

構造材料の内部摩擦による減衰振動

高 岡 宣 善*

1. ま え が き

弾性的材料でつくられた構造物が自由振動を行なう際に、その振幅が時間の経過とともに減少していくことはわれわれが日常よく目撃するものであり、この現象は減衰振動として知られている。この興味ある現象は、これまでに多くの人々によって研究されてきた。すでに 1784 年ごろ、C.A. Coulomb は弾性体のねじり振動を研究する際に、ねじり実験に使用したワイヤー材料の減衰機構に注目し、ねじり振動の減衰は、空気の抵抗によってではなく、ワイヤー材料の内部抵抗によってひきおこされるものであることを示した¹⁾。

それから約 70 年後の 1850 年代に、William Thomson (のちの Lord Kelvin) は弾性体の減衰振動に関する研究を行ない、「内部摩擦」という概念を導入した。そして彼の実験結果をもとにして (液体中を運動する物体はその速度に比例する抵抗を受けるのに反して)、この内部摩擦は振動体の速度に比例するものではない、という結論を導き出した。

Lord Kelvin が活躍した 19 世紀には、数多くの研究者によってねじり実験が行なわれ、金属材料の粘性・非弾性的性質・減衰性および内部摩擦などが研究された。J.A. Ewing は磨いた鉄材に周期的な引張荷重を加えたときの、ヒステリシス ループについて、また W. Voigt は同様な問題を周期的な荷重による曲げ試験について、それぞれ研究した。

このような多くの研究が、構造物の自由振動の際に認められるエネルギーの吸収および散逸機構を解明するために行なわれた。振動の減衰をひきおこす散逸力 (抵抗力) をどのような形で計算公式の中へ取り入れるべきであるか? この課題に対して提案された仮説のうち、今日に至るまで最も広く用いられているのが、1890 年に W. Voigt によって提唱された粘性抵抗の仮説である。すなわち、振動学の教科書などで周知のように、Voigt は実際の振動系を粘弾性体とみなし、内部抵抗は、粘性を有する液体の中で運動する物体が受けるのと同じよう

な粘性抵抗として表わされるものとした。そのような振動系の力学モデルとしては、図-1 に示すように弾性要素 k およびそれに並列する粘性要素 c の両者から成り立つ系 (Kelvin-Voigt モデル) を考えることができる。

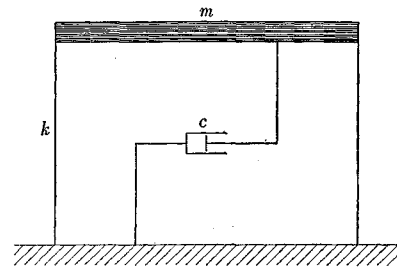


図-1 1自由度粘性減衰振動系

Voigt の仮説 (あるいは Kelvin-Voigt の仮説とも呼ばれる) は、取扱いが容易なこともあって、今日においても実用的価値をなんら失っていない。しかしながら、この仮説に立脚すれば、構造物の振動実験結果と矛盾するような結論に至ることがあり^{2)~5)}、かくして Voigt の仮説にかわる新しい仮説——そして、これはまた Voigt の仮説と同様に取り扱いやすいものでなければならぬ——の必要が認められ、その一つとして複素ばね定数という概念が導入された。とくにソビエトにおいては 1950 年代にソロキン (E.C. Сорокин) によって減衰機構に関する膨大な実験および理論的研究が行なわれ、一連の論文および著書として発表された^{27)~34)}。そのせいか、ソビエトでは 1960 年代に入って振動学の教科書^{6)~8)} の中でも、ソロキンの仮説に基づく減衰振動が説明されるようになり、また多くの研究者によって、この仮説が採用されている^{9)~13)}。これに対して、わが国ではまだほんの二、三の教科書^{14)~15)}や論文⁴⁾の中で複素ばね定数の概念について言及されているにすぎないので、以下においてこの概念について述べ、あわせて、わが国ではあまり知られていないロシア語の文献を紹介することにした。

2. 粘性減衰振動 (Voigt の仮説)

