

コンピューターと流体力学*

—最近の二、三の問題点—

日 野 幹 雄**

はじめに

(1) 流体力学の考え方

流体の運動は、多くの場合きわめて複雑であり、実用上の問題の解法には、解析的方法がしばしばその有用性を失う。それは、ひとつには流体運動を記述する方程式 (Navier-Stokes eq.) の非線型性によるものであり、このことは、逆に流体力学の問題がしばしば非線型問題についての新しい解法を生み出すきっかけとなったり、非線型問題の新手法の試験材を提供してきた。

19世紀の流体力学が、実際の流体现象の解明というよりも応用数学的色彩の多分に強いものであったのに反し、今世紀前半のそれは、非線型の基礎方程式を数学一辺倒でやみくもに解くことよりは、むしろ方程式の表わす物理的意味についての深い洞察をもとにした解法の展開に特色がある。これにより、多くの現実の流れの問題が解決された (たとえば、境界層理論・混合距離理論・局所的等方性の理論をあげることができる)。しかしながら、こうした理論のみでは、複雑な境界条件のもとの流体運動の解を得ることが容易でないのは、もちろんである。

ここでは、最近の二、三の話題を素材に、コンピューターと流体力学のフィロソフィーについて解説した。

(2) 数値予報・数値実験の思想の誕生

一方、いかに流体の運動が複雑であるとしても、それは基礎方程式 (Navier-Stokes eq. と連続式) で記述されるべきものであり、その解にほかならない。それゆえ、基礎方程式を複雑な境界条件を考慮しつつ正確に数値的に解いてゆけば解が求まるはずであると考えて、実行した最初の人々が Richardson (イギリス・1922) である。彼は現在の天気の数値予報の先駆者であり、流体力学の

数値実験・計算機実験のパイオニアである。しかし、彼の大変な努力 (当時は今日のような電子計算機はなかった) にもかかわらず、結果は見事な失敗に終わった。それは、今日から見れば明白な原因つまり、計算理論の不備による計算安定性の無視によるものであった。

(3) 数値実験の発達

こうした数値実験の試みは、より単純で基礎的な問題について、多くの人々により行なわれてきた。高速大容量の電子計算機の登場以前の代表的研究には、一様流中の円柱のまわりの流れについての Thom (イギリス・1933)・川口光年 (1953,54)・Payne (イギリス・1958,初期の電算機) の計算がある。

流体力学における数値実験の方法を、飛躍的に発展させ、その見事さを強く印象づけたのは 1963年に発表された一様流中に直に置かれた平板からのカルマン渦の発生についての Fromm & Harlow の計算である (図-1)。彼らは当時の最高性能の電子計算機 IBM 7090 を使って、時々刻々の流れの変化を計算しただけではなく、それをブラウン管ディスプレイと組合せ、各時間ごとの計算結果をブラウン管に映し出し、それを一こまずつ 16 mm フィルムに記録した。これを映写することにより、あたかも実験室における flow visualization のように、いや、それ以上完全に (というのは流跡線のほかに、実験では無理な渦度図・流関数図も) 示した。その後、Fromm & Harlow を中心とするカリフォルニア大学ロスアラモス研究所のグループは次々と新しい手法を開発している。

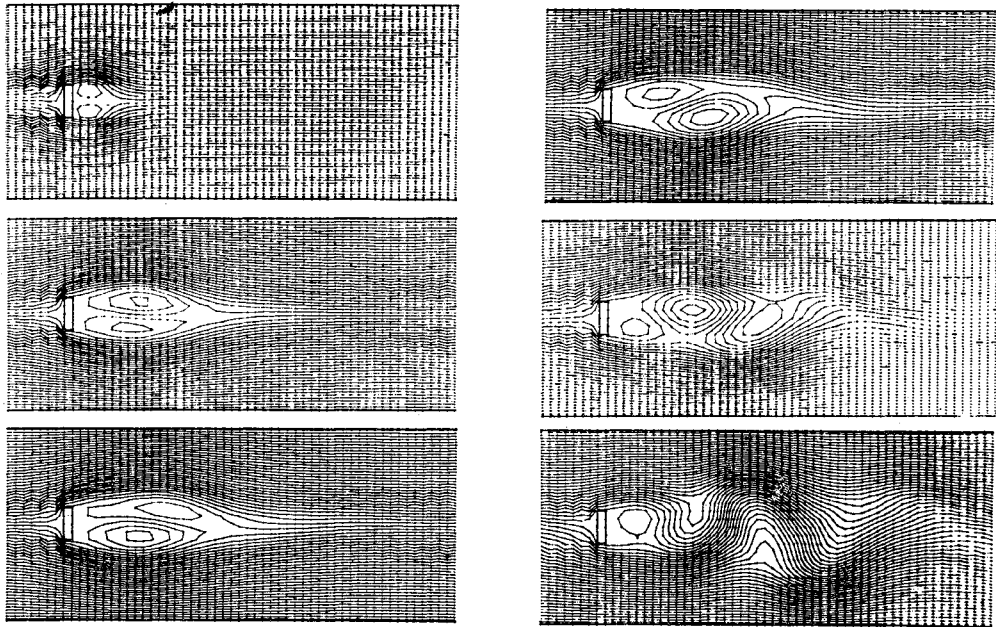
もっとも、Fromm らの数値実験については、理論流体力学者の間から結果の信ぴょう性について若干の疑問がささやかれていないでもない。

