

文献調査委員会

剛性板上に作用する偏心斜め荷重による弾性体内の応力と変位
Géotechnique/久楽 勝行
 貯水池に落ち込む地すべりによって生ずる波
Proc. of A.S.C.E., WW/木原 力

剛性板上に作用する偏心斜め荷重による弾性体内の応力と変位

“Stresses and Displacements in an Elastic Layer due to Inclined and Eccentric Load over a Rigid Strip”
 Milovic, D.M., Touzot, G. and Tournier, J.P.
Géotechnique Vol. 20, No. 3 pp. 231~252
 September (1970)

(1) まえがき

この論文は有限要素法を使って、剛性板上に作用する偏心斜め荷重による応力と変位を、 $H/B=1.0, 2.0, 3.0$ について計算したものである。ここで、 H は圧縮層の厚さであり、 B は剛性基礎板の幅である。また、ポアソン比は $\mu=0.005, 0.30, 0.45$ として求めてある。応力係数および変位係数は表およびグラフに示されており、実用計算には便利であると思われる。また例題も示されている。

(2) 仮定および定義

次に示すような仮定と定義がなされている。

- a) 基礎の板は完全な剛体である。
- b) 土はフックの法則にしたがう等方、均一の連続体で、その力学的特性はヤング率 E とポアソン比 μ の二つの定数によって定義される。
- c) 圧縮層の厚さは H とする。
- d) モーメントによる水平変位は無視する。
- e) 重力の影響はないものとする。

応力と変位の計算は、図-1 に示すように、基礎幅 B

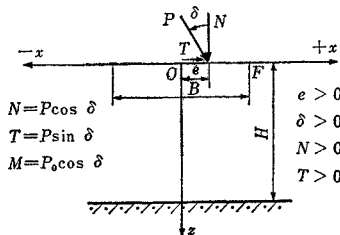


図-1 記号の説明

$=1\text{ m}$, $P=1\text{ t/m}$ としてなされている。 Oz は下向きを正、 Ox は右方向を正としてある。 N は圧縮垂直荷重であり、 T は接線成分の荷重である。また、 δ は垂直軸と荷重との間の角度である。主応力 σ_z, σ_x は圧縮を正とする。

(3) 有限要素法

この論文では、等方、均一弾性体として、正方形および三角形エレメントに分割して考察してある。図-2 は使用した有限エレメントのうちの半分だけを示したものである。それぞれの四角形は四角形の中心に節点をもつ4個の三角エレメントに再分されている。全構造物の一般の剛性マトリックスの集合体は古典変形理論から導き出されるが、ここでは Choleski のエリミネーションメソッドを使用した。

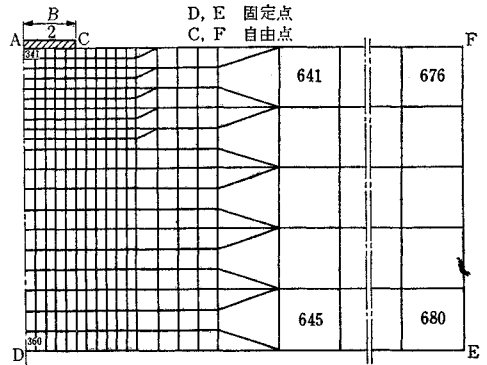


図-2 境界条件をもつ有限要素法のメッシュ

(4) 応力と変位

剛性板の下の圧縮層の応力 $\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}$ は次式で示される。

$$\sigma_z = \frac{P}{B} K_z = \frac{P}{B} \left(K_{zN} \cos \delta + K_{zT} \sin \delta + \frac{e}{B} K_{zN} \cos \delta \right) \dots\dots\dots(1)$$

$$\sigma_x = \frac{P}{B} K_x = \frac{P}{B} \left(K_{xN} \cos \delta + K_{xT} \sin \delta + \frac{e}{B} K_{xM} \cos \delta \right) \dots\dots\dots(2)$$

$$\tau_{xz} = \frac{P}{B} K_{xz} = \frac{P}{B} \left(K_{xzN} \cos \delta + K_{xzT} \sin \delta + \frac{e}{B} K_{xzM} \cos \delta \right) \dots\dots\dots(3)$$

