

降雨の予測とその対策

鈴木 栄 一*

はしがき

これまで、降雨の予測は気象学上困難な問題の一つとされてきた。とくに時間単位ないし1日単位の降水量を事前に予知することは、その精度から考えて実際の利用目的に役立たないとし、むしろ実際降雨状況を見きわめながら対策をたてるほうが賢明であるとさえいわれてきた。はたしてそうであろうか？ これからあとの記述で、予報とか予知とかいった表現をしないで、“予測”(Prediction) という学問的表現をする理由は次のとおりである。

予測とは予測の手がかりとなる諸要因を条件とした場合、将来起こりうる事象に対する条件つき確率をつけた推測 (Inference) であって、いかに気象力学的、熱力学的ないし総観的考察を取り入れても、誤差ないし精度を数量的に明らかにしない推測はあり得ない。最後に行なわれるべき予測と実際の検証の段階はもちろん、実際資料を取り扱う過程で、多かれ少なかれ統計的処理とか、近似的取扱いがありうる。

降雨、とくに大雨については、現象究明の物理的考察がいろいろ行なわれているが、もちろん 100%説明しつくしているわけではなく、現象のもつ複雑多岐な性格からも精度を明示する必要があり、その精度の認識のうえに立って利用価値を評価すべきである。

つまり、精度の量的把握、対策の仕方、利用経済効果といった一貫した研究の総合評価がきわめて重要であって、土木関係の方々が、気象専門家の意見を聞かれる際は、この点をとくにお考え頂きたい。

1. 降雨のメカニズムと予測要因

低気圧 (とくに台風) や前線がくれば降雨があることはだれでも知っている。降雨は、上空において水蒸気が

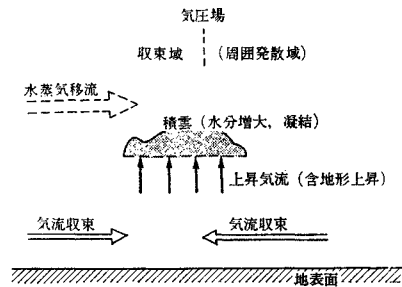


図-1 降雨のメカニズムモデル

気流や地形により変化して水分となり浮遊できなくなって落下する現象であり、この凝結のおもな原因は上昇気流である。とくに集中豪雨といわれている大雨は、天気図にみられる普通の低気圧の規模よりさらに小さい“中規模の擾乱”によって起こり、天気図だけみたかぎりではその存在がわからないことが多い。降雨のメカニズムをわかりやすくモデル的にかくと図-1 のようになる。

降雨の主役である上昇気流は、垂直の対流現象の一環であり、その強さ、範囲によって種々の規模の積雲を生じ、そこに上層で運ばれてくる水蒸気 (水蒸気移流) が関与することもあって、降雨区域が形成されながら、その周囲の風の変化に呼応して複雑な移動をしてゆく¹⁾。

弱いしとしと降る普通の低気圧性 (総観規模擾乱) の雨と、それより一桁小さい規模ながら、はげしい上昇気流をもつ中規模擾乱 (メソ低気圧という) の大雨とは大きな違いがあり、松本誠一はその比較を表-1 の形に要約した。

表-1 2つの擾乱 (低気圧) の比較

項目	中規模擾乱	総観規模擾乱
規模 (波長)	100~200 km	数千 km
位相速度	50~100 km/h	30~50 km/h
気圧偏差	数 mb 以下	数十 mb
収束量	10^{-4} sec^{-1}	$10^{-6} \sim 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$
上昇流速	10~100 cm/sec	0.1~1 cm/sec
降水量	10~100 mm/h	0.5~5 mm/h
周期	1.5~6 時間	数日
寿命	数時間	数日

注: 松本誠一による。

* 理博 青山学院大学教授 経済学部経済学科
元気象庁気象研究所第4研究室長

表-2 高層予測要因とその内容説明

要因名	内容説明
等圧面高度	上層1000mb から100mb までの各地各高度
上層気温	上層高度別、地点別の気温
上層湿度	上層各高度別、地点別の相対湿度
上層風	上層各高度別、地点別の風向、風速成分
上層露点温度	上層各高度別、地点別の露点温度 (そこにある水蒸気が凝結するときの温度で気温より必ず低い)
混合比	上層で空気1kg と混合している水蒸気割合
上層収束量	上層各高度で3点か4点による区域をつくり、その中の収束 (発散ならー)
上昇気流	収束と等圧面高度差 (層厚 thickness という) によりつみあげ計算で求める
上層水蒸気移流	風速成分と水蒸気量の積
高度変化	等圧面高度の水平、垂直変化 (空間変化)
気温変化	高度別気温の水平、垂直変化 (空間変化)
時間変化	等圧面高度、気温の各地点別に求めた時間発変化
上層うず	低気圧性回転か否かを示すうずの強さ