4. の諸式との比較を容易にするために、われわれはまず Voigt の仮説に基づく粘性減衰振動の要点を記すことにしよう。図-1 に示す系の自由振動の方程式は、

* 正会員 工博 関西大学助教授 工学部土木工学科
a) 本節のこれ以後の記事については、文献^{11),12)}を参照されたい。

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0 \dots\dots\dots(1)$$

となり、時刻 $t=0$ における初期条件

$$y=y_0, \dot{y}=\dot{y}_0 \dots\dots\dots(2)$$

に対する解は

$$y=e^{-\beta t} \left(y_0 \cos \omega_d t + \frac{\dot{y}_0 + \beta y_0}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) \dots\dots(3)$$

となることは周知のとおりである。ここに

$$\left. \begin{aligned} \beta &= c/2m, \quad \omega_n^2 = k/m, \\ \omega_d &= \omega_n \sqrt{1 - (\beta/\omega_n)^2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

式 (3) で与えられる $y=y(t)$ 曲線の一例は 図-2 のようになる。以下においてわれわれは

$$\delta = \ln(y_n/y_{n+1}) = \beta T_d = 2\pi\beta/\omega_d \dots\dots\dots(5)$$

で定義される δ を対数減衰率として採用する (T_d は減衰振動の固有周期である)^{b)}。

式 (5) からわかるように、Voigt の仮説に従う場合には、対数減衰率あるいは工学上よく用いられる減衰定数 $\zeta (= \beta/\omega_n)$ は、同一材料・同一寸法の構造物であっても系の固有振動数によって異なることになる。たとえば、図-3 に示す (1), (2) 2つの構造物は、その柱については、ともに k および c という同一の特性値を有するにもかかわらず、柱が支えるはりの重さが異なるために、その対数減衰率はそれぞれ

$$\delta_a = \frac{2\pi c}{\sqrt{4m_0k - c^2}}, \quad \delta_b = \frac{2\pi c}{\sqrt{16m_0k - c^2}} \dots\dots(6)$$

となり、かくして、減衰をひきおこす部材 (柱) は全く同一であるにもかかわらず、減衰機構はあたかも相異なっているような奇妙なことになる。

次に、図-1 の質点 m が周期的な強制変位 $y(t) = a \cos \omega t$ を受けるものとしよう (a は定数)。このとき、質点 m の受ける総抵抗力 Q は

$$Q = ky + c\dot{y} = Q_0 \cos(\omega t + \phi) \dots\dots\dots(7)$$

で与えられる。ここに

$$\left. \begin{aligned} Q_0 &= a\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}, \\ \tan \phi &= c\omega/k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

であり、 Q_0 も ϕ もともに ω に依存する。

式 (7) は、また

$$Q = ky \pm c\omega\sqrt{a^2 - y^2}, \quad |y| \leq a \dots\dots\dots(9)$$

とも書ける。式 (9) は、図-4 にその一例を示すように、 ω をパラメーターとした長円群を表わしている。この長円群は ω の値のいかんにかかわらず点 a と e をとおき、かつこの2点においては、 $dQ/dy = \pm \infty$ である。また、 ω の値が大きいほど、この長円は Q 軸方向にふくれる。

図-4 に示す長円は、調和関数で表わされる周期的な強制変位が作用するときの構造材料 (あるいは構造物)

b) ときとして、隣接する極大値および極小値の比の自然対数、すなわち $\delta = \beta(T_d/2)$ が対数減衰率として用いられることがある (たとえば、文献²⁾) ので注意しなければならない。

