

応用力学分野で計算機、実験および解析的方法のそれぞれが果たしている役割の変化

Experimental Mechanics/松本 徳久・訳
アルミニウム管路によってポンプ輸送されたコンクリートの膨張

Jour. of A.C.I./小林 一輔・訳
ランダムに配列された金属繊維により補強されたコンクリートの力学的性状

Jour. of A.C.I./小林 一輔・訳
土堰堤による仮締切の理論

Proc. of A.S.C.E., CO./工藤 正・訳
日雨量極値の分析と複合事象としての取扱い

Jour. of Hydrology/橋本 健・訳

応用力学分野で計算機、実験および解析的方法のそれぞれが果たしている役割の変化

“The Shifting Roles of Computers, Experiments and Analysis in Applied Mechanics”
Paul, B.

Experimental Mechanics Vol. 11, pp. 355~393,
September (1971)

1963年から1969年までの間、6名の工学研究者がイングソルランド研究所で機械および構造上の諸問題と取り組んできたが、本論文はこのグループの視点と研究内容をまとめたものである。この研究グループの規模とテーマは、アメリカの産業界では宇宙関係をのぞいて典型的なものであると考えられるので、著者のグループの研究方法は広く参考となろう。以下は、応用力学の諸分野で、計算機による数値解法、実験、解析的方法の3方法がそれぞれどのように位置づけられるかを具体的な問題を通じて比較検討したものである。

(1) ポテンシャル問題

ポテンシャル問題とは、ラプラスアンが中心的な役割を果たしている問題を指すものとしよう。力学の2次元問題だけでも支配方程式がラプラスアンの形で表現されるものは数多い。すなわち、ねじり、膜応力、熱伝導、拡散、粘性流体の流れ、光弾性等色線から主応力を分離することなどがあげられる。ここで、議論を具体的にするために任意の断面をもった棒のねじりの問題を解析的方法、実験、数値解析の3方法で解き、それぞれの特徴を比較しよう。

第1に解析的方法としては、級数解法、積分変換法、その他多く存在するが、これらはいずれも工学的見地からすると次の欠点をもつ。すなわち、① 学習するのに少なからぬ時間と努力を要す。② ひとつの方法であらゆる境界条件の解をあたえる保障がない。③ 解の形が複雑で数値的な結果を得るのにかなりの量の算術計算を必要とする。加えて断面形が複雑すぎると級数解は望めず、塑性の問題になれば解析解は不可能に近い。

第2にねじり問題の実験的方法としては多くの相似方法がある。なかでも代表的なものは膜相似法と電気的相似法であろう。後者には電解液槽を使うものと伝導紙を使うものとの主として2方法であるが、いずれも等ポテンシャル線を得るために多大の労力が必要である。しかし、直交異方性あるいは複雑な断面形の問題には伝導紙を使う方法は有力である。