表-1 の位相速度とは、移動速度と考えてよい。これは松本・鈴木の研究報告²⁾ から転載したものであるが、一言でいうと集中豪雨を起こす主役である中規模擾乱とは「天気図上では気圧偏差が小さくて、なかなかみつかからない、まぼろしの低気圧が激しい上昇気流とそれに伴う強雨という凄みをきかせて神出鬼没し、普通より速い動きをして、あちらこちら荒しまわり、数時間後には消えてしまう」ものである。これらを含め、降雨を予測するための手がかりとなる要因は上空について求めるべきであり、ここで簡潔に示した降雨メカニズムを十分に考慮して、可能なかぎり多面的にとつてこそ、複雑な降雨現象の予測に使える結果が期待されよう (上空から降る雨を予測するには、上空の諸要因をとるのが当然で、地上資料では明らかに不足である)。そこで、ここに力学的考察を含め、予測の手がかりとなる諸要因一覧を表-2 に示す³⁾。

表-2 にあげた高層予測要因以外にもいくつかの要因がある。また、この内容説明では具体的にはなお理解しにくいものもあるが、そのおのおのについて、くわしく式や図を用いて解説することをやめ、一応概念的な説明にとどめた。くわしいことは気象の専門書を参照するなり専門家に聞かれるのがよいであろう。要するに、本邦14カ所の上層観測をしている場所 (稚内、札幌、秋田、……福岡、鹿児島) のうちから、降雨予測をしたい地域に関与すると考えられる地点を選び、表-2 に示した各種要因を系統的にとりあげる。この結果、得られる要因は数百ないし千数百という膨大な数になる。そして、これら要因と降雨との関係、要因相互間の内部的関係が、相関係数、相関比、関連係数などにより数量的に究明され、体系的に整理されることが、予測の第一段階の手続きとして必要である。

2. 力学的予測と統計的予測

力学的予測の全般を書く必要はないので、基本的考え方を示しておこう⁴⁾。ある場所 (x, y, z) における時刻 t の連続物理量 (水蒸気量でもなんでもよい) $q(x, y, z, t)$ の Δt 時間先の値は、 Δt が t に比べて小さいとき

$$q(x, y, z, t + \Delta t) = q(x, y, z, t) + \frac{\partial q}{\partial t} \Big|_{x, y, z, t} \Delta t + \epsilon \dots \dots \dots (1)$$

と書くことができる。 ϵ は高次微小項で無視できるなら $\partial q / \partial t$ なる局所変化を知ることにより、短時間予測が可能であろう。この局所変化を、たとえば z の代わりに気圧 p を用いて

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{dq}{dt} - V \cdot \nabla q - \omega \frac{\partial q}{\partial p} \dots \dots \dots (2)$$

とかき、実質変化 dq/dt につり合う外的なもの、水平風ベクトル V 、垂直流 (上昇気流) ω などによって構成される (式 (2)) 右辺各項を物理的に変形考慮して、実測におきかえるくふうをすれば、短時間予測式が導かれる。

各種の物理的關係式、たとえば
水蒸気垂直輸送量

$$= (\text{上昇流速度}) \cdot \int_0^Z F(Z) dZ \Rightarrow \text{計算雨量}$$

ただし、 $F(Z)$ は高さ Z ごとに異なる水蒸気凝結度合を示すもので、凝結関数と呼ばれる) といったものがくふう、検討されているが⁵⁾、いずれにしても Δt が大きくなってくると (式(1)) の高次項は無視できなくなり、時間のきざみ Δt をくり返しても (time step をふむという)、(式(2)) の評価は困難になる。また、しいて ϵ を無視しようとすれば、物理量の時間スケールを大きくせざるを得なくなり、中規模擾乱を考えないような現象を取り扱うことになる。そこで、 Δt が有限な時間 T となったときは式(1)の代わりに

$$q(x, y, z, t + T) = (\text{平均できる定数項}) + \sum_i a_i \cdot (\text{物理量 } X_i) + \epsilon' \dots \dots (3)$$

といった予測方式をとり、係数 a_i を実際データに合うよう (ϵ' の二乗和を最小にするよう) に決めることになる。

この式(1)、(3)の右辺にある3つの項をそれぞれ比較することにより、統計的予測の性格が一応明確にされる、つまり統計的予測とは

- ① 原則として多重回帰 (Multiple regression) の形をとる (後述の判別予測はこの特別な場合である)、
- ② 予測要因の係数は最小二乗法で決められる、
- ③ 予測精度は ϵ'^2 の平均が小さいほど、つまり q と予測要因との重相関が大きいほどよくなっている、という予測の方式にほかならない⁶⁾。

3. 予測要因の選び方とその実例

すでに述べたように、予測精度は予測対象と予測要因いくつかとの重相関係数によって決ってくる。ところが、表-2 であげられた予測要因の数はきわめて多数であるから、ここから物理的考察と統計的選別法によって、有効な要因を選び出さなくてはならない。ここでは、その基本的考え方と一例をあげることにしよう。