Fromm らにはじまる最近のこの種の数値実験は、どちらかといえば、現代の流体力学理論の空白を埋めるための基礎的研究であるといえる。

一方において、簡単に模型実験のできない気象学や海洋学といった地球物理学やこれも対象域の広い土木工学

* 京都大学数理解析研究所研究集会にて発表 (1970年11月11日)

** 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科



(Fromm & Harlow Methods in Computational Physics, Vol. 3, p. 377, 1964. による)

図一 流れの中におかれた平板からのカルマン渦の発生

の分野においても、高潮・津波・冷却温廃水の放流などについて多くの計算機実験の手法が開発され、問題の解決がなされてきた。

1. 速度の遅い粘性流^{1)~8)}

流体力学におけるコンピューター利用の最も基本的な問題のひとつに、一様流中の円柱まわりの非定常な流れの問題がある。レイノルズ数が十分小さければ、流れはもちろん定常であるが、レイノルズ数が 40 を越えると円柱の背後に交互にカルマン渦が発生して、流れは非定常となる。

流体の運動方程式と連続式は二次元的流れに対して

$$\left. \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 v \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

となる。ここに、 x, y : 座標軸 (一様流の方向を x とする)、 u, v : x, y 方向の流速成分、 p : 圧力、 μ : 粘性係数。式 (1) には u, v, p と 3 つの従属変数があるから、流れ関数 ψ と渦度 ω を

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \omega &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

で定義し、変数を 2 個とする。その結果、長さの単位を

円柱半径 a 、流速の単位を無限遠での流速 U_∞ にとつて、無次元量に関する方程式を次のように得る。

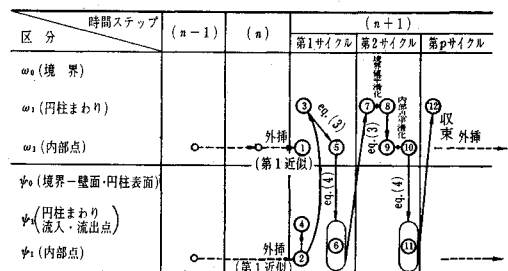
$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{2}{Re} \nabla^2 \omega \dots (3)$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega \dots (4)$$

式 (3) を ω を求めるための式、式 (4) をこの ω を用いて ψ を求めるための式と考えて Relaxation 法 (加速 Liebmann 法がよく用いられる) やマトリックス法などにより解くというのが数値解法の一般的な方法である。また、式 (3), (4) を ψ のみあるいは ω のみに関する高階の微分方程式にして解くこともできる。しかし、一般に解の収束性は遅くなるようである。

この場合に、式 (3) で既知と考えた ψ と式 (4) の ψ とは実際には相等しなくてはならないが、普通の計算法では一時間ステップ Δt に対応する時間分だけ差があるので、両者の ψ が一致するまで同一時間 t について式 (3), (4) について iteration をする Pearson の方法もある (表-1)。

表-1 計算の方法



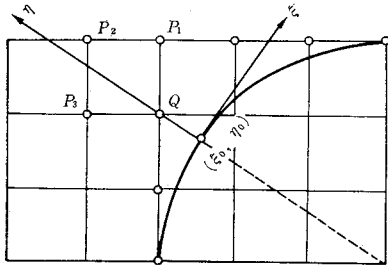


図-2 テーラー展開により境界点 (ξ_0, η_0) の値を Q 点に代表させる

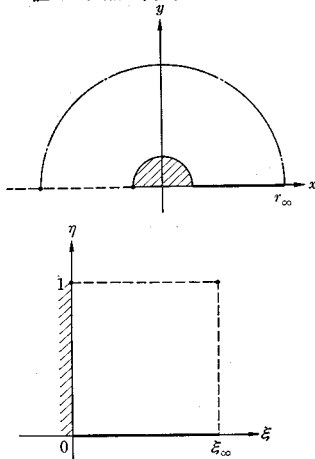
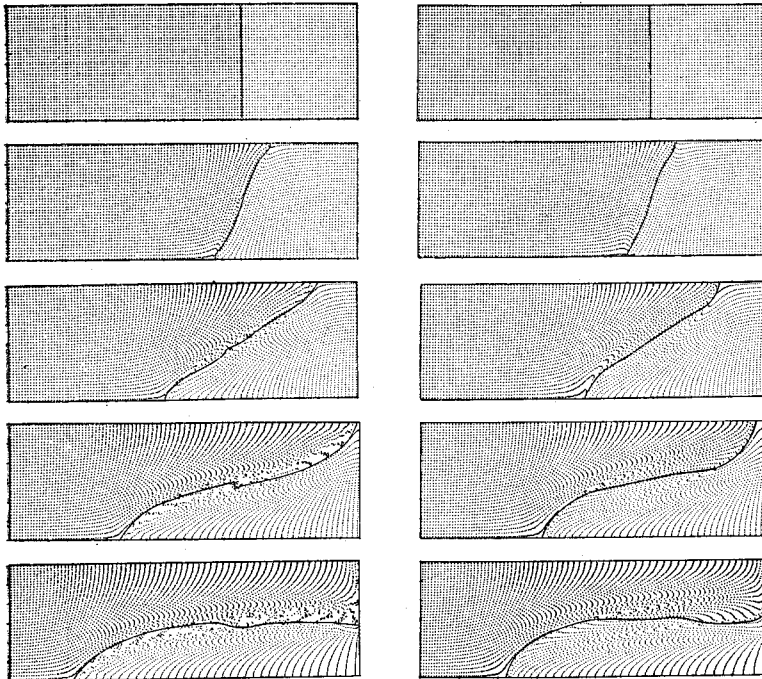