第3に計算機による数値解析法として差分式を使って解いてみた。円形および長方形断面のねじり問題を差分法で解くときわめて精度の高い数値解が得られた。

図-1に示すように同一のプログラムでa) ねじり、b) 流体、c) 温度勾配の問題が解ける。さらにアウトプットされる情報が豊富で整理されていること、塑性も解

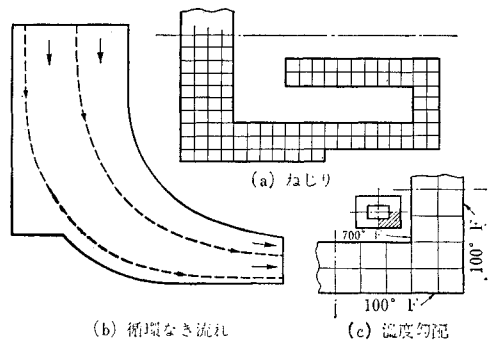


図-1 同一のプログラムで解かれる3種のポテンシャル問題

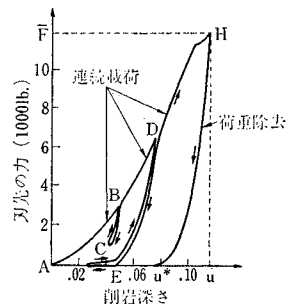


図-2 実験から得られた刃先の力と削岩深さの関係

けることから計算機によって数値解を求める方法は、コスト、時間、使いやすさのいずれの点からも優れているといえる。

以上のポテンシャル問題のほかに著者は、平面・軸対称応力解析、はり構造弾塑性問題、衝撃伝播、その他の問題、の4分野の研究例を示している。

たとえば、図-2 は削岩棒の刃先の力と削岩される深さの関係を実験的に求めたものである。この高度に非線型の関係がわかったので、これを計算機プログラムの入力として使い、削岩棒の衝撃伝播問題の種々の場合の数値解が得られた。

(2) 結 論

応力解析に関しては、有限要素法による数値解析が古典的解析および実験に代って主役となりつつある。しかし、幾何学的形状が複雑でメッシュ分割が多くならざるを得ず、計算機の能力を越える場合には実験が適している。この例には3次元弾性問題、複雑な多相系材料の問題がある。

2次元ポテンシャル問題でも差分法あるいは有限要素法が実験に変わりつつある。しかし、穴あきシャフトにねじりと曲げが連成される場合のように本質的に3次元問題となるときには光弾性皮膜法等の実験的方法に頼らねばならない。

動的応力解析の分野では高速度写真、光弾性、モワレ等の実験が最も有力である。しかし、衝撃による波動伝播等特別な問題には計算機と実験を組み合わせることによって効果的な結果が得られた。

塑性問題については計算機がきわめて有力であるが、プログラムにかけられる基礎的物性、すなわちひずみ硬化、低サイクルの疲労等は実験によらねばならない。

材料関係では古典的解析法がクラックの形成と発達、疲労等を説明するモデルを生み出しているが、どのモデルが最適かということは実験によって決定されよう。

アルミニウム管路によってポンプ輸送されたコンクリートの膨張

“Expansion of Concrete Pumped Through Aluminum Pipeline”

Fowler, E.L. and E.F. Holmgren

Jour. of A.C.I., Vol. 68, No. 12, pp. 950~953
December (1971)

近年、アメリカやカナダではコンクリートのポンプ施工にアルミニウム製の管を使用するケースが非常に多くなっている。その理由は、アルミニウム管が鋼管に比べて軽量であり、取扱いが容易であることにつきるが、反

面、コンクリートの圧送により、管内壁より擦りとられて生じたアルミニウム粉末とポルトランドセメントペーストが化学反応を起こして水素ガスを発生し、打込まれたコンクリートを膨張させるような事実についてはすっかり見過ごされていた。この点に関しては、すでに1969年春頃よりいくつかの実例が報告され、注意が喚起されていたが、本文では、カナダの Alberta に建造された Ovesnell 橋の床版のコンクリートをポンプ施工した際に、たまたまアルミニウム管路を通して圧送されたコンクリートのみが著しい膨張を示し、強度低下も25~30%に達したことを報告するとともに、長さ150mおよび75mのアルミニウム管路を用いて一連の現場試験を実施し以上のような強度低下が圧送により遊離したアルミニウム粉末とコンクリートとの反応によって生ずる水素ガスに帰因することを確認したものであって、さらに以下のような結論を得ている。

1) 水素ガスの発生によるコンクリートの膨張によって、強度低下は50%に達することがある。

2) 橋床版のように、鉛直方向における拘束がほとんどない比較的広い面積にコンクリートが打設されるときには、膨張による強度低下が顕著であるが、柱やデュービームのように比較的狭い面積に打設される場合には十分な拘束があるので、膨張による強度低下は比較的小さい。

3) したがって、一方向もしくは多方向に自由に膨張できるような場所にコンクリートを打設する場合には、アルミニウム製の管によるポンプ施工は行なわない方がよい。

ランダムに配列された金属繊維により補強されたコンクリートの力学的性状

“Stress-Strain Properties of Random Wire Reinforced Concrete”