物理的考察とは、すでに述べた降雨のメカニズム、力学的諸関係から降雨予測のため有効と考えられ、かつ降雨との相関係数絶対値がある基準値 c_1 (たとえば $c_1 = 0.3$) 以上のものを選ぶ考察である。統計的選別法^{9), 12)} は一般に3種類あり(要因増加法, 要因減少法, 増減法があり, 重相関の値をみて試行錯誤的に選出する), 要するに, 要因内部の相関が小さく, 予測対象との相関絶対値が大きいものを選ぶ方法である。つまり, 前節の説明であげた q として降水量をとり, これと単相関絶対値の最大な物理的上層要因を第1要因 $X_{(1)}$ とし, 次にこれと組み合わせて q との重相関がもっとも大きくなるような第2要因 $X_{(2)}$ を選び, さらに $X_{(1)}, X_{(2)}$ と組み合わせて q との重相関がもっとも大きくなるような第3要因 $X_{(3)}$ を選ぶ。以下, この操作を逐次くり返すわけである。

表-3 選定された上層予測要因の例

No.	子 測 要 因 名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$X_{(1)}$	米 子 1000 mb 等圧面高度	1	7	3	3	2	3	3	2	4	6	2	1
$X_{(2)}$	福 岡 1000 mb 等圧面高度	2	8	4	1	1	2	2	1	7		7	2
$X_{(3)}$	鹿 児 島 1000 mb 等圧面高度	4	10	7	7	3	10	1	5				4
$X_{(4)}$	米 子 850 mb θ 高度/ θt					8	5	4	4	6	7	6	
$X_{(5)}$	米 子 100 mb θ 高度/ θt					9		7	10				9
$X_{(6)}$	福 岡 1000 mb θ 高度/ θt								7				
$X_{(7)}$	鹿 児 島 1000 mb θ 高度/ θt												
$X_{(8)}$	札 幌 200 mb 気温												
$X_{(9)}$	館 野 150 mb 気温										10		
$X_{(10)}$	汐 岬 300 mb 気温	8	6	5	10					8	8		
$X_{(11)}$	輪 島 1000 mb θ 気温/ θt												
$X_{(12)}$	汐 岬 500 mb θ 気温/ θt								10				
$X_{(13)}$	米 子 200 mb θ 気温/ θt											10	
$X_{(14)}$	館 野 150~200 mb 層厚										2		
$X_{(15)}$	米 子 300~500 mb 層厚			3	2	5	6	6		1	3	10	7
$X_{(16)}$	米 子 200~300 mb 層厚差	9	2	1	2	5	4				4	9	5
$X_{(17)}$	汐-仙-輪 850 mb 発散							8					
$X_{(18)}$	汐-仙-輪 300 mb 発散				8	4			8			8	3
$X_{(19)}$	汐-輪-米 700 mb 発散	3	1	9	8		9		9	3	9	4	8
$X_{(20)}$	汐-輪-米 300 mb 発散	10								9			
$X_{(21)}$	汐-米-福 300 mb 発散												
$X_{(22)}$	輪-米-館 700 mb 発散												
$X_{(23)}$	輪-米-館 600 mb 発散												
$X_{(24)}$	汐-輪-米 850 mb ω ず度				10		8				2	3	
$X_{(25)}$	汐-八-館 700 mb ω ず度	7				9		7					
$X_{(26)}$	汐-米-福 700 mb ω ず度												
$X_{(27)}$	汐-米-福 150 mb ω ず度		4	6	6	7	1	5	3	10	1	1	6
$X_{(28)}$	汐-仙-輪 700 mb ω							6					
$X_{(29)}$	汐-輪-米 500 mb ω	5	5	5		4			6	5			
$X_{(30)}$	汐-米-館 700 mb ω	6	9								5	5	

物理的考察だけで選ぶと, 重相関最大化という目標がなかなか達せられない。また, 統計的選別法だけで選ぶと, 力学的に重要な要因(上昇気流を示す ω など)が選ばれないこともあり, 予測式としての安定性を失ない, 使いものにならない。そこで, 二つの考察を併用するのが望ましいわけであるが, 実際には, 単相関絶対値の大きい, かつ物理的にも根拠のある予測要因 100 個内外をまず選んでおき, ここから最終要因 5~20 を次に選ぶという方法を採用してもよいと考えられ, 筆者らはこうした手順で予測式を組み立てている。

次に, 一例として岐阜県揖斐川流域において午前 9 時の上層資料より, その 1 時間先 (Lag 1), 2 時間先 (Lag 2), …… 12 時間先 (Lag 12) の各 1 時間降雨量の判別予測 (Discriminative prediction) に用いられた予測要因の名前を 表-3 に示す。

表-3 で, 層厚 (Thickness) とは等圧面の高度差, 層厚差とはこの高度上の層厚と次の高度下の層厚の差, 汐-仙-輪とは汐岬-仙台-輪島を結ぶ三角形, 米は米子, 館は館野, 八は八丈島, 福は福岡のことで, 予測要因名の右欄は Lag 1, Lag 2, …, …… Lag 12 の意味で, 表中の 1, 2, …… 10 は各 Lag ごとに統計的要因選別を増加法で行なったときに 10 個の要因の選ばれた順序を示す数字である。これより, どんな時間先の 1 時間降水量予測に対し, どんな要因が逐次選ばれているか一目し

