

D・P による段階建設の最適化

Proc. of A.S.C.E., TE/ 涌井 哲夫

橋梁における荷重の動的効果

Rail International/ 宮本 征夫

水中にある大きなタンクに作用する波力

PB Report 190658/ 吉野 文雄

自由水面からの蒸発に波の及ぼす影響

U.S. Department of Interior

Bureau of Reclamation/ 橋本 健

D・P による段階建設の最適化

“Optimal Highway Staging

by Dynamic Programming”

Neufville, R. and Mori, Y.

Proc. of A.S.C.E., TE, Vol. 96, No.1, pp. 11~24,

February (1970)

(1) 段階建設計画における D・P の有用性

高速道路網を整備するというような、ぼう大な資金と長い期間を必要とするプロジェクトに関しては、どのような順序で、どこを、いつ建設するかという、段階建設計画、資金配分計画の策定が重要な課題となるが、この種の問題に対して、最近、D・P (ダイナミック・プログラミング) を使って理論的なアプローチがなされるようになり、実用にも耐え得る手法が開発されつつある。たとえば、オーストラリアの Rural Road Program を評価する際に Lack 達の採った手法や、ノルウェーの国道改良計画で Gulbrandsen が多次元 DP を用いて 77 のプロジェクトの順位付けを行なった仕事がある。

この種の問題に DP によるアプローチが適しているのは、

- 1) プロジェクトは、それが建設される時期によってもたらす便益を異にするが、いつ行なうべきであるかを DP によって明らかにすることができる。
- 2) 試行錯誤的な手法と異なり、全期間を通じての最適組合せを解析的に求めることができる。
- 3) 通常のコスト・ベネフィット比や内部収益率最大といった手法よりも、実際上より有利な解を導びくことができる。などの理由からである。

(2) 投資計画問題の定式化

全期間を P 期に分けて、各期の便益 B_i の総和を目的関数として、この最大化をはかる。

$$\text{Maximize } Z = \sum_i B_i \quad (i=1, 2, \dots, P)$$

また、 i 期の便益 B_i は各プロジェクト (j) に投下される資金 x_{ij} によってもたらされる便益 $g_{ij}(x_{ij})$ の和である。

$$B_i = \sum_j g_{ij}(x_{ij})$$

各期に投入できる資金には上限があるから

$$X_i \leq \sum_j (x_{ij})$$

の制約の下で Z を最大にする x_{ij} の組み合わせを求め

る。D・P の方法について、従来は、変数を変化させる際に、増分を一定にして計算するのが普通であったが、著者達は、あらかじめセットした値で変化させてゆく project-oriented な可変増分法 (variable increment approach) を提案し、より高い精度と計算時間の短縮をめざしている。

(3) 便益の設定

それぞれのプロジェクトがもたらす費用と便益を、各建設時期ごとに設定する必要があるのは、費用便益法等によるアプローチの場合と同様である。D・P によって最適化を図る場合には、さらにこれに加えて、各プロジェクトの建設時期の前後関係による便益の差異をセットしなければならない。この作業を容易にするために著者達は、return function による最適便益水準の決定という考え方を提案している。

(4) 計算例

簡単な数値例によって、D・P手法が費用便益法やその他の手法よりも、長期的には大きな便益をもたらす解を導くことを示す。例題として 1969~73 年と 1974~78 年の各 5 年、2 期にわたって道路網を整備する計画を考える。投入可能な資金を表-2 のように仮定し、費用・便益の比較を可能にするため、数字はすべて現在価格に直されているものとする。

建設するリンクの数を 4 個とし、それらに関して全部で 7 つの比較案が考えられている (1 A, 1 B, 2, 3 A, 4 A, 4 B)。また、各比較案による各期の便益を 図-8 のように想定する。

1974 年時点での各プロジェクトの純費用・便益は割引率を 5% とすると 表-3 のごとくになる。同表 (3)

表-2 投入できる資金

	第 1 期 (1969~1973)	第 2 期 (1974~1978)
資 金 (1000ドル)	12 200.0	11 500.0
1974 年 価 格 (割 引 率 5%)	12 200.0	9 012.2