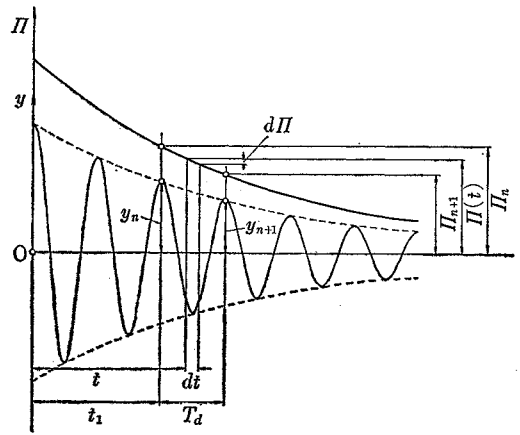


図-2 粘性減衰系の変位とポテンシャルエネルギーの時間的变化

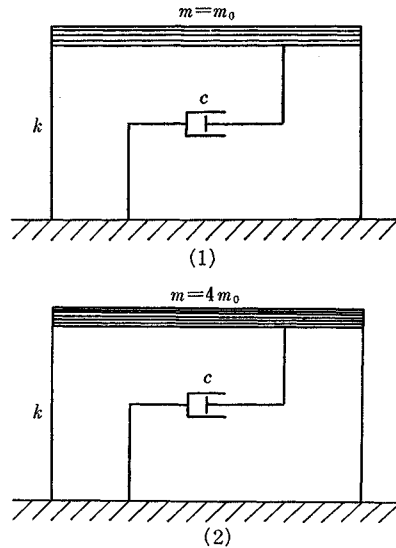
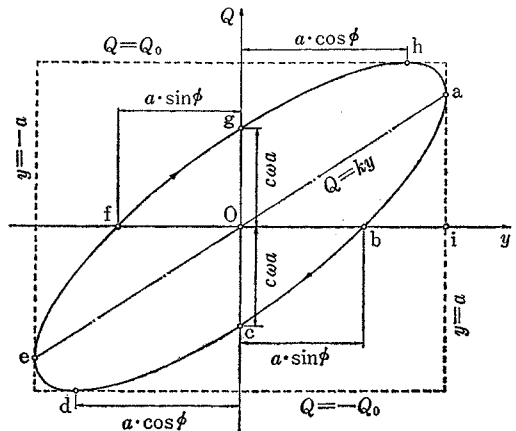


図-3 対数減衰率の比較のための振動系



(長円で表わされるヒステリシス ループ)
図-4 変位が正弦波で与えられるときの粘性減衰系の総抵抗力と変位との関係

の履歴特性曲線とも考えられる。この場合、構造材料によってエネルギーが吸収されるのであるから、加力過程に対応する履歴曲線はヒステリシス ループの上半分(点 e → f → g → h → a) で与えられ、減力過程の際には、履歴曲線は点 a → b → c → d → e 上を進む。

さて、ヒステリシス ループの軸 O-a と横軸 O-y とではさまれた ΔOai の面積は、振動振幅 a に対応する系のポテンシャル エネルギー Π を表わす¹⁾。また、系の振動エネルギーのうち1サイクルの間に不可逆的に失われる部分は、ヒステリシス ループの面積 $\Delta\Pi$ で与えられる。このとき

$$\psi = \Delta\Pi / \Pi \dots\dots\dots (10)$$

を吸収係数、あるいは散逸係数と呼ぶ(英語: damping capacity, loss coefficient; ロシア語: коэффициент поглощения, коэффициент рассеивания)。

ところで、式(3)で表わされる減衰振動を行なっている系について、時刻 t におけるポテンシャル エネルギーを $\Pi = \Pi(t)$ とし(図-2 参照)、微小な時間 dt の間に散逸するエネルギーを $d\Pi$ とする。そうすると、式(10)と図-2を参照すれば

$$\psi = - \int_{t_1}^{t_1+T} \frac{d\Pi}{\Pi} = \ln \frac{\Pi_n}{\Pi_{n+1}} \dots\dots\dots (11)$$

となることがわかる。ここに

$$\Pi_n = \frac{1}{2} k y_n^2, \quad \Pi_{n+1} = \frac{1}{2} k y_{n+1}^2 \dots\dots\dots (12)$$

であるから、これらを上式に代入し、式(5)を考慮すれば

$$\psi = 2\delta \dots\dots\dots (13)$$

という関係を得る⁴⁾。

3. 複素ばね定数

前節で述べたように、Voigt の仮説に立脚すれば、図-4に示す履歴特性曲線は、サイクリックな変位の振動数 ω に依存する。したがって、このときには散逸係数 ψ も ω に依存する。ところが、ソロキンが行なった実験では次のような結論が得られた⁹⁾。

