947~963 August (1972)

(1) ま え が き

飽和状態の多孔弾性体を準静的に解析する方法として、変分原理を基礎にした有限要素法がある。しかし、飽和状態の多孔体に対する動的解析には、適当な方法がない。いままでの方法では、等価固体が用いられてきたが、本論では、より実際に近い飽和多孔弾性体のモデルを用いて、動的解析を数値計算で行なう方法を示している。

(2) 場 の 方 程 式

Biot により提案された飽和多孔弾性体の運動方程式は、流体と固体との混合体としての運動方程式と、固体に対する流体の運動方程式から成る。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij,j} + \rho b_i &= \rho \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i \\ \Pi_{,i} + \rho_f b_i &= \rho_f \ddot{u}_i + \frac{1}{f} \rho_f \ddot{w}_i + \frac{1}{k} \dot{w}_i \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに、 u_i は固体に対する変位ベクトルの成分、 $w_i = f(U_i - u_i)$ は固体に対する流体の変位ベクトルの成分、 f は開けき率、 U_i は x_i 軸に直角な面内の単位面積を通過する流体の体積が fU_i になるような量、 τ_{ij} は応力テンソルの成分、 Π は流体圧力、 ρ 、 ρ_f は、それぞれ、混合体、流体の単位体積質量、 k は透水係数、 b_i は物体力ベクトルの成分である。

式 (1) の後式はダルシーの式を一般化したものであ

る。また、ひずみ—変位の関係は、

$$\left. \begin{aligned} e_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \zeta &= w_{i,i} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

で与えられ、 e_{ij} は固体のひずみテンソルの成分、 ζ は流体の体積変化を表わす。

各成分の関係は、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij} &= c_{ijkl} e_{kl} + \alpha M \delta_{ij} (\alpha \delta_{kl} e_{kl} + \zeta) \\ \Pi &= M (\alpha \delta_{ij} e_{ij} + \zeta) \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

で与えられる。ここに c_{ijkl} は完全排水状態の弾性テンソルの成分、 M 、 α は、それぞれ流体、固体粒子の圧縮性を表わしている。ここに $f \leq \alpha \leq 1$ であり、非圧縮流体では、 $M = \infty$ 、非圧縮固体粒子では、 $\alpha = 1$ である。境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_i(x, t) &= \hat{u}_i(x, t) & s_1[0, \infty] \\ \tau_{ij}(x, t) n_j(x) &= \hat{T}_i(x, t) & s_2[0, \infty] \\ w_i(x, t) &= \hat{w}_i(x, t) & s_1[0, \infty] \\ \Pi(x, t) n_i(x) &= \hat{\Pi}_i(x, t) & s_2[0, \infty] \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

(3) 変 分 公 式

式 (1)、式 (2)、式 (3) を積分形になおし、式 (4) の境界条件を考慮した汎関数 $\mathcal{Q}_f(u)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_f(u) &= \int_V \left[\rho u_i * \dot{u}_i + 2 \rho_f u_i * \dot{w}_i + \frac{1}{f} \rho_f w_i * \dot{w}_i \right. \\ &+ 1 * \frac{1}{k} w_i * \dot{w}_i + t * (c_{ijkl} + \alpha^2 M \delta_{ij} \delta_{kl}) e_{kl} * e_{ij} \\ &+ 2 t * \alpha M \delta_{ij} e_{ij} * \zeta + t * M \zeta * \zeta - 2 F_i * u_i \\ &- 2 G_i * w_i \left. \right] dv - \int_{s_1} t * \hat{T}_i * u_i ds + \int_{s_2} t * (\hat{u}_i - u_i) * T_i ds \\ &- \int_{s_1} t * \hat{\Pi} n_i * w_i ds + \int_{s_2} t * (\hat{w}_i - w_i) * \Pi n_i ds \end{aligned} \dots\dots(5)$$

ここに、 $u = \{u, w\}$

$$\begin{aligned} F_i &= t * \rho b_i + \rho [t \dot{u}_i(0) + u_i(0)] + \rho_f [t \dot{w}_i(0) + w_i(0)] \\ G_i &= t * \rho_f b_i + \rho_f [t \dot{u}_i(0) + u_i(0)] \\ &+ \frac{1}{f} \rho_f [t \dot{w}_i(0) + w_i(0)] + \frac{1}{k} [t w_i(0)] \dots(6) \end{aligned}$$