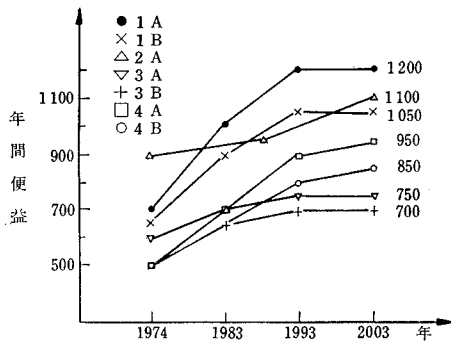


図-8 各プロジェクトのもたらす便益

表-3 各プロジェクトの費用と便益

比較案 (1)	建設期間 (2)	総便益 (3)	建設費 (4)	純便益 (3)-(4) (5)
1-A	1	15 176.5	7 543.2	7 633.3
	2	11 871.3	5 910.1	5 961.2
1-B	1	13 583.1	6 854.3	6 728.8
	2	10 540.2	5 370.3	5 169.9
2-A	1	14 665.2	7 326.1	7 339.1
	2	10 739.3	5 740.0	4 999.3
3-A	1	10 606.6	4 565.3	6 041.3
	2	7 917.4	3 576.9	4 340.5
3-B	1	9 838.0	4 350.0	5 488.0
	2	7 365.2	3 408.2	3 957.0
4-A	1	11 059.4	4 845.4	6 214.0
	2	8 711.7	3 796.4	6 915.3
4-B	1	10 188.6	4 550.0	5 638.6
	2	7 893.8	3 564.9	4 328.9

欄の各比較案の総便益は、図-8 に示した便益を現在価格に直したものである。(4) 欄の建設費は、第1期に建設した場合のものである。したがって、第2期に対しては5か年分を割引いた値を意味する。

各プロジェクトがそれぞれの期間に建設された場合の純便益は、総便益から建設費を差引いた値(5欄)であり、1974年価格(ドル)で表わされている。表-2, 3をインプット・データとして最適建設計画を求めることができる。

計算の結果、最大純便益は、第1期に2A, 4A, 第2期に1B, 3Aを建設する場合で、23 060.5(1000ドル)となり、これは従来の費用便益最大化という静的な方法を使った場合の18 673.9(1000ドル)(第1期に1A, 3A, 第2期に2A)よりも、また、費用便益比最大化の手法を用いた場合の18 216.3(1000ドル)(第1期に3A, 4A, 第2期に1A)よりも大幅に上回っている。

これはD・P手法が、1期ごとの最適化を図る手法と異り、全期間を通じての長期的な便益を最大にする組合せを求めるものだからである。

(委員 涌井 哲夫・訳)

橋梁における荷重の動的効果

“Dynamic Effects in Bridges”

ORE D 23 Specialists Committee

Rail International, No. 1, pp. 103~110,

January (1971).

(1) 概要

ORE D 23 専門家委員会は、列車走行が鉄道橋に与える動的効果を総合的に研究することを目的として1955年に設立された委員会である。設立以来多くのテーマについて報告書が出されてきたが、1970年にその最終報告書であるReport No. 17が出され、委員会の業務を終えた。これはその研究成果の概要を紹介したものである。

鉄道橋における荷重の動的効果は衝撃係数という形で各国の設計基準に入れられているが、この設計式が国によって違うために計算値に差があり実用上不便であること、また、列車速度が現在よりも向上したときに動的効果をどう取り扱おうかという問題もあって、従来から研究の必要性が認められてきた。D 23 専門家委員会が行なった試験および研究の項目を大きく分けると次のとおりである。

- ① 7か国の鉄道における合計37の橋梁の現場測定
- ② 実橋(OerlikonのPC橋)の1/8の模型橋梁を製作し、橋梁の自重および車両モデルを変えての一連の模型実験
- ③ 測定結果の統計的な解析
- ④ 列車荷重を数学的なモデルに置き変えて行なう理論解析