① 散逸係数 ψ は、材料および応力形態(直応力・せん断応力)のいかんにかかわらず、サイクリックな変位の振動数には無関係であり、したがってまた、変位の速度にも依存しない。この正当性は多数の実験によって

o) ポテンシャル エネルギーの定義としては、いろいろなのが考えられる。それゆえにまた、どのような定義によるポテンシャル エネルギーを採用したかをはっきりさせておかないと議論があいまいになる。くわしくは文献^{9),10)}を参照。

d) 式(13)は $\psi = \text{const.}$ (すなわち、 ψ は振動の振幅および速度には依存しない) という仮定のもとに得られた近似公式である。なお、散逸係数の定義にも、いろいろなものがある。くわしくは文献¹¹⁾を参照。

裏付けられた。

② 非常に小さい変位振幅の場合を除けば、いろいろな構造材料(コンクリート・RC・れんが、など)の ψ の値は、変位振幅に無関係に、一定とみなすことができる。

③ 鋼・RC・れんがにおいては、対称的サイクリック応力(両振り応力)から非対称的応力(片振り応力)へ移行するにつれて ψ の値は低下し、片振り領域では ψ はほとんど一定となる。

④ 応力の振幅が材料の疲労限度を越えないかぎり、 ψ はその材料が経験する応力の繰返し回数には、ほとんど依存しない。

以上のような実験結果を考慮して、変位の振動数 ω に依存しないヒステリシス ループ³³⁾の表示式を考えよう。その最も簡単な例としては式(7)の Q_0 および ϕ を、 ω に無関係な定数としたものを、採用すればよいであろう。すなわち、変位 y および抵抗力 Q が

$$y = a \cdot \cos \omega t, \quad Q = Q_0 \cdot \cos(\omega t + \phi) \dots\dots\dots (14)$$

で与えられるような履歴特性曲線を考えるわけである。式(14)は形の上では式(7)と全く同一であるが、式(14)においては、 Q_0 も ϕ もともに ω には、なんら依存しないという大きな相違点がある。

式(14)を簡単に表示するために、われわれはここで複素変位 y^* 、複素ばね定数 k^* 、および複素抵抗力 Q^* を導入し、これらの間に

$$Q^* = k^* \cdot y^* \dots\dots\dots (15)$$

という関係があるものとする。ここで

$$\left. \begin{aligned} k^* &= k(u + iv) = k e^{i\phi}, \\ y^* &= a e^{i\omega t}, \\ Q^* &= Q_0 e^{i(\omega t + \phi)}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ただし

$$u^2 + v^2 = 1, \dots\dots\dots (17)$$

$$Q_0 = ak \dots\dots\dots (18)$$

とすれば、式(16)は式(15)を満たしている。そして、 y^* および Q^* の実数部分はそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{R}[y^*] &= a \cdot \cos \omega t, \\ \mathbf{R}[Q^*] &= Q_0 \cdot \cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

となっているが、これは式(14)にほかならない。

式(14)から ω を消去すれば

$$\begin{aligned} Q &= k(y \cos \phi \pm \sqrt{a^2 - y^2} \sin \phi) \\ &= k(uy \pm va \sqrt{1 - (y/a)^2}) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

となる。これは、式(9)と同じ形式の式であるから、式(19)の Q と y はやはり図-4と同じような長円を描くが、今度の長円(図-5)は振動数 ω には依存しない。

以上の考察から、振動数 ω に依存しない履歴特性を表わす最も簡単な方法としては、ばね定数として式(16)の第1式で定義される複素ばね定数 k^* を用いればよい

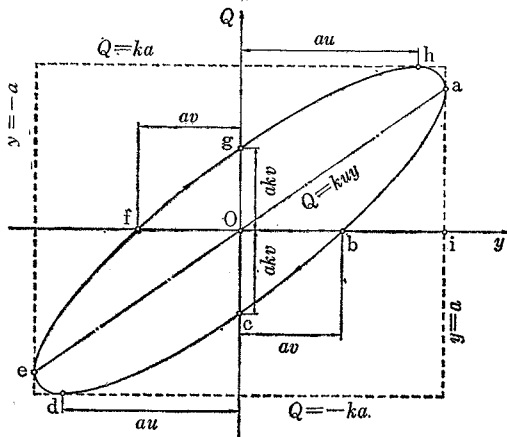


図-5 変位の振動数には依存しない長円型ヒステリシスループ

ことがわかる。

以上は、荷重と変位との間の関係であるが、これは応力 σ とひずみ ϵ との関係として表わすこともできる²⁾。前と同様に、対応する複素量には星印をつけることにすれば

$$\sigma^* = E^* \cdot \epsilon^* = E(u + iv)\epsilon^* \dots\dots\dots (20)$$

となる(一般化された Hooke の法則)。ここに、 $E(u + iv)$ は複素弾性係数である。 u および v の値については次節で述べるが、もし u および v が定数であれば、 σ^* と ϵ^* 、あるいは Q^* と y^* は線形関係で結合されていることになる。