* は、たたみこみ積分 (convolution integral) を表わし、次のように規定される。

$$f * g = \int_0^t f(\tau) * g(t - \tau) d\tau \dots\dots(7)$$

(4) 有 限 要 素 法

各有限要素内の変位、およびひずみを次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} u^n &= \Phi_u^n T u \\ w^n &= \Phi_w^n T w \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} e^n &= \Phi_e^n T u \\ w^n &= \Phi_w^n T w \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

一方、運動方程式を微分形にするために、式(5)の汎関数から t を分離して、 $\Omega = t * \Phi$ なる汎関数 Φ を導入する。 Ω と Φ との第一変分は等価である。したがって、 Φ に式(8)、式(9)代入して、 Φ に対して u 、および w の変分をとると、次の2式ようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_s \ddot{u} + M_c \ddot{w} + K u + C w &= F \\ M_c^T \ddot{u} + M_f \ddot{w} + H \dot{w} + C^T u + E w &= G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、たとえば、係数 M_s は次式で表わされる行列である。

$$M_s = \sum_{n=1}^N \int_{V^n} \Phi_u^n \rho^n \Phi_u^n T dV^n \dots\dots\dots (11)$$

なお、 F と G は、それぞれ、混合体および流体に作用する物体力と表面力である。

式(10)には、固体の減衰も考慮することができる。普通、減衰行列を質量行列および剛性行列の線形結合とみなして、

$$D = a_1 (M_s - f^2 M_f) + a_2 (K - \alpha^2 E) \dots\dots\dots (12)$$

なる減衰行列を式(10)に組み入れて、行列表示すると次のようになる。

$$\left[\begin{array}{cc} M_s & M_c \\ M_c^T & M_f \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \ddot{u} \\ \ddot{w} \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{cc} D & 0 \\ 0 & H \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \dot{u} \\ \dot{w} \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{cc} K & C \\ C^T & E \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} u \\ w \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} F \\ G \end{array} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

(5) 計算例

半無限の飽和多孔弾性体にステップ荷重が作用し、 x 方向だけに変位する場合の方程式は u 、 w に関して、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (2\mu + \lambda + \alpha^2 M) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha M \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho_f \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \alpha M \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + M \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \rho_f \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{f} \rho_f \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{1}{k} \frac{\partial w}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 λ 、 μ はラーメの定数である。

自由境界にはステップ荷重 q が作用し、そこでは、表面排水の状態となっている。固定境界は、問題とする時間内に到達しないような位置にとつてある。計算結果の一例として、図-1に、時間に対する固体と流体との変位経過を示す。図中での符号を次に示す。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{x}{\rho k V_c}, \quad \tau = \frac{t}{\rho k}, \quad \kappa = \frac{M}{(2\mu + \lambda + \alpha^2 M)} \\ \eta &= \frac{\rho_f}{\rho}, \quad V_c = [(2\mu + \lambda + \alpha^2 M)/\rho]^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

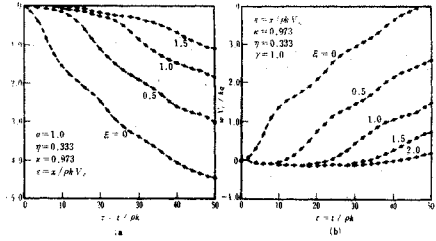


図-1 時間に対する変位置

(6) 結 び

以上述べた流体と固体との混合体に対する有限要素解析法は、土質構造物の動的応答や飽和状態の地質媒体の波動伝播の解析に適用できるであろう。

鋼橋の振動とたわみ

“Vibration and Deflection of Steel Bridges”
Wright, R. N. and Walker, W.H.
AISC Engineering Journal,
pp.20~31, January (1972)

現在橋の設計には応力度の検討のほか、活荷重によるたわみとスパンの比あるいは桁高とスパンの比による剛度制限の規定がある。本論文は多主桁の鋼道路橋を対象として、このような剛度制限規範に関連する種々の要因を分析し、従来の規定に代る提案を行なったものである。