垂直軸 Oz 上の応力 $\sigma_z^a, \sigma_x^a, \tau_{xz}^a$ は次式によって与えられる。

$$\sigma_z^a = \frac{P}{B} K_z^a = \frac{P}{B} K_{zN}^a \cos \delta \dots\dots\dots(4)$$

$$\sigma_x^a = \frac{P}{B} K_x^a = \frac{P}{B} K_{xN}^a \cos \delta \dots\dots\dots(5)$$

$$\tau_{xz}^a = \frac{P}{B} K_{xz}^a = \frac{P}{B} \left(K_{xzT}^a \sin \delta + \frac{e}{B} K_{xzM} \cos \delta \right) \dots\dots\dots (6)$$

また、剛性基礎板の沈下 w 、水平変位 u 、および回転 θ は次式によって求まる。

$$w = \frac{P}{E} w_0 = \frac{P}{E} w_0 N \cos \delta \dots\dots\dots (7)$$

$$u = \frac{P}{E} u_0 = \frac{P}{E} u_0 T \sin \delta \dots\dots\dots (8)$$

$$\tan \theta = \frac{P}{BE} \tan \theta_0 = \frac{P}{BE} \times 2 \theta_{cM} \frac{e}{B} \cos \delta \dots\dots (9)$$

ここで P : 板の単位長さあたりの垂直または斜め荷重

e : 偏心距離

K_{zN} , K_{xN} , K_{xzN} : 荷重 P の垂直成分 N によるそれぞれの応力 σ_z , σ_x , τ_{xz} に対する係数

K_{zT} , K_{xT} , K_{xzT} : 荷重 P の接線成分 T によるそれぞれの応力 σ_z , σ_x , τ_{xz} に対する係数

K_{zM} , K_{xM} , K_{xzM} : モーメント $M=Ne$ によるそれぞれの応力 σ_z , σ_x , τ_{xz} に対する係数

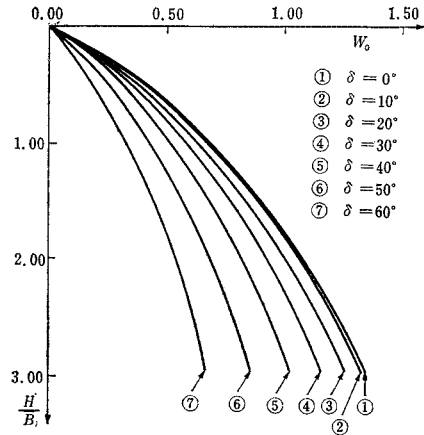
K_{zN}^a , K_{xN}^a , w_0N : 荷重 P の垂直成分 N による応力 σ_z^a , σ_x^a および沈下 w に対する係数

K_{xzT}^a , u_0T : 荷重 P の接線成分 T による応力 τ_{xz}^a , および水平変位 u に対する係数

K_{xzM}^a , θ_{cM} : モーメント $M=Ne$ による応力 τ_{xz}^a , および回転 θ に対する係数

E : 土のヤング係数

である。 K_{zN} , K_{xN} , K_{xzN} , K_{zT} , K_{xT} , K_{xzT} , K_{zM} , K_{xM} , K_{xzM} , K_{zN}^a , K_{xN}^a , K_{xzT}^a , K_{xzM}^a の値は $H/B=1.0, 2.0, 3.0$, ポアソン比 $\mu=0.005, 0.30, 0.45$ に対して計算がなされており、それらの値は表および図に示されている。その一部を表-1 に示した。 $\delta=0$, $\mu=3.0$ のときの偏心 e に対する K_z , K_x , K_{xz} の値も図に示されている。また、 $e=B/6$, $\mu=3.0$ のときの傾斜角 δ に対する K_z , K_x , K_{xz} の値も図に示されている。



$$w = \frac{P}{E} w_0 \quad \mu = 0.30$$

図-3 係数 w_0

u_0T , w_0N , θ_{cN} の値も H/B およびポアソン比 μ に対して計算されており、それらの値は表に示されている。また w_0 , u_0 , $\tan \theta_0$ の係数は H/B および傾斜角 δ に対して、 $\mu=0.30$ のときの値が図に示されている。その図の一部を図-3 に示した。

