

構 造 物 の 信 頼 性

星 谷 勝*

1. 安全性の評価

構造物の設計から施工までの全作業過程で構造技術者が留意すべき最も大切な事項は、完成された構造物がその期待される耐用年限中に安全性と機能を十分に維持できるように努めることであろう。構造解析および設計法には①作用荷重をいかに規定すべきかの問題、②応力解析法、③構造物の安全性をいかに確保すべきかの問題が含まれる。②の応力解析法に関しては多くの技術者および大学研究機関の人達の努力により現在では高度な理論が開発され、たとえば薄肉構造理論、マトリックス法による骨組構造解析、有限要素法などにより複雑な構造物の解析も可能となった。他方、作用荷重および安全性の評価の問題に関しては別途に各種示方書で規定されるものと考え、多くの関心が払われず、かつ研究の対称としての努力も少ない。土木構造物でたとえば橋梁の場合、走行荷重(車両等、死荷重、地震荷重、風荷重などは、その複雑な性状による推定のむずかしさ(不確定量)および実際の設計作業を考慮し、きわめて簡単に表現されたモデル荷重を採用している。安全性に関しては、すべての要素を確定的な量とみなして、かつ現行の安全率を用いることにより構造物の信頼性が確保されると考えている。このようにみえてくると、設計法においてすべてが確定量として取扱われるから、完成した構造物は1.0以上の安全率ならばすべての場合に100%の安全性があると考えられよう(ここで設計および施工における人為的誤差はないとして)。しかしながら、多くの実験報告などで周知のとおり作用荷重および材料強度は本来は確率量であることを考えれば、これはまったくの虚構であることが理解できよう。しかも、高度な解析手法により多くの有効数字をならべた解析結果が、極論すれば、おおまかな単純な荷重規定および主要部材・二次部材などの各段階で異なる、現行の安全率を組合せて行ったものだとすれば、はたして合理的なバランスのとれた設計といえるであろうか? 現行の安全率で示される数値の評価およびその意味するところは何か?

信頼性理論は構造物に作用する荷重および構造物に使用される材料特性の統計的なばらつきを考慮して、構造物の安全性を数量的(確率)に評価して上記の非合理性を改善しようとする考え方に基づくのである。したがって、実際面においては一定の信頼性を維持するような構造物を設計することが主要な技術問題となる。したがって、これにより経済的設計を可能とするというのではなく、あくまでも設計の各段階における思想の統一および合理的設計法の確立にある。なお、信頼性理論における先覚者としては欧米における Freudenthal, 1947年¹⁾、Pugsley, 1949年²⁾、Prot, 1951年³⁾などをあげることができる。他方、ソ連では Maier や Khotsialov の新しい安全率の考え方に関する研究がある(Bolotin, 1969年⁴⁾による)。

2. 信頼性理論

当然のこととして、荷重および強度を確率量として扱い、その耐用年限中に構造物が破壊しない確率を用いて信頼性を定義し、理論解析を進めることになる。しかしながら、実際の設計および施工の場合を考えると上述の本来的な避けることのできない確率量のほかに、①構造系および荷重のモデル化に伴う不明量、②解析途中における人為的な計算の誤り、③施工および製作中に含まれる不明量などを考慮しなければならない。前者の本来的な統計量を客観的不明量と呼ぶならば、後者は主として設計者・施工技術者の優劣によって変化するいわば主観的不明量と考えられる。この主観的不明量をも確率量として取扱い、信頼性に基づく設計法を行なおうとするのが Ang. および Amin による拡張された信頼性理論である^{5), 6), 7)}。本節では客観的不明量のみを考慮して、非常に理想化された場合の信頼性理論の考え方を述べ、次節で設計法における信頼性の基本的な考え方を扱う。

最初に構造物の任意部材の信頼性を考えよう。破壊は単一のモード(たとえば圧縮材で座屈による破壊のみが考えられる)で起こるとすれば、部材力 S と抵抗値 R を確率量として破壊の確率は $P_f = \text{Prob}(R < S)$ で与えられる。 S と R の同時確率密度関数を与えれば、 P_f