(1) 活荷重に対する静的応答の効果

多主桁の道路橋における主桁の可撓性は、たわみ同様モーメントの横方向分配に著しい効果を与える。これらの静的応答も応答の動的成分に関係づけられる。関係する諸量のうち H (=桁の剛性/スパン長あたり床版の剛性) が AASHO の示方書におけるモーメント分配係数に与える影響を示したのが図-1であり、桁の可撓性の増加とともに分配係数が減小し、モーメントの分配がよくなるのがわかる。また図-2は、横方向モーメントと桁の可撓性との関係を示したものである。

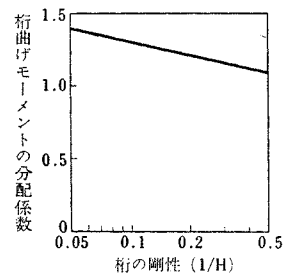


図-1 桁の曲げモーメントに対する可撓性の影響

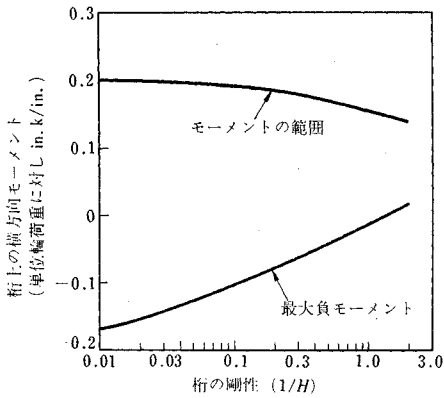


図-2 床版モーメントに対する可撓性の影響

(2) 動的応答の効果

道路橋の応答を前節で述べた静的成分と動的成分とに分けて考える。これまでイリノイ大学などで行われてきた研究によれば、速度パラメータ $\alpha = v/(2f_b L)$ を用いて、衝撃係数に対応する動的増幅率 $DI \approx 0.15 + \alpha$ となる。ここに、 v は車の走行速度、 f_b は橋の固有振動数、 L はスパン長である。さらにたわみの動的成分 (δ_d) は、 DI を用いて静的な成分 (δ_s) と $\delta_d = DI \cdot \delta_s$ のように関係づけられる。さらに、振動の人間に対する影響を考慮するために、1次モードにおける加速度の動的成分を導入すれば $a = \delta_d (2\pi f_b)^2 = DI \delta_s (2\pi f_b)^2$ となり、 f_b^2 および δ_s は、縦桁の可撓性に対して、逆比例および比例の関係にあるため、加速度は DI に比例する。

(3) 人間の応答

人間の振動に対する応答は主観的であるために、物理的な量として評価することは困難である。しかしながら図-3に示すように、人間の応答を振動数と加速度とで考えると、1~10 c.p.s. の範囲においては、かなりはっきり評価できる。

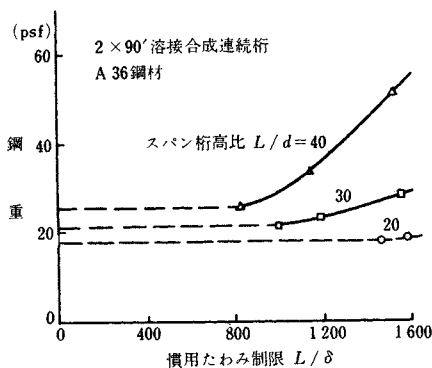


図-3 鋼重に対する剛度規範の影響

(4) 設計における考察

設計の最適性は、たわみ制限規範によって左右される。図-4には、スパンと桁高の比 $L/d=20, 30, 40$ に対して剛度規範と鋼重の関係が示されている。水平な破線が上向きの曲線となるあたりで、 L/d は従来のたわみ制限を定義することになり、実線の範囲に入ると設計の経済性は剛度制限によって支配されるようになる。高強度鋼になるほどその影響は大きい。荷重分配、人体感覚に関係する振動加速度などにどのような影響を与えるかも検討した。