(2) 橋梁で実測した動的効果の統計的研究

鋼橋およびコンクリート橋上にディーゼル機関車または電気機関車を走らせて、橋桁に生ずるひずみを測定し統計的な解析を行なった。ひずみ測定位置の大部分は動的効果が最も顕著に現われる支間中央断面に置かれた。はじめに、15個の鋼橋、6個のPC橋の測定データから、変数およびパラメータを選択し、相関、線形回帰、標準偏差の計算を行ない予備的な解析を試みた。次に、予備解析の結果に基づいて、前記の橋梁にさらに2つの橋梁を加えた合計23の橋梁について詳細な解析を行なった。その結果、動的効果は、標準偏差が独立変数と関連する非線形回帰の方法によって精度よく表わされることがわかった。この統計的研究の詳細については、D 23/RP 15に記されている。

ここでは設計公式を導くために用いられた、動的効果の最も一般的な回帰を示す。相対動的効果 ϕ を次のよう

に定義する。

$$\varphi = \frac{A_v - A_0}{A_0} \quad \text{または} \quad \varphi = \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \quad \dots\dots(1)$$

ここで、

A_0 : 低速度で進行する(または静止した)荷重のみにより生ずる応力

A_v : 速度 v で進行する荷重のみにより生ずる応力

ε_0 : 低速度で進行する(または静止した)荷重により生ずる微小変位

ε_v : 速度 v で進行する荷重により生ずる微小変位

φ は、橋梁の振動挙動に関するパラメータ K の関数として表わされる。パラメータ K は、

$$K = \frac{v}{2fl} \quad \dots\dots(2)$$

ここで、

v : 列車速度 (m/sec)

f : 橋梁の固有振動数 (Hz)

l : 橋梁の支間 (m)

統計的な解析から得られた。橋梁の動的効果を最も良く表わす回帰は次のとおりである。ここで、 S は標準偏差である。

1) コンクリート橋について

$$\varphi = 0.533 \frac{K}{1-K} - 0.0009, \quad K < 0.20 \quad \dots\dots(3)$$

$$S = 0.014 \left(1 + 21 \frac{K}{1-K} \right) \quad \dots\dots(4)$$

2) 鋼橋の主桁について

$$\varphi = 0.532 \frac{K}{1-K} + 0.0032, \quad K < 0.45 \quad \dots\dots(5)$$

$$S = 0.0262 \left(1 + 14 \frac{K}{1+K} \right) \quad \dots\dots(6)$$

3) 鋼橋の縦桁および横桁について

この場合は、 φ は列車速度 V (km/h) の関数となる。

$$\varphi = 0.00335 V + 0.018 \quad \dots\dots(7)$$

$$S = 0.066(1 + 0.01 V) \quad \dots\dots(8)$$

図-1 は 1), 2) の φ および S を示したものである。

(3) 橋梁における動的効果に関する理論的研究

橋梁における動的効果 φ を設計に適する精度で予知できる数学モデルを見出すことを目的として理論研究を行った。数学モデルとしては図-2 に示すような、集中荷重モデル、一軸で2質点の間にばねが置かれたモデル、一軸で2質点の間にばねダンパーが並置されたモデル、前者が車体に取りつけられたモデルを考えた。軌道の変形および桁の減衰を考慮して、車両および桁の運動方程式を誘導し(連立の常微分方程式が得られる)これを解いて振動周期、振動振幅を求めた。理論計算による動的効果は、ばねとダンパーを有する車両モデルを用

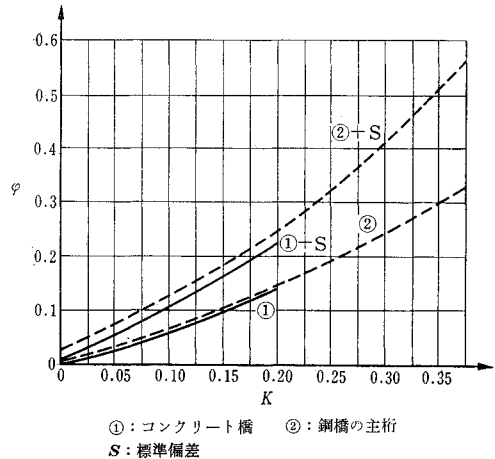


図-1 現場測定データを統計的に解析した結果得られた橋梁における動的効果とパラメータ K との関係

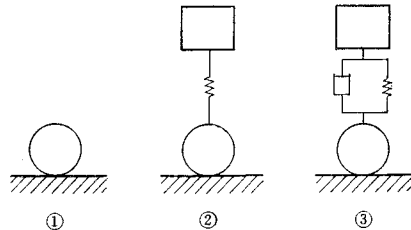


図-2 車両の数学モデル

いと全体的に実験値とよい一致を見た。図-3 は支間 19.6 m の鋼橋上で種々の速度でドイツ国鉄の電気機関車 E 03 と E 10 が進行するときの動的効果の理論値と実験値を示したものである。