* 正会員 工博 (Ph. D) 武蔵工業大学助教授 工学部土木工学科

は

$$P_f = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f_{S,R}(s, r) dr ds \dots \dots \dots (1)$$

S と R が統計的に独立ならば、これを变形して

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \dots \dots \dots (2)$$

または

$$P_f = \int_0^{\infty} \{1 - F_S(r)\} f_R(r) dr \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $F_R(\)$, $F_S(\)$ は確率分布関数である。したがって、信頼性は $P_s = 1 - P_f$ として算定されるのである。

構造物全体の信頼性は構成部材の信頼性の組合せとして算出することができる。 E_i を部材 i の破壊の事象として、 E_i は k 個の破壊モード（座屈・疲労・クラックによる崩壊・その他）を有するとすれば

$$E_i = (M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_k)_i \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 \cup は“または”の意味でありユニオンと呼ばれる記号である。すなわち、 i 部材の破壊は座屈により破壊するかまたは一部の疲労により破壊を生ずるか、あるいはこれらの組合せが同時に起った場合に生ずることになる。したがって、部材 i が安全である事象は、これらがいずれも生起しない場合であり、 E_i の余事象として次式で与えられる。

$$\bar{E}_i = (\bar{M}_1 \cup \bar{M}_2 \cup \dots \cup \bar{M}_k)_i = (\bar{M}_1 \cap \bar{M}_2 \cap \dots \cap \bar{M}_k)_i \dots \dots \dots (5)$$

ここで \cap は“そして”の意味であり、インターセクションと呼ばれる記号である。すなわち、部材 i は M_1 , M_2 等いずれのモードも生起しない場合に安全である。したがって、 m 個の部材構成よりなる全体構造の信頼性は、いずれの部材も破壊しない事象の確率として理論的には次式で与えられる。

$$P_{ss} = \text{Prob}(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \dots \cap \bar{E}_m) \dots \dots \dots (6)$$

全体構造のいずれかの箇所に破壊を生ずる確率は

$$P_{ds} = 1 - P_{ss} = \text{Prob}(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_m) \dots \dots \dots (7)$$

実際には P_{ss} の計算は非常に複雑であり、最も単純な構造の場合を除いては算定は非常に困難である。そこで、各種の仮定を導入することにより、近似公式を導いて使用しているのが現状である。各部材の強度 R_i の間に完全な相関性があると仮定して信頼性を求める方法 (P'_{ss})、または R_i 間の独立を仮定した場合の (P''_{ss})、または各部材の破壊モードは互いに独立であるとした場合の (P^*_{ss}) などで P_{ss} を近似すれば次の不等式が成立^{8),9)}。

$$P'_{ss} \geq P_{ss} \geq P''_{ss} \geq P^*_{ss} \dots \dots \dots (8)$$

静定および不静定構造では、その信頼性の定義は異なる。静定系ではいかなる部材の崩壊も直接に構造全体の

破壊となるから上記の P_{ss} は P'_{ss} などを用いて信頼性を算定できよう。不静定系はその特質として不静定量を有するように設計されているから一部の破壊は必ずしも全体の破壊とはならない。しかしながら、一部が破壊すると構造系に作用する荷重群は各部材に再分配され、その結果、各部材の荷重負担は増大し破壊の確率は大きくなり、いわゆる連鎖的な崩壊過程により全体の信頼性を大幅に減少する結果となろう^{10),11),12)}。この場合の信頼性解析はさらに複雑となり、数値シミュレーションなどによる実験に依存するのが現状である。