てわかり, 本邦西方地区の下層高度, 下層の発散(収束), 中下層の上昇流がおもなものとなっている。これは, 時間降雨有無の判別予測を目的として筆者が電子計算機により選別したものである。降雨量そのものを予測する重回帰式をつくる場合は, また異なった多数要因群の中から, ちがった選別がなされているが, その結果は省略する(手続きは同様である)。

4. 降雨予測方式のつくり方

降雨の予測方式は, 原則として二段階になる⁹⁾。第一段階は降雨の有無を判別する判別予測, 第二段階は, これで降雨有と判別されたとき, 何ミリの降雨となるかを予測する重回帰予測である。

(1) 判別予測方式のつくり方⁹⁾

収集された全資料 n 個のうち

表-4 判別係数と判別の精度

Lag 1		Lag 2		Lag 3		Lag 4	
(i)	c_i	(i)	c_i	(i)	c_i	(i)	c_i
1	-0.156 94	1	-0.049 50	1	-0.070 66	1	-0.007 64
2	0.006 74	2	0.064 58	2	0.091 56	2	0.001 28
3	-0.072 29	3	-0.036 74	3	-0.070 78	3	-0.006 26
10	-0.043 26	10	-0.027 61	10	-0.014 80	5	0.004 89
16	1.000 00	15	-0.023 08	15	-0.017 14	10	-0.013 14
19	-0.239 34	16	1.000 00	16	1.000 00	15	-0.043 27
20	0.060 40	19	-0.082 18	18	0.027 39	16	1.000 00
25	0.011 18	27	-0.001 10	19	-0.052 26	19	-0.006 39
29	-0.022 31	29	0.004 03	24	-0.002 46	27	0.000 62
30	0.002 03	30	-0.004 24	27	-0.001 74	29	-0.004 08

(1) Lag 1

判別 \ 実際	有	無	計
+	156	22	178
-	31	96	127
計	187	118	305

P=78%

(2) Lag 2

判別 \ 実際	有	無	計
+	148	21	169
-	36	100	136
計	184	121	305

P=79%

(3) Lag 3

判別 \ 実際	有	無	計
+	127	25	152
-	55	98	153
計	182	123	305

P=76%

(4) Lag 4

判別 \ 実際	有	無	計
+	142	25	167
-	39	99	138
計	181	124	305

P=78%

n_1 個は降雨あり, 残りの $n_2=n-n_1$ 個は降雨なし, とするとき, 降雨予測対象 (Predictand) Y として,

$$\left. \begin{aligned} \text{降雨ありのとき } Y &= n_2/n \\ \text{降雨なしのとき } Y &= -n_1/n \end{aligned} \right\}$$

という 2 つだけの値をとるものとして, Y と予測要因 ($X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(p)}$) との重回帰式

$$Y = \bar{Y} + \sum_{i=1}^p c_i (X_{(i)} - \bar{X}_{(i)}) \dots \dots \dots (4)$$

をつくと, 明らかに $\bar{Y}=0$ となり, (4)は“予測要因の一次結合式としての判別予測式”となる。実際の要因の値を入れたとき, $Y>0$ ならば降雨あり, $Y<0$ ならば降雨なしと判別できる。

そして, 判別係数 $c_i (i=1, 2, \dots, p)$ は重回帰式の係数を最小二乗法により p 元連立一次方程式の解として求める電子計算機のサブルーチンによって得られる。実際に $n=305$ 個の資料により, 表-3 の予測要因について求めた係数 c_i を Lag 1~Lag 4 について示し, あわせて, 判別と実際の対比分割表を示すと表-4 のようになる。

判別予測の適中率は 80% 近いが, さらに適中率をあげるには, 要因を 15 個くらいにふやす必要がある。

(2) 重回帰予測式のつくり方

降雨があった場合のみのデータを収集し, 降雨量 Y と予測要因 (X_1, X_2, \dots, X_p) との重回帰予測式

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i X_i \dots \dots \dots (5)$$

を実測された値の組 n_i 個

$$(Y_j; X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{pj}) \quad (j=1, 2, \dots, n_i)$$

からつくるには最小二乗法により

$$S^2 = \sum_{j=1}^{n_i} \left\{ Y_j - \left(a_0 + \sum_{i=1}^p a_i X_{ij} \right) \right\}^2 \rightarrow \min. \quad (\text{最小})$$

なるように

$$\partial S^2 / \partial a_i = 0 \quad (i=0, 1, 2, \dots, p) \dots \dots \dots (6)$$

から得られる $p+1$ 元連立方程式をとりて $p+1$ 個の値 a_0, a_1, \dots, a_p を求めればよい。もとのデータの代わりに平均からの偏差 $Y_j - \bar{Y}, X_{ij} - \bar{X}_i (i=1, \dots, p; j=1, \dots, n_i)$ を用いて

$$S'^2 = \sum_{j=1}^{n_i} \left\{ (Y_j - \bar{Y}) - \sum_{i=1}^p a_i (X_{ij} - \bar{X}_i) \right\}^2 \rightarrow \text{Min.}$$