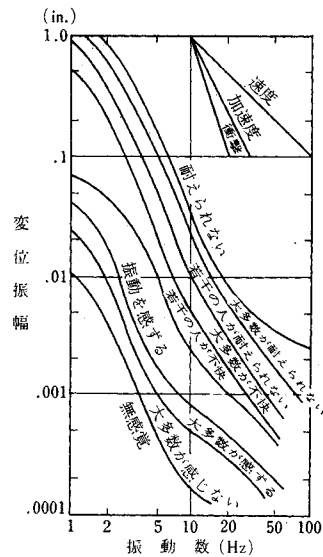


図-4 持続調和鉛直振動に対する応答

(5) 結論

- 1) 多主桁橋の場合、桁の剛性が低くとも静的荷重分配は改善されるので、強度の面で不利になることはない。このさい衝撃係数の増加による逆効果はごく小さい。静的荷重分配の改善は載荷桁の最大応力と応力振幅を低減させるので、可撓性に富むほど疲労のおそれも減少する。
- 2) コンクリート床版の耐久性は桁の可撓性にはほとんど影響されないように思われる。
- 3) 橋の振動が人間に与える影響は桁の可撓性と直接には関係しない。問題となるのは主として橋の振動加速度であるが、桁の剛性低下による影響は小さい。また、現行のたわみあるいは桁高に関する制限は振動加速度の制限には対応しない。

以上の結果および最近のヨーロッパ各国の設計示方書の動向、さらにこのような剛度制限規定が高強度鋼の経済的使用を妨げていることから次の提案を行なう。

- ① たわみ制限、桁高スパン比制限は原則として必要

ない。

② 剛度制限は、橋の使用性、なかでも人に対する影響を考慮しなければならない場合に限るものとし、このさい1次モードの加速度 a を約 $0.25g$ 以下に制限することが適当と思われる。

道路橋の場合、加速度は次式によって計算してよい。

$$a = DI \cdot \delta_s \cdot (2\pi f_b)^2$$

ここに $DI = 0.15 + \alpha$: 衝撃係数

$\alpha = v / (2 f_b L)$: 速度パラメータ

$f_b = (\pi/2 L^2) \sqrt{E_b I_b / (w/g)}$: 固有振動数

δ_s : 床版を含めた荷重分配作用を考慮した静的たわみ

土のせん断弾性係数と減衰定数

“Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects”
Hardin, B.O. and Drnevich, V.P.
 Proc. of A.S.C.E., SM, Vol. 98, No. 6, pp. 603~624
 June (1972)

“Shear Modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves”
Hardin, B.O. and Drnevich, V.P.
 Proc. of A.S.C.E., SM, Vol. 98, No. 7, pp. 667~692.
 July (1972)

(1) まえがき

土や基礎の振動問題を扱う場合に、土のせん断弾性係数 (G) と減衰定数 (D) (以下単に G と D と呼ぶ) の取り方が重要なポイントとなるが、これらには多くの要因が複雑に関連しており、単純には決められない。

この論文は G と D に影響する要因について考案し、 G と D を決定する計算式の提案を行なって、この数式が実測値とよく一致することについて述べたものである。