(4) 橋梁における荷重の動的効果を計算する設計式

これまで述べてきた現場実験結果および理論計算結果をまとめて、動的効果 φ を定める設計式を次のように表わすことができる。

1) 支間 6.5 m 以下の鋼橋およびコンクリート橋の主桁について

$$\varphi = 0.65 \frac{K}{1-K+K^2} \quad \dots\dots(9)$$

$$S = 0.025 \left(1 + 18 \frac{K}{1-K+K^2} \right) \quad \dots\dots(10)$$

現在よりも高速で走行する列車荷重に対する設計上の問題点を解決するものとなるであろう。

(委員 宮本 征夫・訳)

水中にある大きなタンクに作用する波力

“Wave Forces on Large Submerged Tanks”

Garrison, C.J. and Snider, R.H.

PB Report 190658, pp. 1~83, January (1970)

水中にある物体の寸法が波の波長に比し大きくなり、かつ自由水面の影響がある場合には、橋脚のような物体について成立するモリソン式は用いることができなくなる。本論文では、波の波長と物体の寸法の相対比が小さく海底上に設置された物体に作用する波力を、理論ならびに実験の両面から研究している。

水底に設置された半球体に作用する波力を考察する。まず二つの仮定、(a) 波長は物体の寸法より大である、(b) 粘性の影響は無視しうる、を設ける。(a) の仮定は必ずしも大きな水中タンクでは成立せず、物体が入力波を散乱変形するので、そのような時には異なった解析法を必要とする。粘性効果は無視しているので波の水平、垂直力成分はポテンシャル流の解析から求められる。

重力波の速度ポテンシャルから、半球の中心 $x=0, z=-h$ での圧力勾配は

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho g A K}{\cosh K h}$$

となり水平方向の浮力は

$$F_B = -\frac{\partial p}{\partial x} V = -\frac{\rho g A K V}{\cosh k h}$$

となる。物体の質量による水平力は

$$F_I = -\rho V C_m \frac{\partial u}{\partial t}$$

で表現され、この二力の和として、最大水平力が表わされる。 V は物体の体積であり、 C_m は半球の質量係数である。鏡像原理より半球は無限に広がった流体中の球で表現できるので、半球の C_m は流体で置きかえられた質量の 1/2 になる。

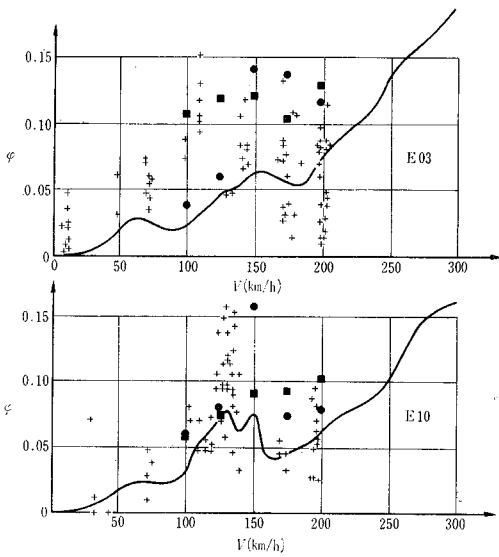
最大水平力を無次元表示すると

$$f_x = \frac{F_{H \max}}{\gamma a^2 H/2} = \frac{\pi}{\cosh \frac{h}{a}} \frac{2\pi a}{L} \dots (1)$$