(最小)

なるように

$$\partial S'^2 / \partial a_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, p) \dots \dots \dots (7)$$

から得られる p 元連立方程式を解いて a_1, a_2, \dots, a_p を求め, それを式(5)の形に整理しても結果は同じである。

この係数ならびに Y と (X_1, X_2, \dots, X_p) との重相関係数の計算例は数多くあり, 実際値と重回帰予測値との対比グラフも種々つくられているが, これまでの短時間雨量, 日雨量予測では大体

$$\left\{ \begin{aligned} \text{予測要因 5 ないし 10 個で重相関係数 } &0.65 \sim 0.75 \\ \text{予測要因 10 ないし 20 個で重相関係数 } &0.75 \sim 0.85 \end{aligned} \right.$$

くらいになっている^{3),4)}。これまでの多くの実際値, 予測値対比グラフで共通してみられる一つの弱点は「予測値が要因を与えたときの条件つき平均という性格をもっているため, 雨量が大きいところでは小さい予測値となつてはづれるので, 実用上の対策に困る」ということである。これは重回帰予測式のもつ宿命であり, やむを得ないところであるが, 一応実際値平均より大きい予測値が得られたら予測標準誤差, つまり

$$(\text{実際値標準偏差}) \times \sqrt{1 - (\text{重相関係数})^2}$$

を予測値に加えることにしてもよいが, 雨量は一般に正規分布をしないので, この修正に疑問が出されている。そこで, 筆者は次のごとき予測値修正法を提出した。すなわち実際の降雨量を Y , 重回帰予測値を

$$\hat{Y} = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i X_i$$

誤差を ϵ , 重相関係数を R とすると, Y の分布に関係なく, 次の関係が成立つ。

$$Y = \hat{Y} + \epsilon, \quad \sigma_Y^2 = \sigma_{\hat{Y}}^2 + \sigma_{\epsilon}^2 = \sigma_{\hat{Y}}^2 + \sigma_Y^2 (1 - R^2)$$

..... (8)

ただし, $\sigma_Y^2, \sigma_{\hat{Y}}^2, \sigma_{\epsilon}^2$ はそれぞれ Y, \hat{Y}, ϵ の分散である。そして, \hat{Y} の代わりに予測修正値 $\hat{a}Y + \hat{b}$ を用い

るとし、修正係数 a と修正定数 b とは

$$\left. \begin{aligned} a\hat{Y}+b \text{ の期待値} &= Y \text{ の期待値} \\ a\hat{Y}+b \text{ の分散 (または標準偏差)} &= Y \text{ の分散} \\ &\quad \text{(または標準偏差)} \end{aligned} \right\}$$

の2つの条件を満足するようなものとする。

容易に次の関係式が導びかれる。

$$\left. \begin{aligned} E(a\hat{Y}+b) &= aE(\hat{Y})+b = aE(Y)+b = E(Y) \\ \text{Var}(a\hat{Y}+b) &= a^2\sigma_{\hat{Y}}^2 = a^2\sigma_Y^2 R^2 = \sigma_Y^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$a > 0$ (予測値にマイナスをつけるような修正はしない) とすると式(9)から

$$a = 1/R, \quad b = E(Y) - E(Y)/R \dots\dots\dots (10)$$

となり、修正式は

$$\frac{\hat{Y} + (R-1)E(Y)}{R} \rightarrow \frac{\hat{Y} + (\text{重相関}-1) \cdot (Y \text{ の平均})}{\text{重相関}} \dots\dots\dots (11)$$

となる(期待値の代わりに標本全平均をおきかえる)。

重回帰による予測では本質的にはすでに述べたように平均からの差 $\hat{Y} - E(Y)$ を予測しているわけで、その意味で上記修正の“考え方”は分子第2項を省略し、予測値を1より小さい重相関で割って拡大、調整し、大雨についてもあたるようにしたものといえる。

$\hat{Y} > E(Y)$ のときは、修正値 $> \hat{Y}$ となって拡大されるが、やむを得ない便宜手段として式(10)の分子が負になる場合 ($(1-R)E(Y) > \hat{Y} \geq 0$ なる場合) は、修正値 $= 0$ とする。たとえば

- $E(Y) = \bar{Y} = 2 \text{ mm}, R = 0.70$ のとき
- 予測値 $= 50 \text{ mm}$ ならば、修正値 $= 70.6 \text{ mm}$
- 予測値 $= 20 \text{ mm}$ ならば、修正値 $= 27.7 \text{ mm}$
- 予測値 $= 5 \text{ mm}$ ならば、修正値 $= 6.3 \text{ mm}$
- 予測値 $= 2 \text{ mm}$ ならば、修正値 $= 2.0 \text{ mm}$
- 予測値 $= 1 \text{ mm}$ ならば、修正値 $= 0.7 \text{ mm}$