(2) G と D に影響する要因についての考案

土の G と D は多くの要因によって左右されるものがあるが、それらによる影響の主なもの次は次のようである (図-1, 2 参照)。

a) ひずみ量の増加に伴って、 G は減少し、 D は増加する。

b) 有効主応力の増加に伴って G は増加し、 D は減少する。

c) 乱されない粘性土では間げき比の増加によって G , D ともに減少する。

d) 非粘性土では飽和の程度が G と D に与える影響は小さいが、粘性土では飽和度が減少するにつれて G が増加する。

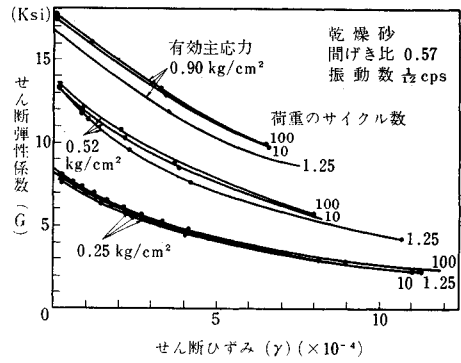


図-1 G - γ 関係図

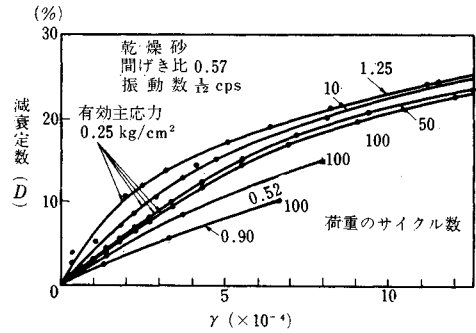


図-2 D - γ 関係図

(3) G と D の数式表示

土のせん断応力-ひずみ関係の一般的表示を図-3 のようにすると、せん断応力は

$$\tau = \frac{r}{\frac{1}{G_{\max}} + \frac{r}{\tau_{\max}}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表わされる。ただし

$$G_{\max} = 1230 \frac{(2.973 - e)^2}{(1 + e)} (OCR) K \cdot \bar{\sigma}_v^{1/2} \dots (2)$$

$$\tau_{\max} = \left\{ \left[\frac{(1 + K_0)}{2} \cdot \bar{\sigma}_v \cdot \sin \phi + \bar{c} \cdot \cos \phi \right]^2 - \left[\frac{(1 - K_0)}{2} \bar{\sigma}_v \right]^2 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (3)$$

e : 間げき比

OCR : 過圧密比

$\bar{\sigma}_v$: 有効主応力

K : 塑性指数による係数

$\bar{\sigma}_v$: 垂直有効応力

K_0 : 側応力係数

c, ϕ : 土の粘着力と内部摩擦角

ここで $G_{\max} = \tau_{\max} / r_r$, $G = \tau / r$ より、 G と D に関して次式が得られる。

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{r}{r_r}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{D}{D_{\max}} = \frac{\tau}{\tau_r} \dots\dots\dots (5)$$

式(4), (5)より D と G の間には,

$$\frac{D}{D_{\max}} = 1 - \frac{G}{G_{\max}} \dots\dots\dots (6)$$

が成立する。一方仮定した式(1)は、実際には若干の修正を必要とするが、それは $\frac{\tau}{\tau_r}$ を $\tau_h = \frac{\tau}{\tau_r} \left[1 + ae^{-b\left(\frac{\tau}{\tau_r}\right)} \right]$ として表示することによって可能である(ただし、 a, b は土の種類による係数)。

したがって、これを用いると、式(4), (5)は式(7), (8)に書き換えられる。

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \tau_h} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{D}{D_{\max}} = \frac{\tau_h}{1 + \tau_h} \dots\dots\dots (8)$$

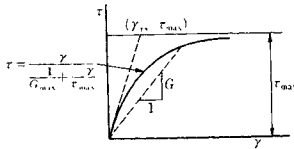


図-3 応力-ひずみ図

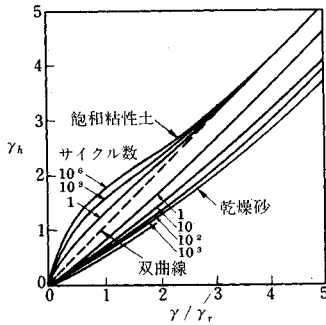


図-4 G における $\gamma_h - \frac{\gamma}{\tau_r}$ 関係図

(4) 実測値との比較

(3)で提案した計算式を使って算出した G と D について実測値との比較を行なうと、図-5, 6 のようになり、よく一致することが判明した。また最後にここに述べた方法によって、土の諸条件(土層の状態, 荷重のサイクル数, 地震の周期, 間げき比, 塑性指数, 圧密程度, etc)を与えて G と D を算出する計算例が述べられている。

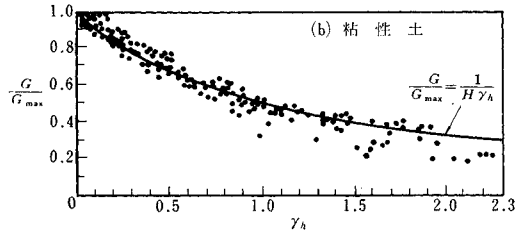
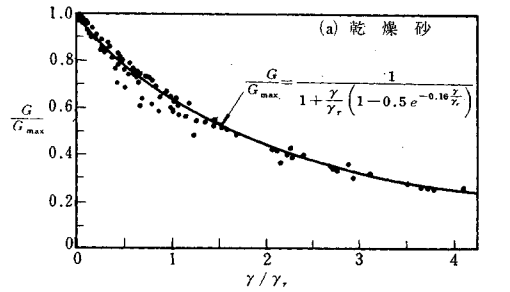