4. ソロキンの仮説に基づく減衰振動

複素ばね定数 k^* を用いると、自由振動の運動方程式は

$$m\ddot{y}^* + k(u + iv)y^* = 0 \dots\dots\dots (21)$$

となる。この式の解を

$$y^* = A^* e^{-\beta' t} e^{i\omega_d' t} \dots\dots\dots (22)$$

と仮定して³⁾、これを上式に代入し、実数部と虚数部に分けることにより、最終的に次の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} \beta'^2 - \omega_d'^2 + ku/m &= 0, \\ kv/m - 2\beta'\omega_d' &= 0. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

式(17)を考慮して、上式から β' と ω_d' を求めると次のようになる。

$$\beta' = \sqrt{\frac{k}{2m(u+1)}} v, \dots\dots\dots (24)$$

$$\omega_d' = \sqrt{\frac{k}{2m}(u+1)}. \dots\dots\dots (25)$$

次に、積分定数を $A^* = A + iB$ とおいて、 y^* の実数部分を求めると

e) 振動が発散しないためには $\lim_{t \rightarrow \infty} |y^*| = 0$ でなければならない³⁰⁾。

$$y = \mathbf{R}[y^*] = e^{-\beta' t} (A \cos \omega_d' t - B \sin \omega_d' t) \dots\dots\dots (26)$$

となるから、式(2)の初期条件を用いて、 A, B を定めると、 y は次のように表わされる。

$$y = e^{-\beta' t} \left(y_0 \cos \omega_d' t + \frac{\dot{y}_0 + \beta' y_0}{\omega_d'} \sin \omega_d' t \right) \dots\dots\dots (27)$$

式(27)は Voigt の仮説を用いたときの解(3)と同じ形をしている。したがって、上式で表わされる減衰振動の対数減衰率 δ' とエネルギー散逸係数 ψ' の間には

$$\delta' = \frac{2\pi\beta'}{\omega_d'} = \frac{1}{2}\psi' \dots\dots\dots (28)$$

という(近似)関係がある(式(13)参照)。

さて、式(23)を u および v について解くと

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{m}{k} \omega_d'^2 \{1 - (\beta'/\omega_d')^2\}, \\ v &= 2 \frac{m}{k} \omega_d'^2 (\beta'/\omega_d') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

となる。そこで

$$r = \psi'/2\pi = \delta'/\pi \dots\dots\dots (30)$$

で定義される r (ロシア語の文献ではこれを内部摩擦係数 **коэффициент внутреннего трения** あるいは非弾性抵抗係数 **коэффициент неупругого сопротивления** と呼んでいる)を導入すれば、式(29)より

$$\frac{v}{u} = \frac{4r}{4-r^2} \dots\dots\dots (31)$$

となるので、この式と式(17)から、 u, v を決定すれば

$$u = \frac{4-r^2}{4+r^2}, \quad v = \frac{4r}{4+r^2} \dots\dots\dots (32)$$

となる。かくして u および v の値が確定した。式(32)はソロキンによって初めて得られたものである¹⁾。3. で述べたことからして、 r は実用上定数とみなせるから、 u および v も定数となる。

$k/m = \omega_n^2$ であるから、式(24),(25),(32)より

$$\left. \begin{aligned} \beta' &= \frac{1}{2} r \omega_d' = \frac{r}{\sqrt{4+r^2}} \omega_n, \\ \omega_d' &= \frac{2}{\sqrt{4+r^2}} \omega_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