といった修正値をもって予測とするわけで、大雨による洪水対策といった場合には、こうした回帰予測の使い方しておくほうがよい。

5. 降雨予測の適用性と検証

降雨予測の適用性とは、予測方式作成に用いられた資料 (Dependent data といわれている) でない別の期間の資料 (Independent data といわれている) に対し、どのくらい適用できるかということで、一般に判別予測、重回帰予測ともに Dependent data より Independent data に対しての予測精度が悪いとされている。しかし、経験に基づくこうした一般的によくみられる見解に対し、次の2つの点を検討する必要がある。すなわち ① 力学的記述、総観気象の考察からも妥当と考えられる物理的予測要因が選ばれていて、予測要因の係数の符

号なども合理的と考えられる場合。

② 計算に用いられた資料もある程度豊富 (200 ないし 300 個またはそれ以上) で、資料としての普遍性をもっている場合。

この2つの条件を満足しているならば、気象の長期予報などでよく行なわれる非物理的な統計値 (月総降雨量とか月平均気温など) 間の相関関係や類似性とちがって、物理量どうしの短時間ずれの相関関係は、はるかに安定しており、したがって、得られた予測方式もずっと大きな安定性をもつと考えてよい。この安定性が量的にどのくらいであるかは、①、②がどの程度信頼できるかによって決まるはずで、その点ではむしろ実際に適用性をチェックした方が端的にわかる。そこで、ここでは 1963~1967 年間の天竜川流域小渋ダム近傍の大鹿について作成した $n=305$ 日間資料による判別予測式、1950~1967 年間の台風襲来日 ($n=160$ 日) において作成した日雨量重回帰予測式の 1868 年への適用性を調べてみた。その結果、前者では解析資料 (Dependent data) と独立資料 (Independent data) とに対し、表-5 に示された結果を得た。後者では予測要因 15 個を用いた重回帰式の解析資料における重相関係数が $R=0.80$ で、1968 年に適用した結果として 図-2 に示されたようになった。

適用性を示す例として、これだけで十分であるとはいえないが、これにより、どの程度の適用性をもつか一応判断することができるであろう。

表-5 判別予測の適用性

(天竜川流域、大鹿 (小渋ダム) 6、7 月)

(1) 解析資料の場合

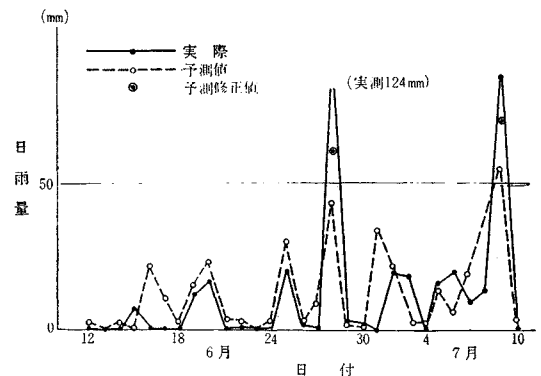
判別	実際		計
	降雨有	降雨無	
+	128	30	158
-	13	134	147
計	141	164	305

$$\text{適中率 } P = \frac{262}{305} = 86\%$$

(2) 独立資料の場合

判別	実際		計
	降雨有	降雨無	
+	21	9	30
-	8	23	31
計	29	32	61

$$\text{適中率 } P = \frac{44}{61} = 72\%$$



(独立資料による重回帰予測の一例)

図-2 天竜川流域・大鹿 (小渋ダム) の日雨量

次に、予測値と実際値との比較検証を行なう方法について述べる。

気象予報の検証を行なう方法は、G. Heidke(1926年)によるスキルスコア (Skill score) の提案以来、十数種類の方法があり、1964年1月 Los Angeles での総合シンポジウム (Symposium on forecast verification) で一般的に検討された。

この報告は1967年10月、Journal of Applied Meteorology Vol. 6, No. 5に掲載されており⁷⁾、その後とくに新しいアイディアは出されていない。結局、妥当と考えられた方法は、

① 予測値と実測値について、判別予測の場合は関連係数 (Coefficient of Association)、帰帰予測の場合は (予測値-実測値)²/予測値の和または平均。

② 重大な致命的はずれの数と、そうでないはずれの数を別々に取り扱った適中率およびその荷重平均。

③ 従来の方法のうち、スキルスコアと、変動を規格化したうえでの相関係数 (予測と実測)。

となっている。①の最後は χ^2 -検定で有意性が調べられる利点がありここでは①の前者と②について基本的考え方だけを説明しておく。上述の判別予測を例にとってもよいが、理解を容易にするため、次のように問題を設定する。

A: 大雨による河川のはんらん、またはダムでの洪水調節 (放流) を必要とする事態。

B: そうでない場合。

とするとき、表-6のような結果が解析資料から得られたものとしよう。

このとき、関連係数 $C. A.$ とは

$$C. A. = (n_{11} \times n_{22} - n_{12} \times n_{21}) / \sqrt{n_{1.} \times n_{2.} \times n_{.1} \times n_{.2}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