図-5 G についての計算値と実測値の比較

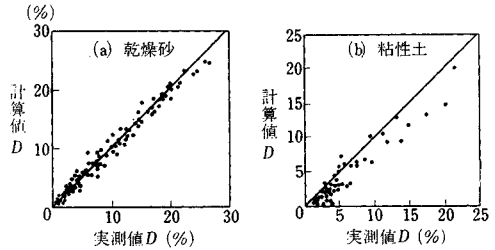


図-6 D についての計算値と実測値の比較

“最適”滑走路体系について
—主要空港における高処理能力
滑走路体系についての提案—

“Where is the ‘Optimum’ Runway Systems”
Schnauffer, K.
Airport Forum, No. 1 pp. 6~17, (1972)

著者 Kurt Schnauffer は、広胴体ジェット機などの導入に伴ない、数年来空港の管理が重大な問題に直面していることに気づき、1968年「将来の大量航空輸送処理の援助手段としてのエアバスおよび高速処理」と題する非公式印刷物の中で、新しい滑走路体系・旅客および貨物の取扱施設の改良・基本的に新しい原理に基づいて設計された航空機などについて提案を行なった。これは、そのうちの“新しい滑走路体系”について述べたものである。

現在の滑走路の処理能力は、高速航空機の滑走路への進入を受け入れるためには小さすぎ、航空機は離着陸の際待機しなければならないようになってきている。将来の滑走

路体系は、このようなことがなく、航空機運航の最適回数を許容するように設計されなければならない(ここで最適回数とは、計器飛行状態での単位時間あたりの可能運航回数を指している)。これは主として計画段階で考慮すべき問題である。滑走路体系は拡張が容易でないという点でターミナル施設より重要であるが、このことはいままで見過ごされてきている。

さて、ここで著者が 1967 年以来主要空港の計画に適用してきた一般にも適用できる指針を以下に示す。

(1) 指針および必要条件

- 1) 離着陸を滑走路ごとに厳密に分離し、専用滑走路として使用する。
- 2) 離着陸が独立して行なえるよう滑走路間隔を離す
- 3) 大きな食い違い末端にすれば、滑走路間隔を小さくできる(例、3750 m の食い違い末端で 300 m の間隔)。
- 4) 離着陸専用滑走路の間に他の滑走路を入れない。
- 5) 2 組の滑走路を設置する際には、ターミナルビル地区を囲むように配置する。
- 6) 滑走路を誘導路が横断することは避ける。
- 7) 4 本以上の滑走路をもつ空港では、騒音範囲を狭くするために最外側滑走路間隔をできる限り狭くする。
- 8) 滑走路が 2 本以上の場合には平行滑走路とする。
- 9) 1 対の滑走路のうち短い方の滑走路は、最小 3000 m とする。
- 10) 短い方の滑走路は、長い方の滑走路の内側に設置する。

(2) 全滑走路空港(図-1 参照)

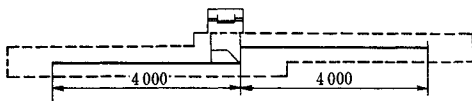


図-1 2本の専用滑走路を備えた全滑走路空港

まず、もっともよい、もっとも経済的な型として、図-1 のような全滑走路空港が提案されている。次に主要空港用として、3 本あるいは 4 本の滑走路をもつ全滑走路空港が提案されているが、これらの型の問題点としては着陸接地後滑走路を出るのに時間を要することがあげられる。このためグライドパスを 2 基設けて切換え使用することや、多少誘導路を設置することが考えられているが、好ましい型とはいえないようである。

次に、食い違い末端としたときの滑走路間の安全距離については、責任当局からは何も入手できなかったが、Treibel 教授より 2750 m の食い違い末端に対しては、従来いわれている 900 m でなく 500 m、3750 m に対してはそれ以下でよいという有益な情報の提供があった。