今後解明されるべき諸項目としては

- ① 信頼性解析における必要な荷重および部材強度の確率分布に関する、より多くのデータによる裏づけである。これに関し、理論的展開のみでなく実験データによる統計的な研究が要求されよう。
- ② R および S を確率量とみなすのは両者の統計的なばらつきが同程度の場合のみにとどめ、もし片方のばらつきが比較的小さい場合には、これを確定量とするなどして理論解析法を単純化する必要がある。実際の構造物の設計を考慮した理論解析法が必要である。
- ③ 信頼性理論に基づく最適設計法（総重量または総費用）が将来の課題といえよう。
- ④ 信頼性の考え方を現在の設計法へ導入する努力、とくに示方書における安全率の再検討が要求されよう。
- ⑤ 土木構造物でとくに高い信頼性が要求されるものは、一般に複雑な高次不静定構造である。これに関し、簡潔な解析法の開発が必要である。

3. 拡張された信頼性理論

設計および施工における多くの不明量のために完成した構造物には常に避けられない破壊の危険性があり、絶対的な安全性は、いかなる構造物にも求めることは不可能である。多くの場合、この破壊の確率は非常に小さく現行の示方書にしたがって設計された構造物は道路橋・鉄塔の場合で $10^{-4} \sim 10^{-6}$ 程度、コンクリート構造では $10^{-3} \sim 10^{-5}$ と推定される¹³⁾。信頼性理論による設計は現行の安全率に代わり、この破壊の確率を規定し、これを満足するように構造物を設計することであるが、① データ不足による正確な確率分布関数の推定が困難、② 主観的な不明量をいかに設計に反映するか二点の解決が要求される。

以上を考慮して破壊の確率を $\text{Prob}(R < S)$ の代わりに次のごとく表わす。

$$P_f = \text{Prob}(R < NS) \dots \dots \dots (9)$$

ここで N は主観的な不明量を表わす確率量とし、 R , S に対して統計的に独立とみなせば

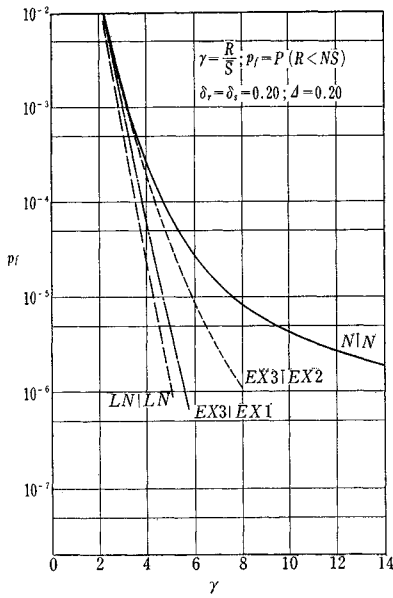


図-1

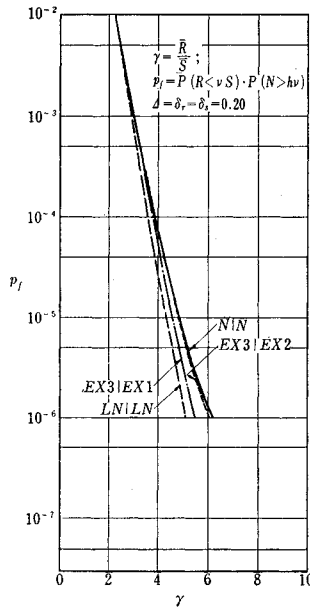


図-2

$$P_f = \int_0^{\infty} F_{R|S}(n) f_N(n) dn \dots\dots\dots (10)$$

となる。N は主観的な量であるから任意の分布関数を仮定できよう。N が対数正規分布に従う場合の Pf を R と S の代表的な分布関数に対して描いたグラフ(図-1)は、10⁻³以下の Pf 値は分布関数によって大きく異なる様子が示されている。すなわち、許容される危険が Pf ≤ 10⁻³ の場合には式(10)により主観的な不明量を考慮したとしても R と S の正しい確率分布が不明では意義のないものとなる¹⁴⁾。これを解決するために、技術者の知識および経験により適切に導入される判定係数(Judgement Factor と呼ぶ)を用いて、次のようなモデルを提案した。

$$P_f = \text{Prob}(R < \nu S) \cdot \text{Prob}(N > \nu) \dots\dots\dots (11)$$

破壊の起こる事象は (R < ν S ∩ N > ν) であり、これは事象 (R < NS) のサブセットであるから、式(11)は真の破壊の確率を過少評価することになる。この点は新たに係数 h を用いて次のように改善された¹⁵⁾。

$$P_f = \text{Prob}(R < \nu S) \cdot \text{Prob}(N > h \nu) \dots\dots\dots (12)$$