という関係を得る。とくに

$$\beta = \beta' \dots\dots\dots (34)$$

のときには、 $\omega_d = \omega_d'$ となるのがわかるから、式(34)の関係が満たされているときには、Voigt の仮説とソロキンの仮説とは同一の結果を与えることになる。実用的には、式(34)はつねに満たされていると考えることができる。なぜなら、式(13),(28)により

f) 文献^{31),32)}によれば、これは文献²⁷⁾⁻²⁹⁾に示されているそうであるが、筆者はこれらの文献をまだ読んでいない。したがって、ここでは筆者の流儀によって、 u および v の値を決定したが、ソロキンは、あるいは別の方法で、これらの値を求めているのかも知れない。

$$\beta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \omega_n, \quad \beta' = \frac{\delta'}{\sqrt{4\pi^2 + \delta'^2}} \omega_n \quad \dots\dots (35)$$

となるからである⁸⁾。

なお、 δ ないし δ' は 1 に比べて小さいから¹⁾、式 (32) より近似的に

$$u = 1, \quad v = r \quad \dots\dots (36)$$

という関係を得る。したがって、このときには複素ばね定数は

$$k^* = k(1 + iv) \quad \dots\dots (37)$$

と表わされる。文献^{7), 14), 19)~21)}では、式 (37) の形の複素ばね定数が採用されているが、これはあくまでも上述のように物理的現象 (ヒステリシス ループ) を考慮して誘導した式 (16) の第 1 式および式 (32) の近似公式とみるべきである¹³⁾。式 (37) は物理的には、なんらの根拠をも持っていない²²⁾。実際、 $u=1$ とすると式 (25) より $\omega_{d'} = \omega_n$ となってしまふ。

5. 不規則外乱に対する応答

ソロキンの仮説に基づく強制振動の運動方程式

$$m\ddot{y}^* + k(u + iv)y^* = f(t) \quad \dots\dots (38)$$

において、外乱 $f(t)$ が時間 t に関する実数の不規則関数として与えられる場合の応答を求めよう。系の周波数応答関数 $H(i\omega)$ は、入力 $f(t) = e^{i\omega t}$ に対する定常出力を $y^*(t) = H(i\omega)e^{i\omega t}$ とおいたときの係数 $H(i\omega)$ として与えられるから²³⁾、複素ばね定数 k^* を有する系に対しては式 (38) から

$$H(i\omega) = \frac{1}{m\{-\omega^2 + (u + iv)\omega_n^2\}} \quad \dots\dots (39)$$

を得る。したがって、式 (17) の関係を考慮すると

$$|H(i\omega)|^2 = \frac{1}{m^2(\omega^4 - 2u\omega_n^2\omega^2 + \omega_n^4)} \quad \dots\dots (40)$$

となる。

いま、入力 $f(t)$ のパワー スペクトル密度を $S_f(\omega)$ とすると、出力 $y = \mathbf{R}[y^*]$ の定常状態¹⁾における自乗平均値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[y^2] &= \int_{-\infty}^{\infty} |H(i\omega)|^2 S_f(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{m^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_f(\omega)}{\omega^4 - 2u\omega_n^2\omega^2 + \omega_n^4} d\omega, \end{aligned} \quad \dots\dots (41)$$

g) 一つの構造材料あるいは一つの構造物について、対数減衰率はただひとつ存在する。ここでは、Voigt の仮説およびソロキンの仮説に基づく各減衰振動を区別するために、 δ および δ' という 2 つの記号を使用した。実際には両者は同一のものである。

h) 橋梁構造の対数減衰率については文献^{9), 10)}を参照。

i) 文献⁹⁾には過渡状態における応答および多自由度系の応答が取扱われている。

j) 式 (41) の形の積分は留数の助けを借りて求めることができるが、 $S_f(\omega)$ が ω の多項式で与えられる場合には、文献^{24)~26)}に示されている公式を用いるのが便利である。

最も簡単な例として、 $S_f(\omega) = S = \text{const.}$ (定常白色雑音) の場合を考えると^{j)}

$$\mathbf{E}[y^2] = \frac{S\pi}{m^2\omega_n^3\sqrt{2}(1-u)} = \frac{S\pi}{m^2\omega_n^3} \cdot \frac{\sqrt{4+r^2}}{2r} \quad \dots\dots (42)$$