図-3 等角写像 $(\xi+i\eta) = \frac{1}{\pi} \ln(x+iy)$ により半無限の扇形領域を矩形領域におきかえる方法⁵⁾



(Daly, Phy. Fluid, Vol. 11, p. 21, 1968, による)

図-6 “Rayleigh-Taylor 不安定”の成長過程(重い流体(右)と軽い流体(左)の間の壁が急に取られた後の流体の運動)

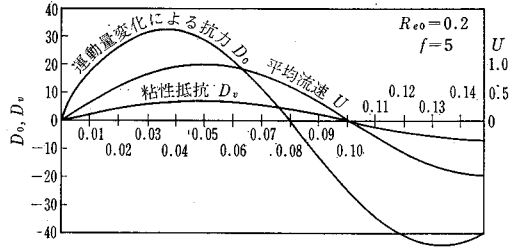


図-4 振動流中の円柱に働く抗力³⁾

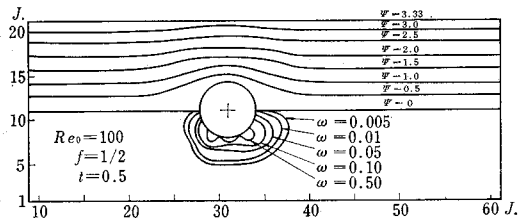


図 5 振動流中の円柱まわりの流線(上半分)と渦渡(下半分)の分布³⁾

なお、圧力 p が必要ならば、式 (3),(4) の ψ を用いて次式から求めればよい。

$$\nabla^2 p = 4 \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \dots \dots (5)$$

上述の方法により、数値計算を行なう際に一番問題となるのは、物体表面と無限遠点での境界条件の処理である。これには、テーラー展開による境界値の近似法³⁾(図-2)や等角写像による座標変換の方法^{4),5)}がある

(図-3)。粘性層流の数値解析の一例として、振動流中の円柱まわりの流れの計算例³⁾を図-4,5に示す。

最近、上に述べた $\psi \cdot \omega$ に関して解く方法のほかに、流速成分 u, v と圧力 p のまま計算をすすめ、同時に格子を代表する粒子を配置し、計算された u, v に従って粒子を移動させる Marker And Cell (MAC) 法⁶⁾、さらにこの方法を改良した Particle In Cell (PIC) 法⁶⁾が考えられている。これらの方法は、自由表面のある流れや2種の流体の境界面のある場合、圧縮流体の場合にとくに威力を発揮する(図-6)。

構造解析の分野でめざましい発達をしている有限要素法も、速度ポテンシャルをもつ地下水流や多孔質中の流れにいち早く応用されており最近粘性流体の流れの数値解析への適用も試みられている⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾。

2. 乱流 (a) — 渦動粘性の概念 / 大気拡散の計算

1. に述べた方法を実用的なレイノルズ数範囲に拡張しようとする、たちまち障害にぶつかってしまう。というのは、 R_e の増加は流れの場を微細化し正しい数値解を得るためには格子間隔 $h = \Delta x = \Delta y$ をますます小さくしなくてはならないし、そのうえ計算の安定条件

$$2 \Delta t / R_e h^2 \leq 1/6$$

よりして、 Δt もますます短くしなければならないから、實際上、数値計算を進めることはできなくなる。

(1) 地形の影響を考慮した風の場の計算 — 今井の方法¹²⁾

そこで、レイノルズ以来の考えである (時間的) 平均化と変動成分の非線型効果の定数化により解決をはかることになる。さらに、Prandtl による境界層概念の導入により、粘性効果および変動成分の非線型効果である渦動粘性の作用する物体近傍の境界層と、これらを考慮しなくてよい残りの大部分とに分けて計算を簡略化する。

今井らは、三次元的地形の影響を考慮した風の場の計算について、この考え方により次の式を導いた。すなわち、粘性の影響を受けない上層の free layer は、山の高さに比例する地表面に分布する吹き出しを考慮して、速度ポテンシャル ($u_1 = U + \phi_x, v_1 = \phi_y$)

$$\phi(x, y, z) = \frac{U}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} h(\xi, \eta) \frac{x - \xi}{r^3} d\xi d\eta \dots\dots\dots (6)$$

$$r = \sqrt{(x - \zeta)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}$$

で与えられる (図-7)。一方、地表近くの B-層 (Boundary Layer) は渦動粘性係数 ϵ に関する渦動レイノルズ数 R_e を用いて

$$\frac{\partial \mathbf{V}^*}{\partial \xi} = \frac{L}{R_e} \frac{\partial^2 \mathbf{V}^*}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial h}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{V}^*}{\partial \zeta} \dots\dots\dots (7)$$