となる。

次にクリロフの仮定「水中の物体のあらゆる点には、その点での波の運動方程式で決定される流体動力学的圧力が作用している」に基づき最大垂直力を計算し、無次元形で表示すると次式となる。

$$f_y = \frac{F_{V \max}}{\gamma a^2 H/2}$$



- 数学モデル④を用いて得られた理論計算値 (両者は軌道変位の条件が異なる)
- 数学モデル③を用いて得られた理論計算値
- + 橋梁の現場測定から得られた実験値

図-3 支間 19.6 m の鋼橋上を電気機関車 E03 と E10 が通るとききの ϕ と V の関係

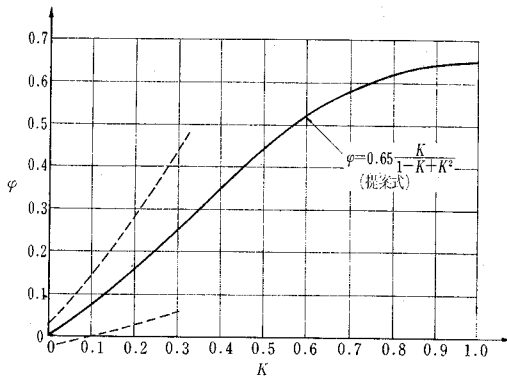


図-4 動的効果 ϕ を定める設計式

式(9)を図示すると図-4のとおりである。式(9),(10)は無道床の橋梁を対象にしているの、有道床橋梁を考える場合には若干の修正をする必要がある。

2) 鋼橋の縦桁と横桁、および支間 6.5 m 以下の橋梁について

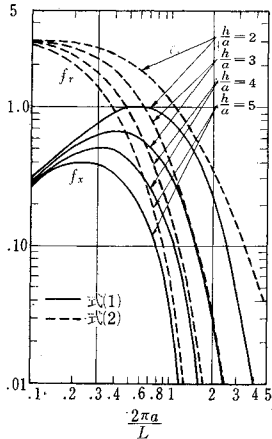
$$\phi = 0.0033 V, \quad (V \text{ は km/h}) \dots (11)$$

$$S = 0.066(1 + 0.01 V) \dots (12)$$

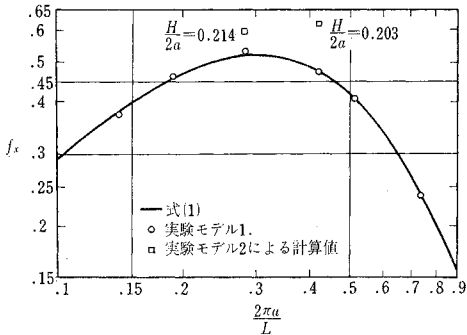
これらの式は支間が 6.5 m 以下の橋梁では ϕ は 0.65 を越えてはならないので、 V が 200 km/h の場合に適用される。

列車速度が 15 km/h 以下の場合には通常の動的効果は無視することができる。

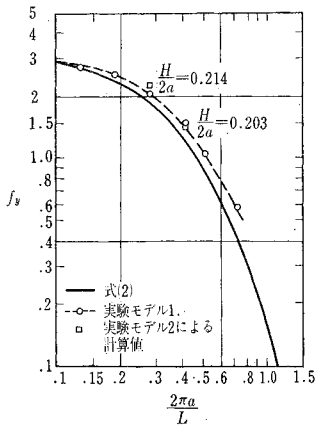
これらの提案式は現在各国で採用している設計基準に比し理論的実験の根拠が明白で使いやすいものであり、