Wai-Fah-Chen and J.L. Carson

Jour. of A.C.I. Vol. 68, No. 12, pp. 933~936
December (1971)

コンクリート中に各種の繊維を補強材として混入し、その引張強度や靱性 (ductility) の改善をはかろうとする試みはとくに目新しいものではないが、最近ではアメリカの研究者によるこの種の報告が比較的多く、本文もその1つである。本文では、モルタルまたはコンクリート中にランダムに配列された鋼繊維 (直径0.46mm、焼きなまし材) の長さとしてコンクリートに対する混入率ならびに、これにより補強されたコンクリートの材令や養生条件が、コンクリートの引張強度、圧縮強度および靱性に及ぼす影響を調べるために行なった実験の結果について

紹介している。

供試体は $\phi 15 \times 30$ cm の円柱体を用い、鋼繊維は長さが 0.5 in, 1.0 in および 1.5 in の 3 種をそれぞれ使用した。強度試験は材令 14 日（7 日水中養生 + 7 日空中乾燥）および 28 日（14 日水中養生 + 14 日空中養生）で行なっている。引張試験は圧裂方法によって行ない、靱性は塑性域も含む応力-ひずみ曲線を求めてこれをコントロール供試体と比較することにより検討した。実験結果を要約すると以下のようである。

1) モルタルの場合には、長さが 0.5 in (1.27 cm) の繊維を 0.75% (容積百分率) 混入したものが引張強度、圧縮強度ともに最高値（いずれも繊維を含まないものの約 1.6 倍）を示したが、コンクリートの場合には一般的に、繊維の混入率の増加とともに（本実験では最大 2.0% まで混入）引張強度が高くなっており、一方、圧縮強度では鋼繊維混入による効果がほとんど認められない。

2) 引張強度比に対する材令の影響は、モルタルコンクリートのいずれの場合にも大きくないが、圧縮強度比はモルタルにおいては材令とともに増加し、コンクリートの場合には材令とともに減少して、材令 14 日と材令 28 日の間におけるそれぞれの割合はいずれも約 10% となる（表-1）。

3) 靱性は繊維混入率の増加とともに増大する。

表-1 繊維の長さが 1 in (2.54 cm) の場合の強度比

材 料	補強材使用量 (容積百分率)	引張強度比		圧縮強度比	
		材令 14 日	材令 28 日	材令 14 日	材令 28 日
モルタル	0.75	1.10	1.19	1.00	1.10
	1.50	1.31	1.19	1.04	1.13
コンクリート	0.75	1.16	1.13	1.06	1.00
	1.50	1.19	1.23	1.15	1.00

土堰堤による仮締切の理論

“Theories of Closure of Rockfill Dam”
Sandover, J.A.

Proc. of A.S.C.E., Co. Vol. 97, No. 2, pp. 313~326
November (1971)

(1) ま え が き

河川工事を行なう場合の仮締切として土堰堤を築造することがある。この論文は、図-1, 2 に示すように河川の仮締切として左右両岸から土堰堤の盛立てを行なったときに、この盛立て材料が流失されることなく維持できる中央部の水路幅（限界幅） b を求めるための理論と実験、ならびにいくつかの計算例をあげてその適用の仕方について述べたものである。

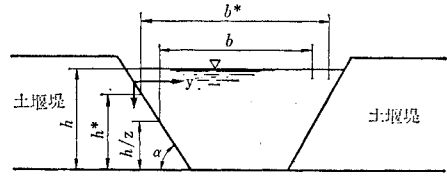


図-1 盛立て中心線断面図

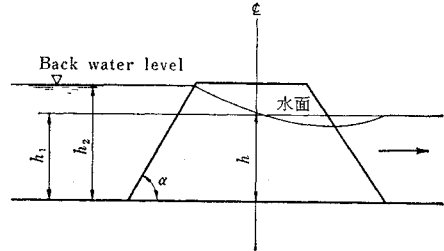


図-2 流れ方向断面図

ここでの限界幅は次の諸条件によって算出される。

流量条件 B : 河川幅, Q : 流量, h_0 : 堰堤なしの場合の水深

材料の性質 d : 平均粒径 (重量比で 25% 残留するふるいの径), γ_s : 材料の単位重量, γ_w : 水の単位重量, ϕ : 盛立て材料の安息角, α : 水中での安息角

