クロソイド線形トンネルの先進側壁導坑の曲線設置

中　村　俊　六*

まえがき

ここ十数年来，鉄道複線トンネルや道路トンネルなど大断面のトンネルが数多く設計されて，これに適応する工法が種々開発されている。たとえば，① 全断面工法，② 上部半断面工法，③ 底設導坑先進上部半断面工法，④ 側壁導坑先進工法，⑤ 原爆型工法などであるが，このうち本文に関係のある側壁導坑先進工法は，昭和 35 年，国鉄東海道新幹線の泉越トンネルで初めて採用されて以来，数々の大断面トンネルで施工されており，本文が計算例において，その数値を用いた国道 246 号線バイパス湯舟トンネルも，この工法により昭和 45 年に施工されたものである。

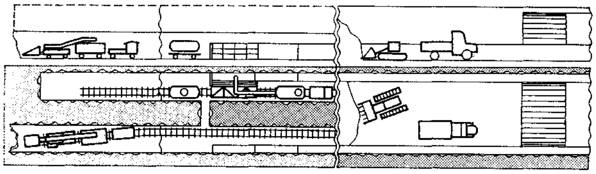
この工法の施工は，一般に，① 側壁導坑の先進掘削，② 側壁コンクリートの打設，③ リングカットの施工とアーチ支保工の建込み，④ 残部掘削，⑤ アーチコンクリート打設，の順に行なわれる。図—1 に工法模式図を示した。

2 本の導坑と本巻きコンクリートが大きな特徴となるが，とりわけ 2 本の導坑によって湧水処理が行なわれ，アーチ支保工が側壁コンクリートの上に建込まれることによって，大背部分の掘削が大型機械を駆使して安全かつ容易に行なわれうることは，本工法の大きな利点である。

この工法を測量に関して他の工法と比較したおもな相異点は，① 導坑が 2 本並行してあること，② 貫通後の測量成果に対する検討を待たずに構造物を打設せねばならないこと，等であるが，とくにトンネルが曲線部を有する場合には，測量は著しくむずかしくなってくる。一般に，測量基準点（いわゆるダボ）の測量については，そのチェックのため適当な間隔で測量用連絡路を掘削して精度を保持する努力がはらわれている。

ところで，測量基準点の測量に対して，支保工の建込み位置の測量については，従来かなり大ざっぱな計算で間に合わされてきたが，覆工巻厚の確保と，経済的な余掘りの少ない掘削という，いわば対立する二条件を同時に満たすには，かなり精度の高い計算と施工がなされねばならない。

本文は，トンネル中心線がクロソイド曲線である場合の側壁導坑中心線の計算方法について，簡単な考察を加えるとともに，入口と出口にそれぞれ異なるクロソイド曲線を有する上記湯舟トンネルの値を用いた計算例を付して，今後の同種工事の参考に供するものである。



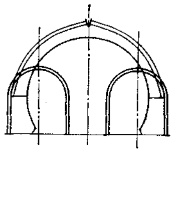
図—1　側壁導坑先進工法

1. 縦横距法による曲線設置

単円の曲線設置の一方法として曲線縦横距法がある。図—2 において

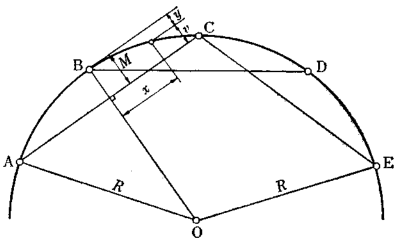
$$y=R-\sqrt{R^2-x^2},\quad v=M-y \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

であり，方向 AC に対して縦距 x および横距 v を与えることにより曲線を設置してゆくことができる。ここで，点 A, B, C, D……を $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}=\cdots\cdots$ととってゆくならば，$\widehat{AC}$ 区間における計算結果を $\widehat{BD}$ 区間以下においても用いることができるので便利であり，支保工の建込み位置の測量の場合に広く用いられている。