と書かれる。ここに、 $\mathbf{V}^* = (u_1 - u, v_1 - v)$, $u_1, v_1 = F$ -層下面の風速、 $\xi = x, \eta = y, \zeta = z - h(\xi, \eta)$, h : 山の高さ。

一方、種々の理論的推理や実験結果から、渦動レイノルズ数は、ほとんどすべての乱流について 100~200 の値をとることが知られており、式 (6), (7) により、複雑な実地形での風の場の計算をすることができる。この方法では、式 (7) よりも明らかなように、物体の背後に逆流領域が現われない。しかし、流れが層流の場合とは異なり乱流である実際の場合には、山の背面の剝離の形成はそれほど顕著ではなく、渦動粘性係数 ϵ を高さ z の関数として与えることにより、実際の気流をかなり正しく推定しうる。

(2) 地形の影響を考慮した三次元的拡散の計算¹³⁾

風場の求まると、Fick の拡散方程式より煙の拡散計算ができる。煙の拡散方程式は

$$\frac{Dc}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (8)$$

である。2.(1) と同じく、 $\zeta = z - h(x, y)$ の変換を行えば、式 (8) は

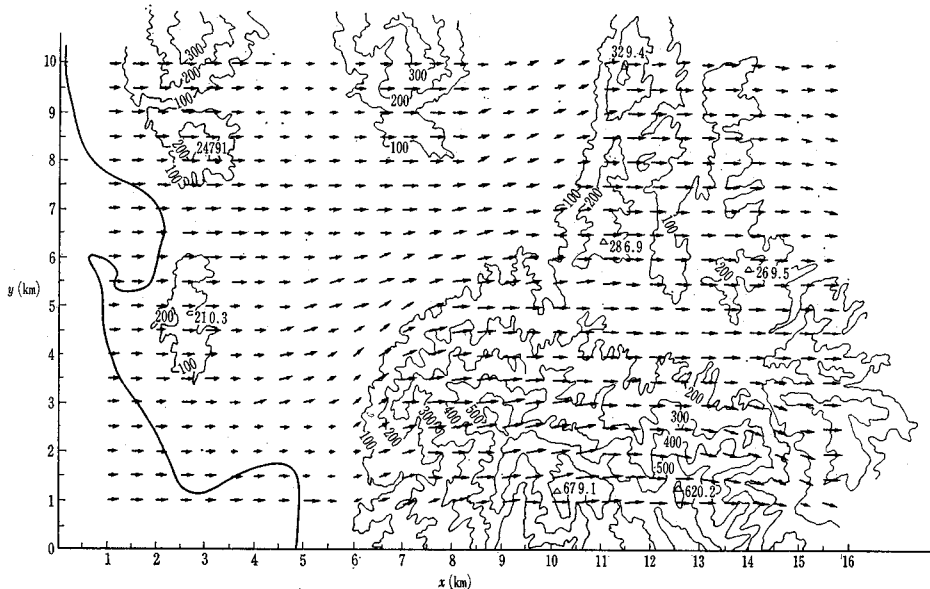


図-7 自由層下面での地形の影響を表わす風速分布 (Hino による)

$$\begin{aligned}
 & u \left(\frac{\partial c}{\partial \xi} - \frac{\partial h}{\partial \xi} \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right) + v \left(\frac{\partial c}{\partial \eta} - \frac{\partial h}{\partial \eta} \frac{\partial c}{\partial \xi} \right) \\
 & + w \frac{\partial c}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(K_y \frac{\partial c}{\partial \eta} - K_y \frac{\partial h}{\partial \eta} \frac{\partial c}{\partial \xi} \right) \\
 & - \frac{\partial h}{\partial \eta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(K_y \frac{\partial c}{\partial \eta} \right) \right\} + \left(\frac{\partial h}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial c}{\partial \zeta} \\
 & \times \left(K_y \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(K_x \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right) \dots \dots \dots (9)
 \end{aligned}$$

と書きかえられる。 z から ζ への変換により、微分方程式は複雑になるが、地表の条件は $\zeta=0$ と置けばよく、計算全体としてはかなり単純化され、式の複雑さを補って余りある。

拡散方程式、式(9)の数値解を求めるにあたって、計算手法上とくに次の諸点に注意すべきである。

① 地形の読み取り間隔(記憶容量の上からあまり狭くしえない)あるいはF-層の格子間隔と、それぞれ別の計算安定条件より定まるB-層計算の格子間隔、拡散計算の格子間隔の3つが異なっている。