(2) 理 論

限界流速法: Izbash によると流れのなかにある盛立材料が流失し始める限界流速は次式で示される。

$$V_{cr} = C_I \left\{ 2gd \left(\frac{\gamma_s - \gamma_w}{\gamma_w} \right) \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (1)$$

ここで C_I は実験によって定まる係数である。

一方、図-1, 2 にて、流量係数 C と平均流速 V は

$$C = \frac{Q}{bh_1^{3/2}} \dots\dots\dots (2)$$

$$V = \frac{kQ}{bh_1} \dots\dots\dots (3)$$

であり、この式 (2) より次式が成立する。

$$V = C^{2/3} \left(\frac{kQ}{b} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 k : 断面の状態による係数

(1) = (4) として

$$C^{4/3} \left(\frac{Q}{b} \right)^{2/3} = 2gdC_I^2 \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\gamma_w} \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{or } C_I^2 = \frac{C^{4/3} Q^{2/3} \gamma_w}{2gdb^{2/3} (\gamma_s - \gamma_w)} \dots\dots\dots (6)$$

k は C_I^2 に含ませるものとする。

式 (6) の C_I^2 を実験によって求め、それを d/B に対して整理すると図-3 のようになる。また、流量係数 C についても盛立ての完成度

$$m = \frac{B-b}{B} \dots\dots\dots (7)$$

と流れのフルード数

$$F_0 = \frac{Q}{Bg^{1/2}h_0^{3/2}}$$

の関数として実験値を整理すると 図-4 が得られる。

以上から Q, B, h_0, d, r_s, r_w などが与えられると, 図-3, 4 を使って C_I^2, C が求まり, これを式 (5) に代入し左右両辺が等しくなるような b を trial and error に よって計算できる。

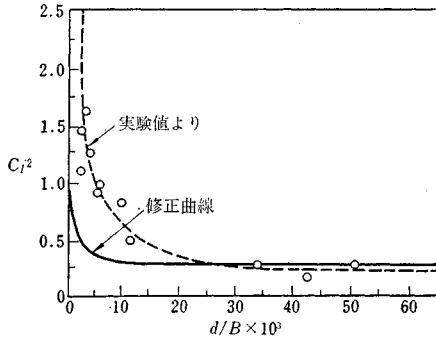


図-3 C_I^2-d/B 図

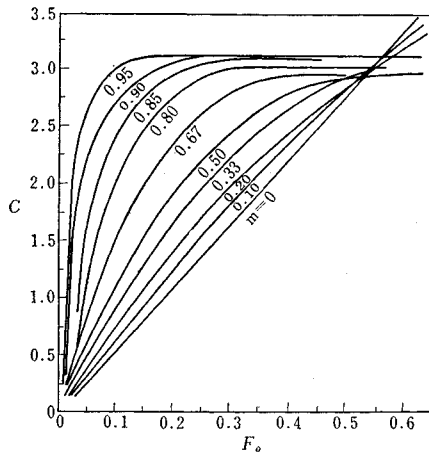


図-4 $C-F_0, m$ 図

対数流速法：乱流の流速分布は Prandtl, Nikuradse らによって次式で与えられる。

$$v = 2.5 \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2} \ln \left(\frac{y}{y_0} \right) \dots\dots\dots (8)$$