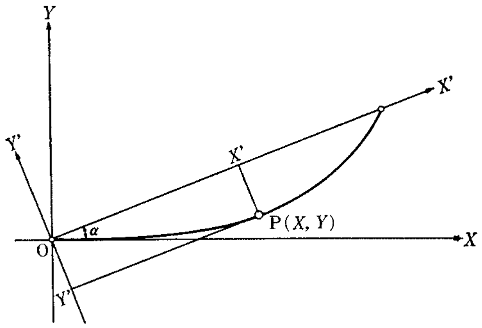


クロソイド曲線の場合についてこの方法を応用するには，もっとも簡単な方法の一つとして 図—3 のように座標軸の回転による座標

* 正会員　名古屋大学助手　工学部土木工学科



図—2 縦横距法による円曲線設置



図—3 座標軸の回転による縦横距法の適用

変換を行なう方法がある。

図において，クロソイド曲線上の点 $\mathrm{P}(X_n, Y_n)$ の座標軸回転後の座標は

$$X_n'=X_n\cos\alpha+Y_n\sin\alpha \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$Y_n'=-X_n\sin\alpha+Y_n\cos\alpha \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

である。すなわち，クロソイド原点を中心に X 軸を角 α だけ回転して，これを縦線とするならば，縦距および横距はそれぞれ式 (2) および式 (3) で与えられる。したがって，クロソイド曲線上の点 P の座標 (X_n, Y_n) が得られるなら，クロソイド原点をとおる任意の直線に対して，この設置方法が可能である。

図—4 はクロソイド $\widehat{\mathrm{OP}}$ に対する要素および記号を示す。クロソイド原点Oにおいて曲率は0であり，P点において $1/R$ なるクロソイドである。

よく知られるように，クロソイド原点からのクロソイド曲線長 L，接する円の半径 R，定数 A のうち2つが与えられるならば，曲線上の点 P の座標は次式を解くことによって与えられる。

$$R=\frac{A^2}{L}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$$\tau=\frac{L^2}{2A^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

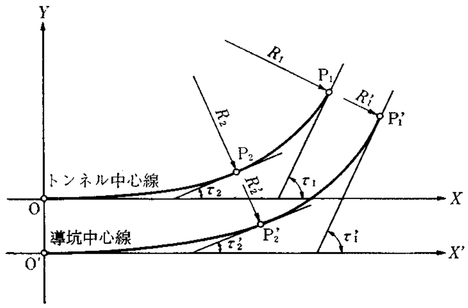
$$X=L\left(1-\frac{L^2}{40R^2}+\frac{L^4}{3\,456R^4}-\frac{L^6}{599\,040R^6}+\cdots\right)\ \cdots\cdots\cdots(6)$$

$$Y=\frac{L^2}{6R}\left(1-\frac{L^2}{56R^2}+\frac{L^4}{7\,040R^4}-\frac{L^6}{1\,612\,800R^6}+\cdots\right)\ \cdots\cdots\cdots(7)$$

また，これらは与えられた値，たとえば L を定数 A で除し，単位クロソイド上の値 $L/A=l$ を得ることにより，これをインデックスとして単位クロソイド表から簡単に求められる。

2．側壁導坑中心線の形状

側壁導坑の中心線は，図—1 から明らかなように導坑の断面が変化しない場合，トンネル中心線に対して常に一定の距離を保つ平行線である。トンネル中心線が単円である場合には，導坑中心線も明らかに単円であるが，クロソイド曲線の場合については図—5を用いて次に示すように導坑中心線はクロソイド曲線とはならない。



図—5 側壁導坑中心線の形状

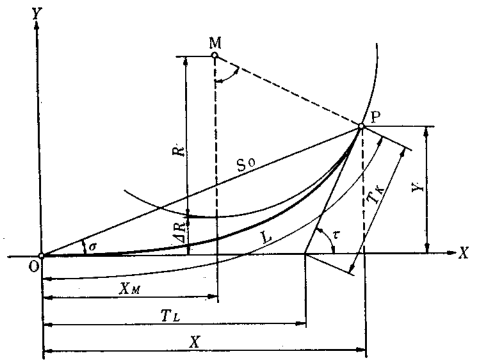
いま，クロソイド部分のトンネル中心線上に異なる2点 P_1, P_2 をとり，導坑中心線上にそれと対応する点（接線が平行でその距離が ΔR である点，すなわちそれぞれに接する円の中心を共有するような点）P_1', P_2' をとる。両中心線がともにクロソイド曲線であると仮定すると，以下の式が成立する。

$$R_1L_1=A^2,\ R_1'L_1'=(A')^2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8\text{-}1)$$

$$\tau_1=\frac{L_1^2}{2A^2}=\tau_1'=\frac{(L_1')^2}{2(A')^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8\text{-}2)$$

$$R_2L_2=A^2,\ R_2'L_2'=(A')^2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8\text{-}3)$$

$$\tau_2=\frac{L_2^2}{2A^2}=\tau_2'=\frac{(L_2')^2}{2(A')^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8\text{-}4)$$