(3) 従来の誘導路を備えた 3 および 4 滑走路体系

ここで従来の誘導路を備えた食い違い末端をもつ滑走路体系が提案され、以下この型について検討している。

(4) 4 滑走路体系をもつミュンヘン第 2 空港の処理能力の比較(表-1、図-2、図-3 参照)

表-1

	IFR/h	VFR/h	年間処理能力
ミュンヘン第 2 空港の 4 滑走路体系	97	162	504 000
著者案 4 滑走路体系	148 (+52%)	180 (+11%)	660 000(+31%)
著者案 3 滑走路体系	133 (+38%)	139 (-14%)	525 000(+4%)

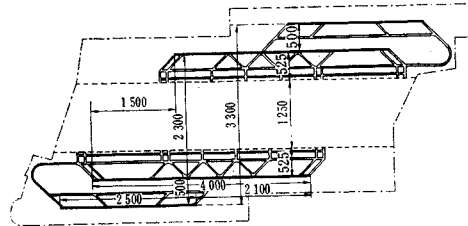


図-2 ミュンヘン第 2 空港に採用された 4 滑走路体系

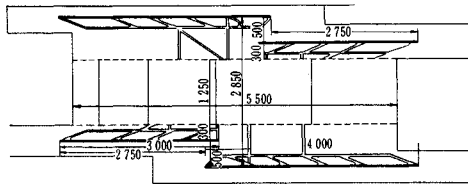


図-3 ミュンヘン第 2 空港に対する著者の代替案

(5) 狭間隔 8 滑走路体系

新しいドイツ環境基準に対応して騒音幅を短くするために 3750 m の食い違い末端をもつ特に狭い間隔の 4 滑走路体系を開発した。この場合間隔は 300 m 以下とすることができた。これに基本的に新しいターミナルビル計画を考え合わせると、2 本の着陸滑走路と 2 本の離陸滑走路の間隔は、2200 m 以下に減少させることが可能であった。いままでこのような騒音源の小さめる幅は、4 滑走路体系では達成されていない。この滑走路体系は、計器飛行状態で 148 回/時、有視界状態で 180 回/時の処理能力をもち、年間運航回数は 66 万回になる。この滑走路体系の有視界状態での処理能力を上げるために、有視界専用の 2 組の 2500 m と 2700 m の滑走路を 210 m の間隔をとって各滑走路の内側に設置する。こうしてできた狭間隔 8 滑走路体系は、有視界状態で 360 回/時の処理能力をもつことができる。

(6) 主要空港の処理能力

近年建設された、あるいは現在計画段階にある主要空港の滑走路体系を検討すると、どれも最適な配置を開発してはいない。前述の 4 滑走路体系を使用すれば、その処理能力を 50% まで増加させることができ、別の新空港の建設時期を延ばすことができるであろう。この具体例

としてダラス空港およびハンブルグ空港の改良案を示している。

(7) 結 語

以上述べてきた新しい滑走路体系は、将来の大量航空輸送を処理するよりよい手段を提供しているといつてよいであろう。またこれは、航空機の運航の空間幅を最小とするため、騒音問題についても非常に重要な役割を持つものである。

交通流によって生ずる騒音について

“On the Noise Generated by a Stream of Vehicles”

Weiss, G.H.

Transpn. Research Vol. 4, pp. 229~233.

(1970)

道路交通騒音を予測するときに、Johnson and Saunders の式を基本とし、それに予測地点の種々の要因についての補正を加えるというプロセスをとる場合が多い。ところで、この Johnson and Saunders の式は定速で走行する等間隔の1車線の交通流を仮定することによって導き出されたものである。そこで、この論文はより現実合った交通流として任意の車頭間隔を持った交通流を仮定して騒音を予測し、比較検討している。

まず、道路を x 軸として $x=0$ の直角方向 D の距離に受音点があるとす。道路上を流れる車の音響パワーは等しく q であり、点音源としての減衰特性を有するとする。そのとき、 x にいる車によって生ずる受音点での音の強さ $I(x)$ を、 $x=0$ にいる車によって生ずる受音点での音の強さ $I(0)$ で規準化した値は次式となる。

$$J(x) = \frac{I(x)}{I(0)} = \frac{q}{(x^2 + D^2)} \cdot \frac{D^2}{q}$$

$$= \left[1 + \left(\frac{x}{D} \right)^2 \right]^{-1} \dots\dots\dots (1)$$

そこで、連続した車の間隔の確率分布を、交通密度 ρ として、 $\rho \exp(-\rho x)$ とする。そうした場合には、連続して無限に流れる交通流によって生ずる規準化した音の強さは次式となる。

$$J = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J(x_n) \dots\dots\dots (2)$$