ここで, v : 水路境界から y における流速, τ_0 : 水路境界のせん断応力, ρ : 水の密度, y_0 : 水路の粗滑状態に支配される積分定数。

式 (8) で τ_0 が最大を示すときの水深を h^* とし, このときの水路幅を b^* とすると, 深さ h^* での平均流速は,

$$v_m = \frac{1}{b^*} \int_y^{b^*} v dy \dots\dots\dots (9)$$

ここで $y=y'$ で $v=0, y \ll b^*$ とすると式 (8), (9) よ

り

$$v_m = 2.5 \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2} \ln \left(\frac{b^*}{y_0} \right) + C^* \dots\dots\dots (10)$$

となり $V_{cr} = Jv_m, y_0 = Nd, b^* = Pb$ とおくと

$$V_{cr} = 5.7 \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2} \log \left(\frac{C_T \cdot b}{d} \right) \dots\dots\dots (11)$$

を得る。ただし, C_T は J, N, P, C^* 等の定数を含むものとする。

一方, 盛立て斜面境界の限界せん断応力 τ_{cs} は次式で示される。

$$\tau_{cs} = \frac{2}{3} d (\tau_s - \tau_w) (\cos^2 \alpha \cdot \tan^2 \phi - \sin^2 \alpha)^{1/2} \dots\dots\dots (12)$$

よって, 式 (4), (11), (12) より

$$C^{2/3} \left(\frac{Q}{b} \right)^{1/3} = K \log \left(\frac{C_T b}{d} \right) \dots\dots\dots (13)$$

ただし,

$$K = 4.65 \left\{ g d (\tau_s - \tau_w) \frac{(\cos^2 \alpha \cdot \tan^2 \phi - \sin^2 \alpha)^{1/2}}{\tau_w} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (14)$$

を得る。式 (13) の C_T を実験により求め, これを d/B と F_0 に関して整理すると 図-5 のようになる。これより C_T を

$$\log C_T = M F_0 + C_1 \dots\dots\dots (15)$$

と表示すると M の平均値として -4.5 が得られ, また, C_1 については 図-6 の関係がみられる。

以上より限界流速法と同様にして, $B, Q, h_0, d, r_s, r_w, \phi, \alpha$ から C, C_I, C_T が求まり, 式 (13), (14) によ