のことで¹²⁾、 $n_{12} = n_{21} = 0$ (100%適中) なら +1,

$n_{11} = n_{22} = 0$ (100%はずれ) なら -1,

予測と実際が全く無関係 (独立) なら 0 で、相関係数と似た性質をもち、正のどのくらいの値であるかによって予測の精度を評価する客観的な示数 (Index) である。

表-6 による単純な適中率 P は

$$P = (n_{11} + n_{22}) / n \quad \dots\dots\dots (13)$$

であるが、上記設定では $n_{2.} \geq n_{1.}$ (Aの場合はBの場合よりずっと少ない) から、同じ適中でも n_{11} の評価は

表-6 予測, 実際の対応分割表

予 測 \ 実 際	A	B	計
A	n_{11}	n_{12}	$n_{1.}$
B	n_{21}	n_{22}	$n_{2.}$
計	$n_{.1}$	$n_{.2}$	n

n_{22} の評価より、ずっと高くなければならない。

評価のウェイトを n_{11} に対して w_1 , n_{22} に対して w_2 とすると、荷重適中率 P_w は

$$P_w = (w_1 \times n_{11} + w_2 \times n_{22}) / (w_1 \times n_{1.} + w_2 \times n_{2.}) \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる、ウェイトの取り方については、Aの場合における対策費、不適中のときの損失を考慮する方法と相対度数による方法とがあるが、前者については総合的に次節で説明するとして、後者を採用することにする。つまり

$$w_1 = n_{2.} / n, \quad w_2 = n_{1.} / n \quad (w_1 + w_2 = 1) \quad \dots\dots\dots (15)$$

とおくと、 $n_{2.} \geq n_{1.}$ のとき $w_1 \geq w_2$ となり、Aをあてたときの評価がBをあてたときの評価よりずっと高く、その比はB, Aの出現回数之比になり、結局式(14)は

$$P_w = (n_{11} / n_{1.} + n_{22} / n_{2.}) / 2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

となり、「個別適中率の平均」という意味をもつ (もちろん、 $n_{1.} = n_{2.}$ なら $P = P_w$)。もし、ランダムなA, Bの判別の予測ならば

$$\left. \begin{aligned} n_{11} &= n_1 \cdot n_{.1} / n, \quad n_{22} = n_2 \cdot n_{.2} / n \\ P &= \frac{n_1 \cdot n_{.1} + n_2 \cdot n_{.2}}{n^2} = \frac{n_1^2 + n_2^2}{n^2} \\ &= 1 - \frac{2n_1 \cdot n_2}{n^2} \geq \frac{1}{2} \\ & \quad (\because n_1 \cdot n_{.1} = n_1, \quad n_2 \cdot n_{.2} = n_2) \\ P_w &= \frac{1}{2} \left(\frac{n_{.1}}{n} + \frac{n_{.2}}{n} \right) = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

となり、ランダムに予測しても50%以上の適中率 P となりうる (毎回Bを予測しても、 P は相当大きい)。しかし、 P_w はつねに50% (毎回Bを予測しても $n_{22} = n_{2.}$, $n_{11} = 0$ だから50%) だから、要するに、「実際に解析資料によって表-6を作成し、 P_w を式(17)で計算したとき、それぞれが50%以上ならばランダム予測よりもよい予測である」というわかりやすい関係が得られた。この考え方で、実際の降雨有無判別予測、日雨量境界値50mm (図-2参照) 以上をA, 未満をBとして重回帰予測値を分類した判別の予測を P_w によって調べた結果は、大体 $P_w = 75 \sim 85\%$ になっており、ランダムでない有意なものと考えられる。

6. 降雨予測に基づく対策と効果

予測とこれに基づく対策、利用の経済効果については、最近、膨大な数の研究がOR的になされ、つぎつぎと発表されている¹⁰⁾。ここでは、河川の洪水調節によく用いられるモデルとして、在庫管理的対策についてのみ、ふれることにする¹¹⁾。

\hat{y} : 降雨量の予測値, y : 降雨量の実際値

$c(\hat{y})$: 予測値に基づいて立てられた対策経費

$L(c(\hat{y}), |y - \hat{y}|)$: 対策経費 $c(\hat{y})$ かけたとき、実際値 y によって起こる損失 (または対策で、防

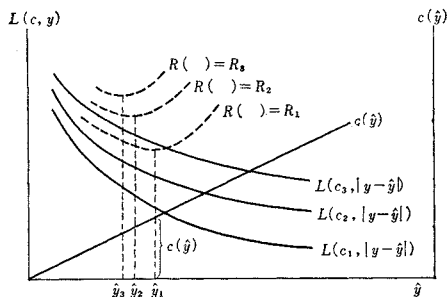


図-3 対策と効果の在庫管理的モデル

ぎ得なかった損失額)