図—4 クロソイド各要素とその記号

$$R_1'=R_1+\Delta R,\ R_2'=R_2+\Delta R \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8\text{-}5)$$

式 (8-1)，(8-2) および式 (8-3)，(8-4) より

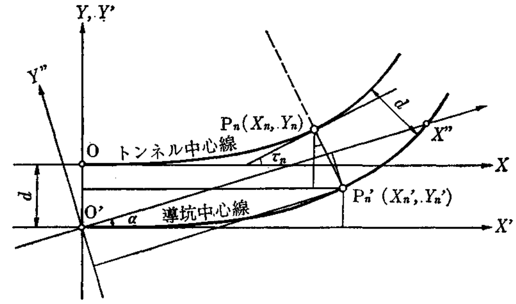
$AR_1'=A'R_1$ かつ $AR_2'=A'R_2$，ゆえに $R_1'R_2=R_1R_2'$

ここで式 (8-5) を代入すると，$R_1=R_2$

これは，曲線がクロソイド曲線であるとする仮定に反する。

すなわち，導坑中心線はクロソイド曲線ではなく，これを厳密に求めるならば次のような座標計算によらねばならない。

トンネル中心線上の点 $P_n(X_n, Y_n)$ に対応する導坑



図—6　座標計算における両曲線の関係

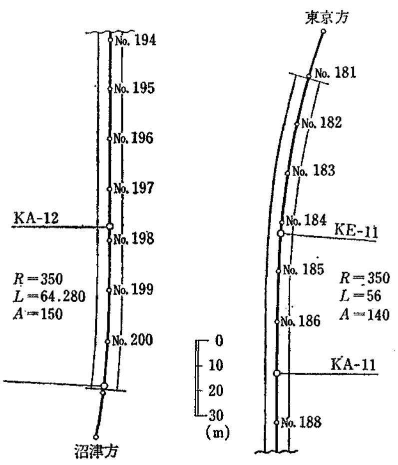
中心線上の点 P_n' を，図—6 のように X 軸を $-d$ だけ平行移動した $X'-Y'$ 座標で示すと (X_n, Y_n) と (X_n', Y_n') の間には次の関係が成立する。

$$X_n'=X_n+d\sin\tau_n \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

$$Y_n'=Y_n-d\cos\tau_n+d \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

したがって，さきに述べた縦横距法を用いるために，O′ をとおり O′X′ と α の角をなす直線 O′X″ を与えるならば，その直線からの横距 Y_n'' は次式により求められる。

$$Y_n''=-X_n'\sin\alpha+Y_n'\cos\alpha \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$



図—7　湯舟トンネル平面図

表—1　座標計算法による計算例

（1）　トンネルセンターの計算

区分 / No.	原点からの距離 (L)	l $(=L/A)$	x	y	τ	X $(=A\cdot x)$	Y $(=A\cdot y)$
186	20.120	0.143714	0.143713	0.000494	0°35′30″	20.120	0.069

（2）　導坑センターの計算（東京から見て右側）　　$\sin\alpha=0.026\,74$　$\cos\alpha=0.999\,64$

区分 / No.	(1) $3.710\times\sin\tau$	(2) $3.710\times\cos\tau$	(3) $X+(1)$	(4) $Y-(2)+3.710$	(5) $(3)\times\sin\alpha$	(6) $(4)\times\cos\alpha$	(7) $(6)-(5)$
186 右	0.038	3.710	20.158	0.069	0.539	0.069	−0.470

［計算例（1）］

まえがきにおいて述べた湯舟トンネルの平面図を，図—7 に示した。本文は導坑支保工の建込み位置の計算を主目的として考察をすすめているが，ここでは測量基準点の一つを例にとって計算例を示す。