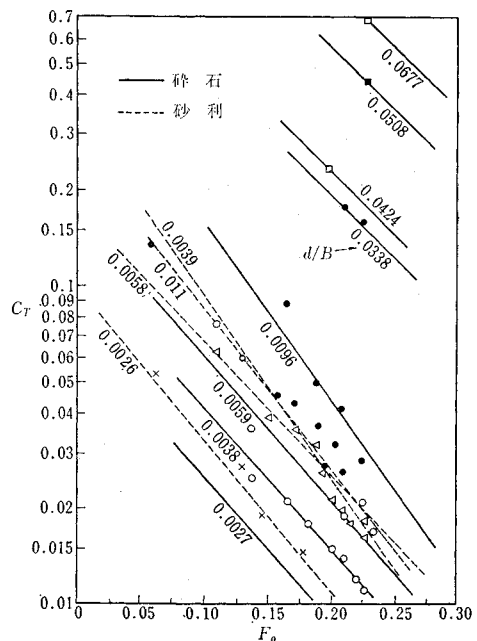


図-5 $C_T-d/B, F_0$ 図

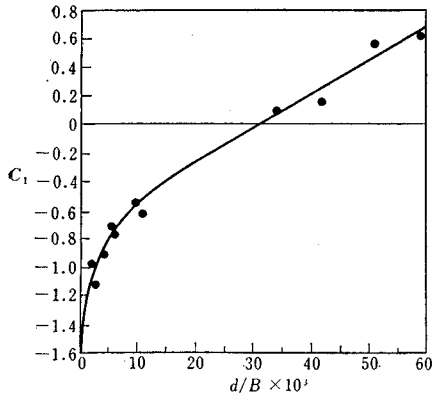


図-6 C_1-d/B 図

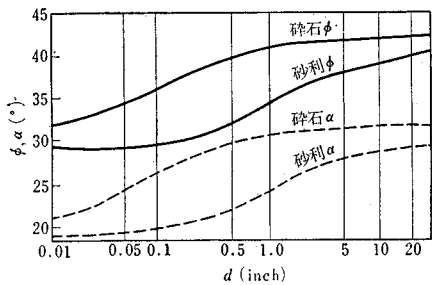


図-7 $\phi, \alpha-d$ 図

って b を算出できる。

(3) 実験と数値計算

実験は長さ 30 m, 幅 3 m, 深さ 1.2 m の水路によって行ない、盛立材料としては、砂利と砕石が使われた。これらの材料の安息角を図-7 に示す。盛立は両側より進められ、盛立で先端の流失が始まった時点で盛立を停止し、そのときの h_1, h, b 等の測定を行なった。

限界流速法と対数流速法の両方について数値計算を行ない、これと現場での結果と比較すると後者の方は比較的好く合うが、前者はかなり小さな値を示す。とくに d/B が小さい(河川幅 B が大きい)場合にその傾向が著しい。そこで、対数流速法によって算出された b によって限界流速法で用いる C_1^2 を求め、 C_1^2-d/B 関係を修正すると図-3 の実線のようになる。 d/B の小なる部分については、この修正曲線を用いた方がよい。

日雨量極値の分析と複合事象としての取扱い

“On the Decomposition of the Extreme Value Distribution of Daily Rainfall Depths and the Derivation of Probabilities of Compound Events”
Stol, P.T.

Jour. of Hydrology Vol. 14, No. 3, pp. 181~196
December (1971)

(1) 極値時系列の特徴

オランダ王立気象研究所の 86 年間の日雨量資料について、3 月 1 日を水年起日とした月次・年次の各極値時系列について検討する。月次極値でかつ年次極値であるものが、3 月には 1 つもなかった。図-1 は年次極値の月別発生頻度である。

(2) 極値の分析

月次極値を極値確率紙上にプロットしてみる。図-2 は 5 月についての例であるが、白丸で囲んだものは、同時に年次極値でもあるものである。そこで月次極値で年

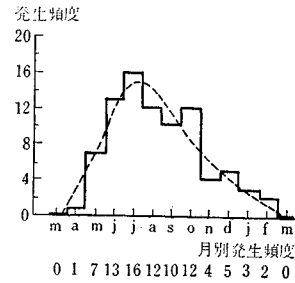


図-1 年次極値の月別発生頻度

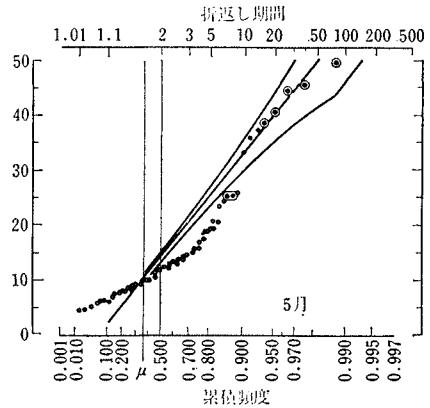


図-2 Gumbel 法による 5 月の極値雨量分析

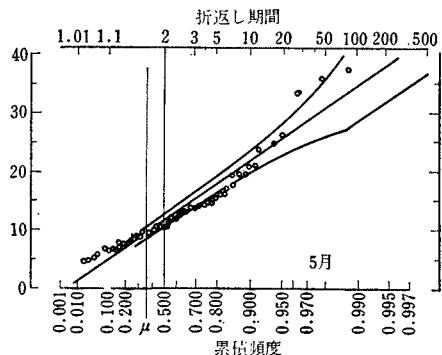


図-3 年次極値であるものをのぞいた 5 月の月次極値

次極値でないものだけについてプロットすると 図-3 のように、やや適合性が増した。

(3) 複合事象としての取扱い

極値を月次極値と年次極値のそれぞれ異なる母集団からの複合実現値として取扱う。それに際して、次の仮定を設ける。

- A(1) 年次極値の大きさは、その起生する月にはよらない。
- A(2) 月次極値の大きさは、当該月次において年次極値が起生するか否かによらない。

(4) 複合事象の確率

記号 x, y : 雨量, M_x : 月次極値が x mm を越える事象, \bar{M}_x : M_x の余事象, A_y : 年次極値が y mm を越える事象, O_M : 年次極値が M 月に起生する事象, C_{xy} : 複合事象すなわち $M_x \cup (A_y \cap O_M)$.