とすると、このモデル的關係は、たとえば図-3のようになる。

対策経費は予測値 \hat{y} が大きいほどかさむので、 \hat{y} の増加関数となり、

① 対策経費を多くかけるほど損失 $L(\cdot)$ は少ない ($c(\hat{y})$ の減少関係)。

② 実測値 y が大きくとも、予測とのくいちがい $|y-\hat{y}|$ が少なければ、 c によって防止できる。

を考えると、損失 $L(c(\hat{y}), |y-\hat{y}|)$ は $c(\hat{y})$ の減少関数、 $|y-\hat{y}|$ の増加関数 (y にはとくに関係しない)、となる (図-3 参照)。対策経費と損失の和 (この和の期待される値を統計的決定理論ではリスクという) リスク $R(C, y, \hat{y})$ は、次の式で示される。

$$R(c, y, \hat{y}) = c(\hat{y}) + L(c(\hat{y}), |y-\hat{y}|) \dots\dots (18)$$

ここで $L(\cdot)$ がたとえば $c_1 > c_2 > c_3 > \dots\dots$ のとき

$$L(c_1, |y-\hat{y}|) < L(c_2, |y-\hat{y}|) < L(c_3, |y-\hat{y}|) < \dots$$

となっていると、 $R(\cdot)$ はそれぞれ、 $R_1, R_2, R_3 \dots\dots$ のような破線で示された曲線となる。そこで、 $R(\cdot)$ を最小にすることが望ましいと考えるならば、この問題は \hat{y} の増加関数 c と、 c の減少関数の大勢をもつ L とを調整し、最適値を決める在庫管理の問題である (在庫管理では、 \hat{y} が在庫、第1項が保管経費、第2項は発注経費に相当する¹¹⁾)。つまり、具体的最適対策の求め方は

① \hat{y} なる予測値が得られたら $c(\hat{y})$ を求め、図-3で、 $L(\cdot)$ の曲線群にそれぞれ対応する R の曲線群について、その最小となるところをさがす (たとえば、図-3で R_1 に対する最小値が得られる \hat{y}_1)。

② この試行錯誤的実験で得られる $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3 \dots\dots$ のうち \hat{y} とのくいちがい $|y-\hat{y}| (i=1, 2, 3, \dots\dots)$ のもっとも小さい \hat{y}_i が得られたら、それに対する縦軸の長さ (図-3では $c(\hat{y}_i)$ にあたるもの) が最適対策

経費となる。

という手順をふむことであり、したがって、曲線 $L(\cdot)$, $R(\cdot) = R_i (i=1, 2, 3 \dots\dots)$ をあらかじめ幾通りもつくっておけばよい。たとえば、数式の例として

$$\left. \begin{aligned} c(\hat{y}) &= \alpha \cdot \hat{y}^n, (n=1 \text{ または } 2 \text{ または } 1/2 \text{ など}) \\ L(\cdot) &= \beta \exp\{-\lambda \cdot c(\hat{y}) + \mu(y-\hat{y})^2\} \beta, \lambda, \mu > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

として、この和 $R(\cdot)$ を最小にする \hat{y} の求め方は $\partial R(\cdot) / \partial \hat{y} = 0$ とすればよく、モデルの数値例も筆者によりいくつかつくられている (詳細は省略)。しかし、現場で使用するのには図-3のようなものがよいであろう。

このほかにも、重回帰予測、判別予測を総合して、 n 回 ($n \geq 0$) 予測したときの支出総額 $R(\cdot)$ の期待値を最小にしたり、利益額を最大にする方式 (筆者は Minimum Risk 方式と名づけた) も検討されているが、これらについての詳細は別の機会にゆずりたい。

あとがき

以上、降雨の予測とその対策について、概要と実例、モデル的例をいくつかあげて述べてみた。紙面の関係で対策、利用効果については十分な説明が与えられていないが、その考え方については一応ご理解いただけたと思う。ここで述べた予測の方法がさらに研究改善されて、実際に役立てられることを期待したい。

参考文献

- 1) 石原健二：スモール・スケールの降水量予報——台風のうずの雨の雨量計算——，気象庁予報部 1965年8月
- 2) 松本誠一・鈴木栄一：降雨強度の時間変化の機構と地下水涵養モデルの設定，地下水とポンプ，1969年7月
- 3) 建設省小洪ダム工事事務所：小洪ダム流域降雨解析報告書
- 4) 鈴木栄一：統計予報の研究，大気，第1号，1970年1月
- 5) 鈴木栄一：最近の統計予報の動向，天気，16巻5号
- 6) 松本誠一：集中豪雨研究の現状と将来，大気，第2号，1970年10月
- 7) Symposium on Forecast Verification, Journ., Applied Meteorology, Vol. 6, No. 5, 1967年10月
- 8) 鈴木栄一：統計的予報要因選別法，測候時報，29巻11号，1962年11月
- 9) E. Suzuki: Categorical prediction schemes of rainfall types by discriminant analysis Papers in Met. and Geophysics. 15.2, 119~159 (1964)
- 10) たとえば，E.M. Wilkins: A note on Forecast economics, Journ. of Meteorology 15, 1958年
- 11) 牧野都治：OR入門，森北出版，1966年
- 12) 鈴木栄一：気象統計学，地人書館，1968年

(1971.2.12・受付)