② 拡散計算の風下方向への進行につれて、煙の拡散幅の横方向への広がりが大きくなり、格子間隔を拡大する必要がある。

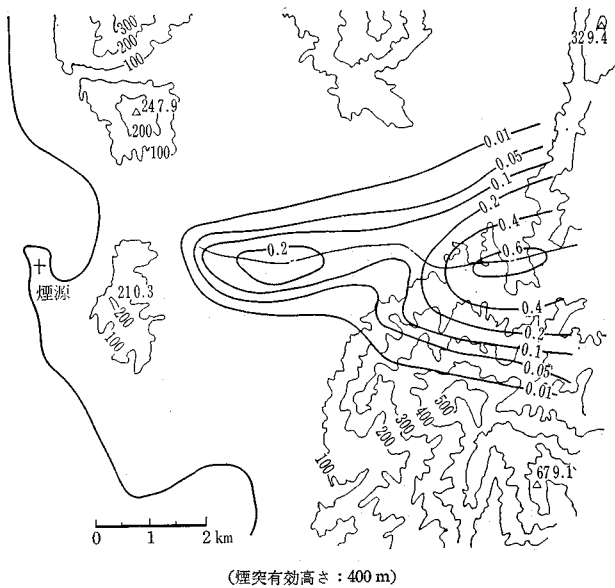


図-9 地表 40 m での煙の濃度分布の数値解析の結果 (Hino¹⁸⁾による)

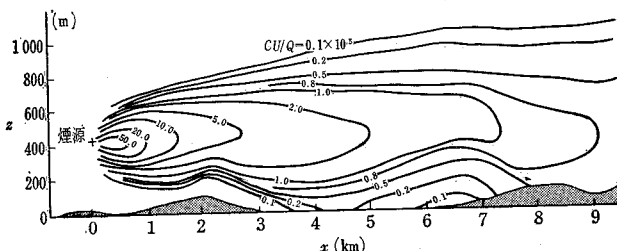


図-10 煙源を含む鉛直面内の煙の濃度分布¹⁸⁾

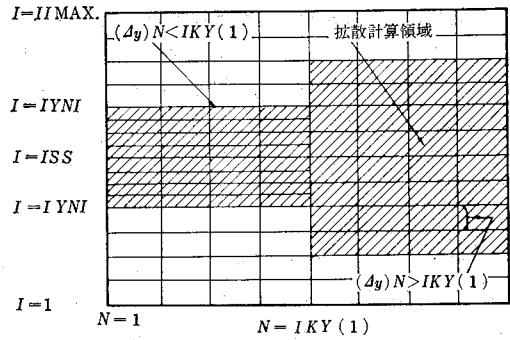


図-8 Δy の変更と拡散計算領域の拡大

③ 濃度 c の変化が exponential 的に急激であるので、普通の差分では微分近似として不十分であり、高階差分までとるか (Lax-Wendroff 法の拡張), むしろ

$$I_n c = r$$

による従属変数の対数変換を行なう必要がある。

この計算プログラムは、現在、通産省のAPCS (Atmospheric Pollution Control System) の中心として、大気汚染の予測システムに使用されており、細部についての改善が行なわれている。図-9, 10 に計算結果の一例を示す¹⁸⁾。

3. 乱流(b)―三次元乱流場の微細構造観測のスケール

N.S 方程式・連続式の差分値解により流れの場を求める方法ではレイノルズ数があまり高くない範囲(普通は100オーダー、たかだか数千)で可能であると述べた。しからば、コンピュータの記憶容量が増し、計算速度が上昇すれば高いレイノルズ数の乱流場の計算が可能であろうか。否である。なぜならば、レイノルズ数の増加につれて流れの場の構造は急速に微細化し、1. に述べた方法では格子間隔を際限なく細かくしなければならず、その2乗に比例して時間間隔も短くしなければならず、ついに格子間隔は分子オーダーにまで細かくなってしまふ。そしてこれでは、もはや連続体の力学としての立場は失われてしまうことになる。

なによりも、われわれは分子オーダーでの流体運動を知ることがを要求もしないし、そこから流れのマクロな性質がよりよく理解されるとは考えられない。

では、どうすればよいのか?そこで近代流体力学の基本的な考え方である“現象の物理的解釈”という立場を数値計算の中に持ち込み、解決を図ろうとするのは最も自然な行き方である。乱流現

象の場合には、乱流理論の形成過程の中に導入された“観測のスケール”の概念 (Weizsäcker 1948, Heisenberg 1948), および“局所的等方性”の仮説の数値計算過程への具体化である。

観測のスケールの概念とは、われわれが現象を見るとき、ある長さや時間を基準としてそこに注目して見ているのであり、その切断のスケールより小さな乱流運動はより大きなスケールの運動に対して粘性として作用するという考えである。そして、そのスケールが乱れのエネルギーを生産するスケールの運動より十分小さいとき、そこでの力学機構・エネルギー移行過程は大きなスケールの非等質性などには左右されず、局所的に相似であり等方性をもつとみなされる。

このような考え方にたつとき、われわれは流れの場を必要十分な細かさの格子で区切り、格子間隔より微細な運動は格子の幅で記述される運動に対し粘性的に働き、その大きさを局所的等方性の理論により、エネルギー生産に関与する格子目以上の点の量で決定することができる。