$$P(C_{x,y}) = P(M_x) + P(A_y O_M) - P(M_x)(A_y O_M) \quad (1)$$

仮定 A(1) から

$$P(A_y O_M) = P(A_y) \cdot P(O_M) \quad (2)$$

仮定 A(2) から

$$P(M_x)(A_y O_M) = P(M_x) \cdot P(A_y) \cdot P(O_M) \quad (3)$$

式 (2), (3) を式 (1) に代入して

$$P(C_{x,y}) = P(M_x) + P(\bar{M}_x) \cdot P(A_y) \cdot P(O_M) \quad (4)$$

次の関係は明白である。

$$P(C_{x,\infty}) = P(M_x) \quad (5)$$

$$P(C_{x,0}) = 1 - P(\bar{M}_x) \{1 - P(O_M)\} \quad (6)$$

$$P(C_{\infty,0}) = P(O_M) \quad (7)$$

(5) 月次極値と年次極値の影響の相互関係

式(4)で $x=y$ においてもよいが、ここではもう少し一般的に取扱う。

- 1) 年次極値のような強い雨は、そのなかで局地的にしか起こらないような広い面積を考える場合

$$y = f_1(x) = x + p \quad (8)$$

- 2) 考える面積がせまく、年次極値のような強度の高い雨が問題になる場合

$$y = f_2(x) = \text{Max}(x - p, 0) \quad (9)$$

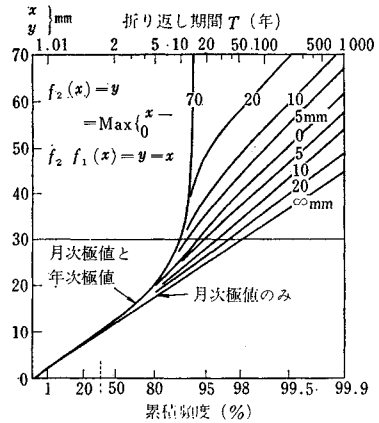


図-4 5月の複合確率雨量図

p はいずれも定数である。式 (9) の極限値は $y = f_2(\infty) \rightarrow \infty$ (10)

式 (5) によりこの確率は求まる。また

$$y = f_2(x) = 0 \quad p > x$$

であるから式 (6), (7) より求まる。また

$$f_1(x) = f_2(x) \quad p = 0$$

も明らかである。

図-4 は 5 月について得られた複合事象の超過確率曲線群である。

f_1 について、 p を無限大に近づけると式 (8) を式 (4) に代入して式 (5) を導く。年次極値の効果が重要でないと考えられる場所で、極値がある値を越える確率は、月次極値だけについて得られた確率曲線に一致する。年次極値を考慮する程度が大きくなるほど、ある雨量に対するリターン・ペリオドは小さくなる。

$p=0$ のときは、年次と月次の両極値は一致する。この曲線の関数は式 (4) で $y=x$ において得られる。

f_2 について、 p の負値の増加とともに、リターン・ペリオド T は減少する。式 (9) が特殊な形をしているため、曲線群は、 x の比較的小きな値に対して収束してくる。 p を大きくすることにより、年次極値が起生せずに、月次極値がある値を越える場合の確率を得る。この確率は、 $x \rightarrow \infty$ において極限値 $P(O_M)$ を下まわることではない。 $p=70$ mm に対応する曲線は、この場合、曲線群の包絡線の比較的良好な近似になっている。この曲線は、月次極値と年次極値が同時に起生した場合に対応する。