ここで、0 < h < 1.0

式(10)を描いたグラフ(図-2)は Pf がたとえ 10⁻³以下であっても R と S の確率分布の形の影響を受けないことがわかる。式(10)を用いた信頼性理論による設計例は、まだ簡単な構造系を対称としたものであるが、基礎工学における Braced Excavation 構造の設計¹⁶⁾、耐風建築設計¹⁷⁾などに用いられた。

最後に、統計学上で注目されるベイスの主観的確率理論を用いた新しい設計法が Benjamin らにより提唱さ

れている^{18),19)}。

参考文献

- 1) Freudenthal, A.M., : "The Safety of Structures", Trans. ASCE. Vol. 112, 1947.
- 2) Pugsley, A.G., : "Concepts of Safety in Structural Engineering", Proc. Inst. of Civil Engineers, 1951.
- 3) Prot, M. and Levi, R., : "Conceptions Modernes Relatives a la Securite des Constructions", Revue General des Chemins de Fer, Paris, 1951.
- 4) Bolotin, V.V., : "Statistical Methods in Structural Mechanics", Holden Day, 1969.
- 5) Ang, H.S. and Amin, M., : "Safety Factors and Probability in Structural Design", Proc. of Struct. Division, ASCE, July 1969.
- 6) Ang, H.S., : "Probability Considerations in Design and Formulation of Safety Factors", Proc. of IABSE, London, 1969.
- 7) Ang, H.S. : "Extended Reliability Basis of Structural Design under Uncertainties" Proc of 9th Reliability and Maintainability Conf., SAE/AIAA/ASME, Detroit, July, 1970.
- 8) Ang, H.S. and Amin, M., : "Reliability of Structures and Structural Systems", Proc. of Eng. Mech. Division, ASCE, April, 1968.
- 9) Cornell, C.A., : "Bounds on the Reliability of Structural Systems," Proc. of Struct Division, ASCE, Feb., 1967.
- 10) Shinozuka, M. and Itagaki, H., : "On the Reliability of Redundant Structures", Annals of Reliability and Maintainability, ASME/AIAA, Vol. 5, 1966.
- 11) Hoshiya, M., : "Reliability of Redundant Cable System", Proc. of Struct. Division, ASCE, Nov., 1971.
- 12) Yao, J.T.P. and Yeh, H.Y., : "Formulation of Structural Reliability", Proc. of Struct. Division, ASCE, Dec., 1969.
- 13) Freudenthal, A.M., : "Critical Appraisal of Safety Criteria and Their Basic Concepts", Prelim. Publ., 8th Conf., IABSE, 1968.
- 14) Same to Ref. 7)
- 15) Ang, H.S. and Ellingwood, B. R., : "Critical Analysis of Reliability Principles Relative to Design", Proc. of Conf. on Appl. of Stat. and Probability to Soil and Struct. Eng., Hong kong Univ., Sept., 1971.
- 16) Tang, W.H., and Yucemen, M.S. and Ang, H.S., : "Reliability Analysis and Design of Braced Excavation System", ibid.
- 17) Ang, H.S. and Amin, M., : "Formulation of Wind-Resistant Design Based on Acceptable Risk", Proc. of 3rd International Conf. on Wind Effects on Buildings and Struct. Tokyo, Sept., 1971.
- 18) Benjamin, J.R., : "Probabilistic Structural Analysis and Design", Proc. of Struct. Division, ASCE, July, 1968.
- 19) Benjamin, J.R. and Lind, N.C., : "A Probabilistic Framework for the Safety Provisions of the ACI Code", Symp. on Application of Probabilistic Concepts to Structural Design of Reinforced Concrete Members, Fall Meeting, ACI, Memphis, 1968.