こうした考え方を具体的にコンピューターで実行しようとする試みがここ2年ほどの間に二、三発表された。ここでは、そのうちのひとつ J.W. Deardorff (1970) による研究を紹介する。

(1) 格子スケールで平均化された基礎方程式

上に述べた観測のスケールの考え方にに基づき、格子内での平均流速を次のように定義する。

$$\bar{u}(x, y, z, t) = \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} \int_{x-1/2\Delta x}^{x+1/2\Delta x} \int_{y-1/2\Delta y}^{y+1/2\Delta y} \int_{z-1/2\Delta z}^{z+1/2\Delta z} u(\xi, \eta, \zeta, t) d\zeta d\eta d\xi \dots (10)$$

N.S 方程式に式 (10) のような場所的平均操作を行ない、それよりのずれを'を付けて表わし、二、三の数式処理を行なえば、場所平均流速に関する運動方程式が次のように得られる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{u_i u_j} + \overline{u_i' u_j'} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u_i' u_j'} - \delta_{i3} \delta_{j3} \langle \overline{u_3^2} + \overline{u_3'^2} - \frac{1}{3} \overline{u_i' u_i'} \rangle \right] - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{P}'' - 2x_i) + R^{-1} \nabla^2 \bar{u}_i \dots (11)$$

ここに、 $R = u_* h / \nu$ (レイノルズ数), h : 流れの壁面間距離, $u_* = (\tau / \rho_0)^{1/2}$: せん断速度, また $\langle \rangle$ は水平方向平均,

$$\bar{P}'' = \left(\bar{P} / \rho_0 u_*^2 + \frac{1}{3} \overline{u_i' u_i'} + 2x_i \right) - \langle \bar{P} / \rho_0 u_*^2 + \frac{1}{3} \overline{u_i' u_i'} + 2x_i \rangle \dots (12)$$

この圧力変位項を求める方程式は

$$\nabla^2 \bar{P}'' = \frac{\partial \bar{Q}_i}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) \dots (13)$$

$$\bar{Q}_i = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overline{u_i u_j} + \overline{u_i' u_j'} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u_i' u_j'} - \delta_{i3} \delta_{j3} \langle \overline{u_3^2} + \overline{u_3'^2} - \frac{1}{3} \overline{u_i' u_i'} \rangle \right]$$

(2) 渦粘性の表示式

式 (11), (13) に表われる未知量 $\overline{u_i' u_j'} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u_i' u_i'}$ は、格子スケール以下の流体運動のもたらす見掛けの応力、いわば Subgrid Scale (SGS) Reynolds Stress である。これは、普通のレイノルズ応力が、時間的平均流速からの変動成分の非線型効果として現われるのに対応している。そこで、Boussinesq の渦動粘性表示をもちこめば、これらの未知量は SGS 渦動粘性係数 K を用いて、平均量 \bar{u}_i に関して次のように表わされる。

$$\overline{u_i' u_j'} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u_i' u_i'} = -K \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \dots (14)$$

次に、 K の値を平均量 \bar{u}_i と関連させるために、レイノルズ数が十分大きく格子間隔は Kolmogorov の局所的等方性の仮説の成立するスケール範囲にあるとする。このとき、 K はエネルギー逸散率 $\bar{\epsilon}$ と格子スケール Δ のみにより規定され、次元的考察より

$$K = C^{4/3} \bar{\epsilon}^{1/3} \Delta^{4/3} \dots (15)$$

と表わされる。ここに、 $C \approx 0.10$ (普遍定数)

$$\Delta = (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z)^{1/3} \dots (16)$$

また、エネルギー逸散率は、(stress \times strain) の関係から

$$\bar{\epsilon} = \left\{ K \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right\} \times \left\{ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right\} \dots (17)$$

したがって、式 (15), (16), (17) から

$$K(x, y, z, t) = (c \Delta)^2 \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]^{1/2} \dots (18)$$

となる。

乱流場は、結局、式 (11), (14), (18) を用いて、ほぼ 1. と同一のアルゴリズムで求められる。しかも、不必要に格子を細分化したり、時間間隔を細かくしたりすることなしに。

(3) 計算例

高さ $0.7h$, 幅 h , 長さ $3h$ の矩形断面管路を

$$\Delta x = \frac{3}{24} = 0.125, \Delta y = \frac{0.7}{14} = 0.05, \Delta z = \frac{1}{20} = 0.05$$

の格子で分ける。全格子点数は 6720 点である。計算安定性の条件から $\Delta t = 0.0033$ ととる。レイノルズ数 R は十分大きいとし、格子スケールの基礎方程式、式 (11) から分子粘性項を省略する。しかし、SGS の関係の中にエネルギー・カスケード・プロセスとして分子粘性の効

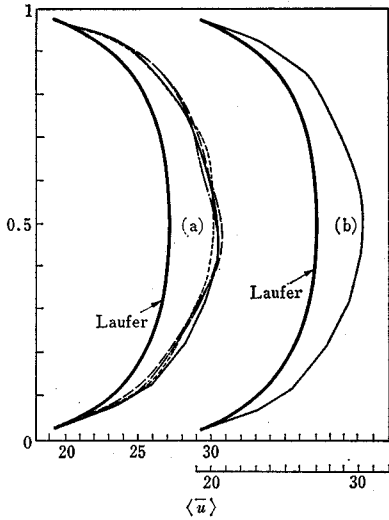


図-11 平均流速分布の数値解析結果と Laufer の実験 (太い実線) との比較 (Deardorff¹⁴⁾による)