図一 水平力係数と垂直力係数



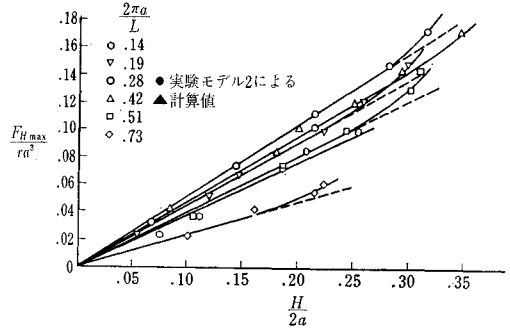
図二 $\frac{h}{a} = 4$ のときの水平力係数



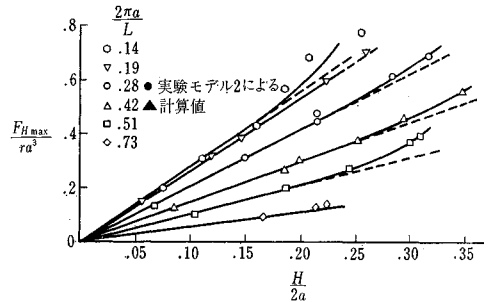
図三 $\frac{h}{a} = 4$ のとき垂直力係数

$$= 2\pi \left[\frac{\frac{2\pi a}{L} \sinh \frac{2\pi a}{L} - \cosh \frac{2\pi a}{L} + 1}{\left(\frac{2\pi a}{L}\right)^2 \cosh \frac{h}{a} \frac{2\pi a}{L}} \right] \dots\dots\dots (2)$$

以上両式を図示したものが図一である。この関係を実験で検証するため2種類の実験(モデル1とモデル2)を行なった。まずモデル1では半球に作用する最大水平



図四 $\frac{h}{a} = 4$ のときの最大水平力



図五 $\frac{h}{a} = 4$ のときの最大垂直力

力、最大垂直力を直接測定した。測定方法は、半球を波動水路の底面から 1/16 in のところに吊り下げ、この半球を水平方向、鉛直方向に鋼線に固定し、この鋼線に作用する波力を測定する方法をとった。モデル2では半球面に作用する波圧を直接測定し、この波圧を用いて計算により水平、垂直力成分を求めた。波圧測定箇所は半球の半断面につき 55 か所である。この測定結果の一例を図二、三に示す。

粘性の効果を検討するため、最大水平力、最大垂直力と相対波高の関係を調査し、流体粒子の相対変位が小さい限りは粘性の影響は無視して、力と波高の間に直線関係のあることが認められた(図四、五)。

(委員 吉野 文雄・訳)

自由水面からの蒸発に波の及ぼす影響

“A Study of the Effects of Waves on Evaporation from Free Water Surface”

Easterbrook, C.C.

U.S. Department of Interior Bureau of Reclamation.

自由水面からの蒸発を推定する方法は、非常に多くの気象要素を考慮するものと、簡単な質量輸送の考えに立ったものとに二大別できる。Marciano と Harbeck は、前者が複雑であるにもかかわらず、現実には後者ほとんど差異を生じないということを示した。質量輸送の式

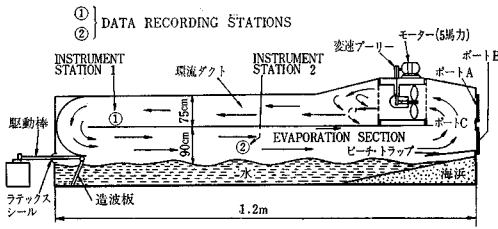


図-1 蒸発タンク

は、

$$E = NV_a(e_s - e_a) \dots\dots\dots (1)$$

ここに E は蒸発量, V_a は高さ a における平均風速, e_s は水面における飽和水蒸気圧, e_a は高さ a における平均水蒸気圧である。

水面からの蒸発に波の及ぼす影響を知るため、図-1のような Evaporation Tank が使用された。外気が A, B から引き入れられる。その後 A, B は密閉される。ファンの回転により内部の空気を循環させる。水槽の左端には造波板があり、これによって所定の波を発生させることができる。気温と湿度は Station 1 で測定される。気温は時定数約 0.5 秒のサーミスタで測定する。湿度は同様のサーミスタ湿球を用いる。風速は Station 2 におかれた熱線式風速計で測定する。

操作を始めてしばらくするとタンク中の空気は飽和してくる。水面からの蒸発量を E (g/cm²/sec) とし、水面の面積を A (cm²) とすると、水面からの蒸発量は $E \cdot A$ (g/sec) となる。この水分がタンクの空気の総量 v に加えられるから、Station 1 において測定される湿度の変化は

$$\frac{dq}{dt} = \frac{AE}{v\rho} \text{ または } E = \frac{v\rho}{A} \frac{dq}{dt} \dots\dots\dots (2)$$