ここで x_n は流れの中で n 番目の車の位置を示すものである。

いまキュムラント関数の導入により、一般的に次のように書くことができる。

$$K_n = \rho \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{[1 + (x^2/D^2)]^n} = \rho D \int_{-\infty}^{\infty} \frac{du}{(1+u^2)^n}$$

$$= \left(\frac{2n-2}{n-1} \right) \frac{\pi \rho D}{4^{n-1}} \dots\dots\dots (3)$$

したがって、 J の期待値と分散は次式となる。

$$\bar{J} = \pi \rho D, \sigma^2 = \pi \rho D / 2 \dots\dots\dots (4)$$

これを騒音の平均値と分散に直すと次式となる。

$$\bar{I} = q \pi \rho / D, \sigma_I^2 = q^2 \pi \rho / 2 D^3 \dots\dots\dots (5)$$

ところで $f(J)$ を、規準化した音の強さの確率密度関数として、ラプラス変換を用いて解くと次式となる。

$$f(J) \approx \frac{\rho D}{J^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{\pi \rho^2 D^2}{J}\right) \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) を用いて $f(J)$ のいくつかの典型的な曲線を描いたのが 図-1 である。これを見ると、 ρD が大き

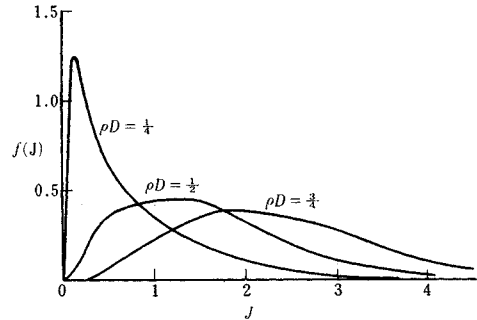


図-1 確率密度 $f(J)$ の典型例

くなるにつれて曲線が描く山はなだらかになっていく。このことは、道路からの距離 D が増加すれば ρD も増加することを考えれば直観的にわかる。つまり、受音点が道路に近ければ、 $x=0$ 付近の車群による騒音を強く感じ、道路から離れるに従ってより多くの車の影響を受けるということの意味している。

さて、Johnson and Saunders の式において音の強さは次式のように導かれる。ここで Q は交通量である。

$$I = \frac{q \pi \rho}{D} \cdot \frac{\sin h(2 \pi \rho D)}{\cos h(2 \pi \rho D) - \cos(2 \pi Q t)} \dots\dots (7)$$

このモデルの I は時間 t の周期関数であり、このことに着目して期待値および分散を計算すると次式となる。

$$\bar{I} = \frac{q \pi \rho}{D}, \sigma_I^2 = 2 \left(\frac{q \pi \rho}{D} \right)^2 \frac{1}{e^{4 \pi \rho D} - 1} \dots\dots (8)$$

これと式 (5) で求めたものとを比較すると、 \bar{I} の値は一致するが σ_I^2 は一致しない。不一致の検討は次のように分散比をとることによってなされる。

$$R = \frac{\sigma_I^2 \text{ (式 (5))}}{\sigma_I^2 \text{ (式 (8))}} = \frac{\exp(4 \pi \rho D) - 1}{4 \pi \rho D} \dots\dots (9)$$

これを具体的に検討してみると、交通量 $Q=900$ 台/時平均走行速度を $\bar{v}=50$ マイル/時として、 $\rho=Q/\bar{v}$ であるから次のような結果となる。

$$R(D=50 \text{ ft}) = 3.55$$

$$R(D=100 \text{ ft}) = 16.8$$

したがって、分散比は ρ および D の取り方によって変化することがわかる。

以上述べてきたように、Johnson and Saunders の式は期待値の予測には適用できるが、騒音のちらばり方、すなわち分散を予測し、考察する場合には適していないといえる。