図—6 の記号に対応する数値は，$d=3.710$ m，$\alpha=1°31'56''$（図—6 における X'' をクロソイド曲線部と単円部の接続点とした）であり，クロソイド定数 $A=140$ である。

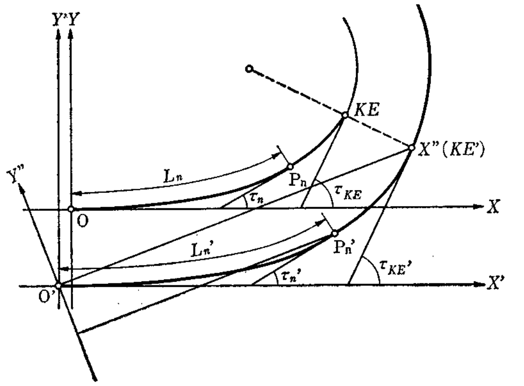
3．導坑中心線をクロソイド曲線と仮定する近似解

前節において述べた座標計算による方法は，クロソイド部分の長さが 50～100 m もあり，左右2本の導坑において 80～100 cm ピッチで建込まねばならない支保工の建込み位置の計算に用いる場合には，計算量が膨大となりすぎ，しかもその精度は必要以上のものである。そこで，実際に現場で手計算する場合には，側壁コンクリートのスパン長に合わせて導坑中心線を曲折させて計算量を減らしたり，導坑中心線をクロソイド曲線として扱い計算を簡略化する必要がある。前者の場合には，アーチ コンクリート の スパン長との関係もあって，コンクリート スパン 長が一定とならず，導坑の曲折点と コンクリートのそれがずれたときに誤差が大きくなるので，支保工建込み間隔を適切に保持することが大切である。

ここでは，後者の一例としてクロソイド曲線部と単円との接続点において，両曲線が接線を共有して合致するようなクロソイド曲線を導坑中心線と仮定する方法について述べる。

① 図—8 において KE および KE′ は，それぞれクロソイド曲線と単円の接続点であり，両点において単円の接線とクロソイド曲線の接線が一致し，かつクロソイド曲線に対する接円半径と接続される単円の半径は等しいとする。

すなわち　$\tau_{KE}=\tau_{KE'}$，$R'=R+d$



図—8　近似解における両曲線の関係

② 両曲線の間には次の関係が成立するものと仮定する。

$$\frac{R}{R'}=\frac{A}{A'}$$

③ 両中心線は τ の等しい点どうしが対応するものとする。

上記の仮定において，トンネル中心線上の点 $\mathrm{P_n}(X_n, Y_n)$ に対応する導坑中心線上の点 $\mathrm{P_n}'$ の座標を，図—8 の X'Y' 座標上において (X_n', Y_n') とするならば，これは $\frac{L_n}{A}=l_n$ をインデックスとして，単位クロソイド表から x_n, y_n を求め，これに A' を乗じることにより求められる。

［計算例（2）］

湯舟トンネル東京方クロソイド曲線は図—7 にみるように，$A=140$, $R=350$ m, $L=56$ m である。右側導坑中心線の数値を求めると，$R'=R+d=353.710$ m, $\tau=4°35'01''$, $A'=141.484$, $L'=56.594$ m となる。誤差のめやすを得るために Y_M', X_M' を求めると，$Y_M'=R'+\Delta rA'=354.087$, $X_M'=x_MA'=28.291$ である。ここに，Δr, x_M は，ΔR, X_M に対する単位クロソイド上の値であって，単位クロソイド表から得られる。左側導坑中心線についても，これらの数値を同様にして求めて，これらの数値および関係を図—9 に示す。これから，原点において $d=3.714$ m であることがわかり，近似解による横断方向の誤差（すなわち幅員誤差）は，安全側に 0.004 m 以内でおさまることが推測される。

計算例（1）において用いた No. 186 の値を用いて，計算例を表—2 に示す。

表—2　近似解法による計算例

区分 / No.	L	l	x	y	(1) $x\cdot A'\sin\alpha$	(2) $y\cdot A'\cos\alpha$	(3) (2)−(1)
186 右	20.120	0.143714	0.143713	0.000494	0.542	0.070	−0.472