ただし ρ は空気の密度, q は比湿である。次に簡単な質量輸送を考えると、

$$E = \rho N(q_s - q_a) V_a \dots\dots\dots (3)$$

ただし q_s は水面における比湿 (g/g) で, q_a, V_a はそれぞれ水面から a の距離における比湿および風速である。式 (3) では $V_a \rightarrow 0$ で $E \rightarrow 0$ となり、これは現象と合わない。また定数 N は大気の乱れの関数でもある。そこで風味の効果も含んだ新たな係数 D を考える。

$$E(t) = qD[q_s - q(t)] \dots\dots\dots (4)$$

式 (2) と式 (4) から E を消去して

$$\frac{v}{A} \frac{d^2q}{dt^2} + D \frac{dq}{dt} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$t=0$ で $q=0$, $t \rightarrow \infty$ で $q \rightarrow q_s$ なる条件から

$$q(t) = q_s \left[1 - \exp\left(-\frac{DA t}{v}\right) \right] \dots\dots\dots (6)$$

時定数を τ としてこれを実測することにより D は、

$$D = \frac{v}{A\tau} \dots\dots\dots (7)$$

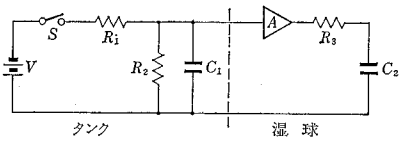


図-2 実験の電気的モデル

から求められよう。

誤差を生ずる要因が 2 つある。第一はサーミスタ湿球の応答のおくれである。第二はタンクが完全に気密ではないことである。その誤差は式 (6) の解の中には含まれていない。これを厳密に評価するため、タンク中の空気が飽和される過程に着目して、RC 回路におきかえる。図-2 において R_1 は $1/D \cdot A$ に C_1 は v に相当する。タンクの気密の不完全さは R_2 で表わされるし、 $R_3 C_2$ がサーミスタ湿球の時定数に相度する。この回路を解くことにより、

$$q = q_0 + (q_m - q_0) \cdot \left[1 - \frac{r\tau}{r\tau - \tau_m} \cdot \exp\left(-\frac{t}{r\tau}\right) + \frac{\tau_m}{r\tau - \tau_m} \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right) \right] \dots\dots\dots (8)$$

q_0 は時刻 $t=t_0$ における比湿, q_m は実験の終りに測られる比湿, τ_m は湿球の時定数, $r = q_m/q_s$ である。 τ_m を実測した結果、式 (8) の第 3 項は $t \leq 20$ 秒では無視しうることがわかった。

$$q = q_0 + (q_m - q_0) \cdot \left[1 - \frac{r\tau}{r\tau - \tau_m} \cdot \exp\left(-\frac{t}{r\tau}\right) \right] \dots\dots\dots (9)$$

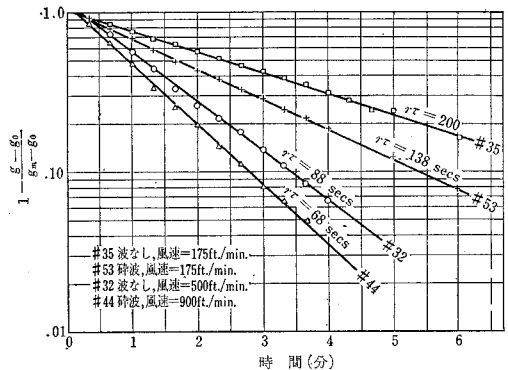


図-3 結果の例

図-3 は測定値をプロットした例である。風速 V を 2.5~25 ft/sec, 波のパラメータ H/T を 0.085~7.28 ft/sec の範囲で組合せた 76 のケースについて D を求めると図-4 のようになった。注目すべきことは、蒸発係数 D が、 V と H/T により複雑に変動していることである。意外な結果は、 V を固定したとして、 H/T がある値を越えると D が逆に減少していることである。