果は陰に含まれている。

計算結果のうちのいくつかを 図-11~13 に示す。平均流速分布については、Laufer の実験といくぶんの相異がみられる。しかし、乱れ成分の統計量については Laufer の実験結果とよく一致している。この数値実験のうち特記すべきことは、図-13 のようにある瞬間の乱れの構造が明確にえられたことである。このような映像は、いくら熱線計をならべてみてもうることではできない

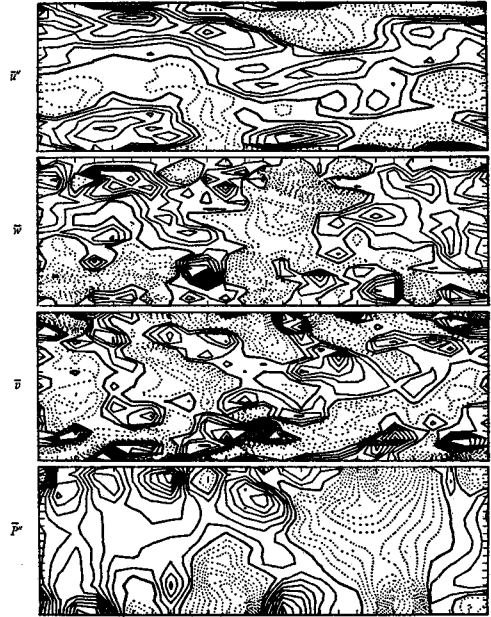


図-13 ある瞬間の乱れの微細構造, Deardorff の数値解析結果¹⁴⁾

し、最近進歩の著しい flow visualization technique (たとえば、水素気泡法) でも、こううまくはゆくまいと思われる。これらの点は、数値実験の独壇場といえよう。

参考文献

- 1) Fromm, J.E. and F.H. Harlow : Numerical solution

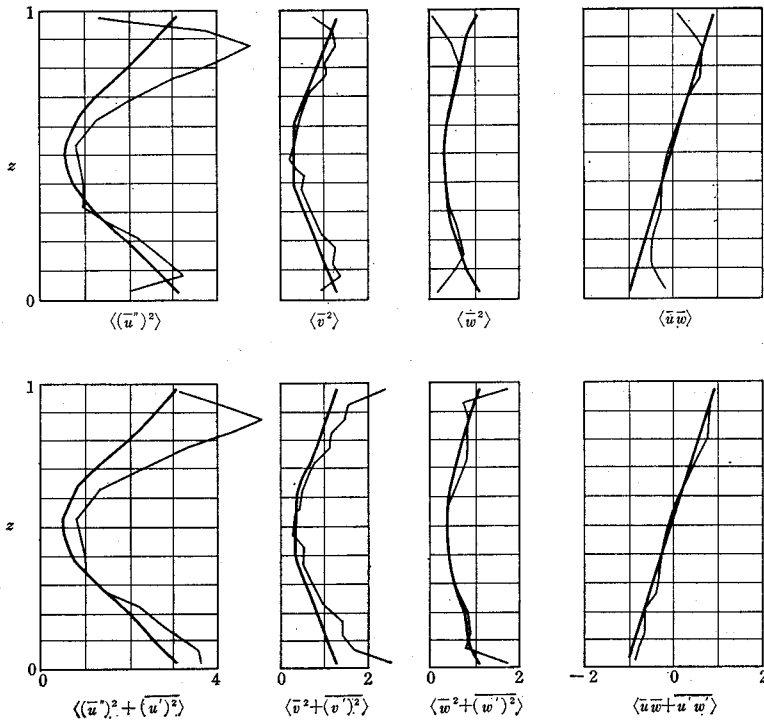


図-12 乱れ構造についての数値解析 (細線) と Laufer の実験 (太線) との比較¹⁴⁾

of the problem of vortex street development, *Phy. Fluids*, vol. 6, no.7, pp. 975-982, 1963.