したがって、 r は 1 に比べて小さいことに注意すれば

$$\mathbf{E}[y^2] \approx \frac{S\pi}{m^2\omega_n^3 r} = \frac{S\pi^2}{m^2\omega_n^3 \delta'} \quad \dots\dots (43)$$

これに対して、Voigt の仮説を用いた場合の周波数応答関数は

$$H(i\omega) = \frac{1}{m(-\omega^2 + \omega_n^2 + 2i\beta\omega)} \quad \dots\dots (44)$$

となるので、 $S_f(\omega) = S = \text{const.}$ のときには、出力 y の定常状態における自乗平均値は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[y^2] &= \frac{S}{m^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + (2\beta\omega)^2} d\omega \\ &= \frac{S\pi}{m^2\omega_n^2} \cdot \frac{1}{2\beta} \quad \dots\dots (45) \end{aligned}$$

ところが、 $2\beta \approx \omega_n \delta/\pi$ であるから、これを上式に代入すれば、

$$\mathbf{E}[y^2] \approx \frac{S\pi^2}{m^2\omega_n^3 \delta} \quad \dots\dots (46)$$

という結果を得る。これは式 (43) で与えられる結果と同一である。

参考文献および註

- 1) S.P. Timoshenko : History of Strength of Materials. McGraw-Hill, Inc., 1953.
- 2) B.J. Lazan : Damping of Materials and Members in Structural Mechanics. Pergamon Press, 1968.
- 3) 樋口芳朗 : 工学材料の模型解析, 土木学会誌, 第 38 卷第 9 号, pp. 6-10, 昭和 28 年 (1953) 9 月.
- 4) 小西一郎・山田善一 : 鋼構造物の減衰性と桁橋の強制振動性状について, 土木学会誌, 第 41 卷第 2 号, pp. 7-13, 昭和 31 年 (1956) 2 月.
- 5) 畑野 正 : 粘弾性体の振動, 土木学会論文集 第 110 号, pp. 10-20, 昭和 39 年 (1964) 10 月.
- 6) С.В. Поляков : Сейсмостойкие конструкции зданий. (耐震的建築構造). Издательство <<Высшая Школа>>, Москва, 1969.
- 7) А.А. Курдюмов : Вибрация корабля (船舶の振動). Издание 2-е, Государственное союзное издательство судостроительной промышленности, Ленинград, 1961.
- 8) Н.А. Николаенко : Вероятностные методы динамического расчета машиностроительных конструкций (機械構造の確率論的動的設計法). Издательство <<Машиностроение>>, Москва, 1967.
- 9) М.Ф. Барштейн : Приложение вероятностных методов к расчету сооружений на сейсмические воздействия (地震力を受ける構造物の計算への確率論的手法の応用). <<Строительная механика и расчет сооружений (以下 <<СМРС>> と略記する)>>, No. 2, pp. 6-14, 1960. ただし、この論文の内容は次の文献 10) にも記載されている。
- 10) M.F. Barstein : Application of Probability Methods for Structures. Proc. of 2nd World Conf. on Earthquake Eng. (WCBE), Vol. II, Tokyo and Kyoto,