この原因についてはいくつかの推測がなされた。ま

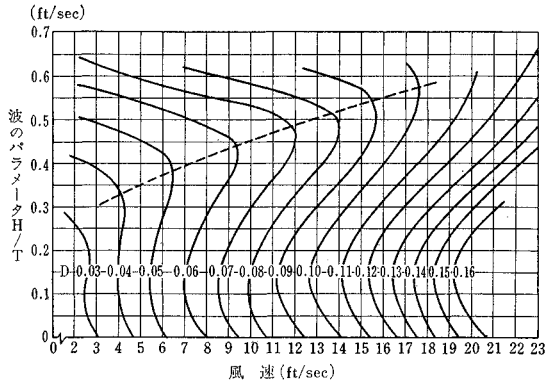


図-4 蒸発係数 D

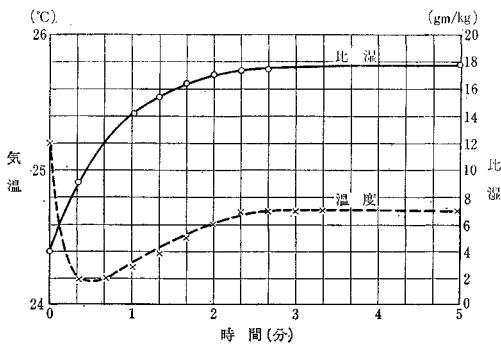
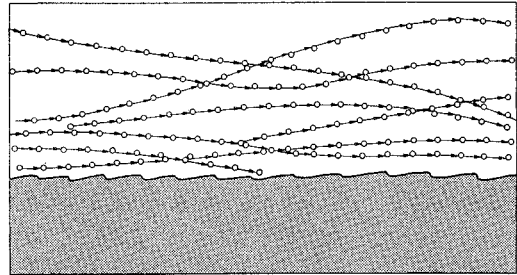
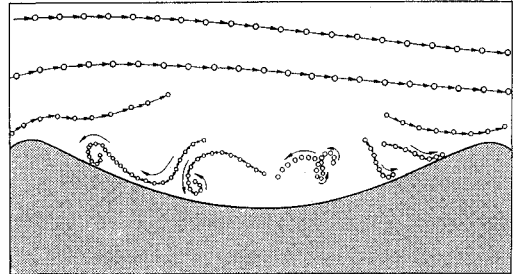


図-5 水面温度の変化

ず、水の気化による水面温度の低下であるが、精密な測定の結果(図-5)、確かにわずかな低下は見られるのだが、大きさとしては問題にならないことが判明した。



(a) 風のみによって起った表面張力波



(b) よく発達した波

図-6 泡の軌跡

最後に波の発達と気流の関係を調べたところ、十分発達した波の背後には dead air region とでもいうべきものができ、これが蒸発を減少させると推定されるに至った。図-6 は、ヘリウムと石けんの泡を用いて作った気泡の動きを 16 ミリ・フィルムで解析したものである。

(委員 橋本 健・訳)

土木学会 出版物の マイクロ フィッシュ フィルム 頒布中

●問合先
土木図書館

日本インフォメーションマイクロ(株)と提携して右記の土木学会出版物のマイクロフィルム化を終わりましたのでご希望の方はお申出下さい。マイクロフィッシュフィルムとはハガキ大のフィルムの中に 60 ページの文献を収録した新しい情報管理システムです。

1. 土木学会誌・論文集総索引

■ 5 シート(252ページ) 1600 円(千とも)

内容 創立 50 周年記念出版物として刊行されたが既に絶版となっている。創刊より 38 年末までの土木学会誌・論文集の題目を専門別に分類した索引集。

2. 土木学会論文集・第 1 号～第 124 号

■ 206 シート(約 8,000 ページ) 62100 円(千とも)

内容 第 1 号(昭和 19 年)より第 124 号(昭和 40 年)までに収録された全論文のフィルム。

3. 土木学会誌・第 1 巻～第 50 巻

■ 1469 シート(約 70,000 ページ) 358000 円(千とも)〈分売可〉

内容 第 1 巻(大正 4 年)より第 50 巻(昭和 40 年)までに収録された広告を除く全文のフィルム。

4. 土木工学文献目録集(1969)

■ 46 年 6 月下旬完成予定 2000 円程度

内容 土木学会誌第 55 巻(昭和 45 年)文献目録欄に記載された目録 1 カ年分を再分類した目録集。