4. 現場での応用について

現場における測量は，まず第一に迅速であることが要求され，精度は施工可能な限界と比較して求められる。支保工建込み位置の測量もこの例外ではない。掘削—ずり出し—支保工建込みから再び掘削へと一順するサイクルの所要時間短縮は，いかなるトンネル掘削においても大きな課題である。このため，一般に支保工建込み位置の測量は，3本の下げふり（2本の場合には，1本が動いても発見しにくいので必ず3本とする）と，スケールを用いて方向を決定する簡単な方法がとられている。施工可能な精度は，掘削土（または岩）の種類等の状況により異なるが，せいぜい cm 単位である。

重要なのは3本の下げふりの方向を正確に測量することであり，このために信頼できる測量基準点を，できるだけ切羽に近い場所に設置することが要求される。

前述した縦横距法を用いる場合には，測量基準点から縦距方向を下げふりで示し，横距は切羽面上でスケールで求める。この際，留意しなければならないことは，縦距方向誤差の累積であり，これをできるだけ少なくするためには，曲線区間をあまり長くとらないようにすることが大切である。

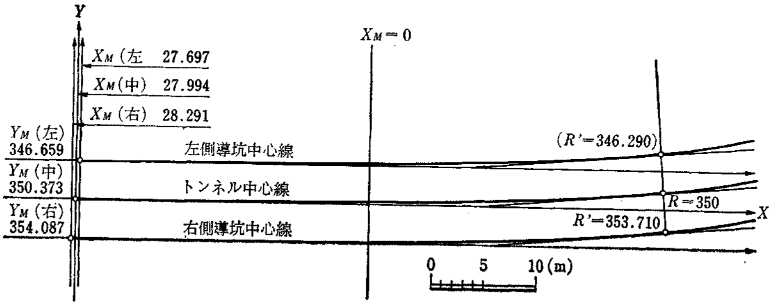
本文では，縦横距法のクロソイド曲線部への適用にあたり，全線を1本の縦距で求める方法をとっている。これは，計算および測量が著しく簡単になるという理由からであるが，この場合には縦距誤差に対する十分な施工管理が行なわれなければならない。

さて縦距および横距の計算について，前述した二方法の選択であるが，座標計算による厳密解は，その精度から考えて，計算個数も少ない測量基準点や側壁コンクリート打設時の計算に適していると思われる。

近似解法については，単位クロソイドにおける値（l, x, y）が求まれば，左右いずれの導坑においても，これに対して簡単な比例計算を行なうのみであり，この簡便さが最大の特色である。支保工建込み施工時の限界精度を考え合わせると，その精度も一般には，まず十分なものであると思われる。

あとがき

湯舟トンネルは延長 403 m，掘削断面 84.3 m² であり，静岡県駿東郡小山町地内にある。地質は富士山の噴火による火山灰が堆積したスコリアを含む凝灰質砂層であって，掘削にあたり火薬はいっさい使用せず，すべてピック掘りで行なわれた。施工上の試みとしては，坑口



図—9 近似解法計算例における曲線間の関係

から200 m地点の中央部に左右導坑の連絡工を施工することによって，側壁コンクリート打設中も両切羽の掘進を可能にし，工程短縮，労務員配置問題の合理化に役立たせている。曲線部における導坑支保工の建込みは，コンクリートスパン長が 9.6 m なのに対して，建込みピッチ 1.0 m という関係もあって，一基ごとに曲折させて施工された。建込み位置の計算が膨大な量となるクロソイド部分においては東京方坑口付近については本文 **3.** において述べた近似解を，沼津方については同じく **2.** において述べた座標計算を電算化して用い，それぞれ満足すべき成果を得た。

なお，本文は，著者が佐藤工業（株）に勤務して，湯舟トンネルの施工を担当したときの経験からとりまとめたものである。同工事施工の苦労をともにされた佐藤工業（株）小山作業所の方々，ならびに技術的な助言と協力をして下さった名古屋大学助教授 植下協博士，ならびに日本道路公団 浅井武彦氏（前 名古屋大学大学院学生）に厚くお礼申しあげる次第である。

参考文献

大塚本夫：トンネル工学，朝倉書店，1970
日本道路協会：クロソイドポケットブック，丸善（株），1961

（1971.6.29・受付／1972.1.6・再受付）