- 2) Hirota, I. and K. Miyakoda : Numerical solution of Kármán vortex street behind a circular cylinder, *J. Meteor. Soc. Japan, Ser. II.*, vol. 43, no. 1, 30-41, Feb. 1965.
- 3) Hino, M. and K. Hino : The drag coefficient of, and flow pattern around a circular cylinder in an oscillating flow, *Proc.12th Conf. on Coastal Eng. in Japan, Japan Soc. Civil Engrs, Nov.*, 1965. (in Japanese)
- 4) Kawaguchi, M. : Numerical Solution of the Navier-Stokes equations for the flow around a circular cylinder at Reynolds number 40, *J. Phy. Soc. Japan*, vol.8, pp. 747-747, 1953.
- 5) Keller, H.B. & H. Takami : Numerical studies of steady viscous flow about cylinders, in "Numerical Solutions of Nonlinear Differential Equations", ed. by Greenspan, D., pp. 115-140, 1966.
- 6) Harlow, F.H. : The particle-in-cell computing method for fluid dynamics, *Methods in Computing Physics*, ed. by B. Alder, S. Fernbach & M. Rotenberg, Academic Press, vol. 3, pp. 319-343, 1964.
- 7) Harlow, F.H. and J.E. Welch : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Phys. of Fluids*, vol. 8, no. 12, pp. 2182-2189, 1965.
- 8) Daly, B.J. : Numerical study of two fluid Rayleigh-Taylor instability, *Phy. of Fluids*, vol. 10, no. 2, pp. 297-307, 1967.
- 9) Zienkiewicz, O., Mayer, P. and Y.K. Cheung : Solution of anisotropic seepage by finite elements, *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE*, vol. 92, no. EMI, 111-120, 1966.
- 10) Oden, J.T. and D. Somogyi : Finite-element applications in fluid Dynamics, *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE*, vol. 95, noEM 3, 821-826, 1969
- 11) Fujino, T. : Applications of electronic digital computer to design, *J. Japan Soc. Mech. Engrs*, vol. 73, no. 612, pp. 76-85, 1970. (in Japanese)
- 12) Imai, I., Munakata, T., Kanbe, T. and Y. Kaneko : Variations in wind velocity distribution due to topography, *Fluid Mechanics News (Ryuriki News)*, vol. 9, no. 12, 1966. (in Japanese)
- 13) Hino, M. : Computer experiment on smoke diffusion over a complicated topography, *Int. J. Atmospheric Environment*, vol. 2, pp. 54-558, 1968.
- 14) Deardorff, J.W. : A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds num-

bers, *J. Fluid Mech.*, vol. 41, part 2, pp. 453-480, 1970.

(付) 参考書と解説

- 1) Alder, B., Fernbach, S. and M. Rotenberg (editors) : *Methods in Computational Physics*, vol. 3 and vol. 4, Academic Press, 1964
- 2) 伊藤 剛 編 : 数値解析の応用と理論——水理学を中心として——, アテネ出版, 1971.
- 3) Frenkel, F.N. and Stewartson : *Proc. of Int. Symp. on High-Speed Computing in Fluid Dynamics, Physics of Fluids, Supplement II*, 1969.
- 4) The use of analog and digital computers in hydrology, vols.1 & 2, 1968, IASH/AIHS-UNESCO
- 5) *Computer Applications in Hydraulic and Water Resources Engineering (Abstract)*, ASCE Hydraulics Division, 1968.
- 6) Thom, A., Apelt, C.J. and G. F. J. Temple : *Field Computations in Engineering and Physics*, D. Van Nostrand Co. Ltd., 1961
- 7) Richtmyer, R.D. and K.W. Morton : *Difference Methods for Initial-Value Problems*, Interscience Pub., 1967.
- 8) Forsythe, G.E. and W.R. Wasow : *Finite-Difference Methods for Partial Differential Equations*, John Wiley & Sons, 1960.
- 9) Ames, W.F. : *Nonlinear Partial Differential Equations in Engineering*, Chap. 7 Academic Press, 1965.

【解説】最近の流体力学における数値実験についてのかんまり広い範囲の問題を取り上げているものとして Alder ほかの編集による2著作¹⁾がある。一方、取り上げた対象は、土木工学・農業工学の水の問題が主になっているが、普通の図書あるいは論文では書かれていない、しかも、実際に計算に携さわる人々にとってのいわば know how といったところにまでたち入って記述されたものとして、伊藤(編)²⁾の書がある。実際に各問題のプログラムにさわった研究者が一人一問題について、手の内を明かすように書かれている。

流体力学の問題に関して、コンピューターはどこまで有効なのか、あるいはコンピューターの限界は何か、またその新しい可能性はないか、を主題に開催されたシンポジウムの論文集が文献⁸⁾である。水理学・水文学におけるコンピューター利用に関するシンポジウムも二、三開かれている^{4), 9)}。

数値計算法に関する参考書は、ちょっとあげきれないほど多いが、あまり計算理論に片寄ることもなく、流体の例題も適度に載せられている入門書としては、少々年代が古いが、Thom⁶⁾の本を推薦する。さらに進んだ読者には Richtmyer and Morton,⁷⁾ Forsythe and Wasow,⁸⁾ Ames⁹⁾ らの著書がある。

(1971.7.16・受付)

岩盤力学委員会編集小委員会編
土木技術者のための

岩盤力学

B 5 490頁 定 価 3600 円
箱入・上製本 会員特価 3000 円(〒200 円)

第1章 地質 第2章 岩石の性質 第3章 岩盤の試験 第4章 水と岩盤 第5章 岩盤力学における理論計算 第6章 すべり安定の計算 第7章 模型実験 第8章 掘削 第9章 ダムへの応用 第10章 トンネルへの応用 第11章 施工中および施工後の測定 第12章 最近の基礎的研究のすう勢
<岩盤力学のすべてを基礎と応用の二面から詳述した好著>

●申込先 土木学会刊行物係 〒160 東京都新宿区四谷1丁目・電351-5138(代) 振替 東京16828