- 1960.
- 11) М.Ф. Барштейн : Воздействие нерегулярной волны на сквозные инженерные сооружения (不規則波浪がトラス状土木構造物へ及ぼす影響). <<СМРС>>, No. 1, pp. 31-41, 1964.
 - 12) Я.М. Айзенберг : Адаптация к сейсмическому воздействию систем с выключающимися связями и их расчет при неполной сейсмологической информации (大きな力を受けたときにその機能を停止するタイ材を有する系の、地震力に対する順応,ならびに不完全な地震気象情報しかない場合のその計算法).<<СМРС>>, No. 2, pp. 35-40, 1971.
 - 13) Б.Г. Подольский : Приближенное представление гипотезы внутреннего трения, не зависящего от частоты (内部摩擦に関する仮説の近似的表示). <<СМРС>>, No. 2, pp. 46-49, 1971.
 - 14) 田治見宏 : 建築振動学, コロナ社, 昭和40年(1965).
 - 15) 金井・小堀・蛭田 : 地震・振動学, 建築学大系11, 彰国社, 昭和38年(1963). この中の小堀による振動論参照.
 - 16) D.E. Hudson : Equivalent Viscous Friction for Hysteretic Systems with Earthquake-Like Excitations. Proc. of 3rd WCEE, Vol. II, Auckland and Wellington, 1965.
 - 17) И.И. Быховский : Основы теории вибрационной механики (工業振動学原論). Издательство <<Машиностроение>>, Москва, 1969.
 - 18) 伊藤 学・片山恒雄 : 橋梁構造の減衰振動, 土木学会論文集第117号, pp. 12-22, 昭和40年(1965)5月.
 - 19) Bleich, McCullough, Rosecrans, Vincent : The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges. Department of Commerce, Bureau Public of Roads, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C. 1950. 本書の Chapter 6 : Structural Damping (by Fr. Bleich) を参照.
 - 20) W.C. Hurty, M.F. Rubinstein : Dynamics of Structures. Prentice-Hall, Inc., 1964.
 - 21) J.D. Robson : An Introduction to Random Vibration. Edinburgh University Press, 1963.
 - 22) N.O. Mykkestad : The Concept of Complex Damping. Jour. App. Mech., Vol. 19, No. 3, pp. 284-286, Sept., 1952.
 - 23) A. Papoulis 著・大槻・平岡監訳 : 工学のための応用フーリエ積分, オーム社, 昭和42年(1967).
 - 24) 榎木・添田・中溝 : 統計的自動制御理論, コロナ社, 昭和41年(1966).
 - 25) В.С. Пугачев : Введение в теорию вероятностей (確率論入門). Издательство <<Наука>>, 1968.
 - 26) S.H. Crandall, W.D. Mark : Random Vibrations in Mechanical Systems. Academic Press, 1963.
- 文献27)~34)はすべて E.C. Сорокин 教授の論文である。これらの文献のうち、筆者は27)~31)をまだ入手できないので読んでいないが、これらはロシア語の文献でよく引用されているので、他の文献と一緒にここにかかげることにした。
- 27) Исследования по динамике сооружений (構造物の動力学に関する研究). Госстройиздат, 1951.
 - 28) Динамический расчет несущих конструкций зданий (建築構造物の動的計算法). Госстройиздат, 1956.
 - 29) Внутренние и внешние сопротивление при колебаниях твердых тел (固体の振動時の内外的および外的抵抗). Научное сообщение ЦНИИСК, вып. 3, Госстройиздат, 1957.
 - 30) Статистическая теория внутреннего трения в твердых телах (固体の内部摩擦に関する統計的理論). <<СМРС>>, No. 3, 1959.
 - 31) К теории внутреннего трения колебаниях упругих систем (弾性系の振動における内部摩擦の理論について) Госстройиздат, 1960.
 - 32) Влияние внутреннего трения на напряжения в балках и плитах при импульсных нагрузках (衝撃的荷重を受けるはりおよび板の応力へ及ぼす内部摩擦の影響). <<СМРС>>, No. 2, pp. 14-18, 1960.
 - 33) Внутреннее трение в материалах и конструкциях с нелинейной упругой характеристикой (非弾性的特性を有する材料および構造物の内部摩擦). <<СМРС>> No. 3, pp. 25-28, 1964.
 - 34) Переходный процесс в системе с внутренним трением при периодических силах (内部摩擦を有する系に周期的荷重が作用するときの過渡過程). <<СМРС>> No. 2, pp. 41-46, 1971.

(1971.10.30・受付)

土木学会第26回年次学術講演集残部頒布中

(昭和46年10月1日~3日, 仙台市)

部 門	部 門 別 内 容	題数・ページ数	頒 価
第1部	応力・構力・橋梁など	230題 720 p.	1 600円 (〒200円)
第2部	水理・水文・港湾・海岸・発電・衛生など	230題 686 p.	1 500円 (〒200円)
第3部	土質・基礎・岩盤など	145題 488 p.	1 000円 (〒200円)
第4部	道路・鉄道・交通・都市・国土・測量など	116題 322 p.	700円 (〒200円)
第5部	土木材料・コンクリートなど	126題 348 p.	800円 (〒200円)

注 : 第1部から第5部までのセットは残部僅少です。1セットの場合は 5 600円 (〒600円) です。