(5) 結 論

実際的にかつ複雑な土質力学の問題において、有限要素法を使うことによって解決できる問題がかなりあると思われる。この論文は有限要素法を使ったもので、表に示された値は、偏心斜め荷重によって生ずる有限厚さの層の応力と変位を計算するのに便利である。また、剛性基礎の沈下および回転も計算することもできる。

【例題】 表を使うことによって、次のような例題を解くことができる。基礎の幅 $B=3.0$ m, 作用荷重 $P=40$ t/m, 圧縮層の厚さ $H=3.0$ m, 圧縮層の弾性係数 $E=200$ kg/cm²=2000 t/m², ポアソン比 $\mu=0.30$, 傾斜角 $\delta=20^\circ$, 偏心距離 $e=0.50$ m=0.166 B とする。このときの図-1 の F 点における応力 σ_z , σ_x , τ_{xz} を求める。

【解】 $H/B=1.0$, $\mu=0.30$ に対して表-1 より

$\frac{x}{B}$	K_z			K_x			K_{xz}		
	K_{zN}	K_{zT}	K_{zM}	K_{zN}	K_{zT}	K_{zM}	K_{xzN}	K_{xzT}	K_{xzM}
-0.45	1.4035	-0.3529	-6.7504	0.4360	-0.3914	-1.8784	0.0377	1.2349	-0.8397
-0.35	1.0010	-0.0417	-3.4908	0.3745	-0.2194	-1.2026	0.0476	1.0600	-0.9327
-0.25	0.9011	-0.0108	-2.1655	0.3567	-0.1113	-0.8131	0.0309	0.9459	-0.8730
-0.15	0.8557	0.0023	-1.1983	0.3439	-0.0569	-0.4620	0.0184	0.8910	-0.8511
-0.05	0.8388	0.0017	-0.3864	0.3387	-0.0175	-0.1506	0.0061	0.8673	-0.8398
0.05	0.8388	-0.0017	0.3864	0.3387	0.0175	0.1506	-0.0061	0.8673	-0.8393
0.15	0.8557	-0.0023	1.1983	0.3439	0.0569	0.4620	-0.0184	0.8910	-0.8511
0.25	0.9011	0.0108	2.1655	0.3567	0.1113	0.8131	-0.0309	0.9459	-0.8730
0.35	1.0010	0.0417	3.4908	0.3745	0.2194	1.2026	-0.0476	1.0600	-0.9327
0.45	1.4035	0.3529	6.7504	0.4360	0.3914	1.8784	-0.0377	1.2349	-0.8397

$$\begin{aligned}
 K_{zN} &= 1.4035 & K_{zM} &= 1.8784 \\
 K_{zT} &= 0.3529 & K_{xzN} &= -0.0377 \\
 K_{zM} &= 6.7504 & K_{xzT} &= 1.2349 \\
 K_{xN} &= 0.4360 & K_{xzM} &= -0.8397 \\
 K_{xT} &= 0.3914
 \end{aligned}$$

式 (1), (2), (3) から

$$\begin{aligned}
 K_z &= 1.4035 \times 0.9397 + 0.3529 \times 0.3420 \\
 &\quad + 0.166 \times 6.7504 \times 0.9397 = 2.4926
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_x &= 0.4360 \times 0.9397 + 0.3914 \times 0.3420 \\
 &\quad + 0.166 \times 1.8784 \times 0.9387 = 0.8366
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{xz} &= -0.0377 \times 0.9397 + 1.2349 \\
 &\quad \times 0.3420 + 0.166 \times (-0.8397) \\
 &\quad \times 0.9387 = 0.2529
 \end{aligned}$$

応力は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \sigma_z &= \frac{40}{3} \times 2.4926 = 33.23 \text{ t/m}^2 \\
 &= 0.0332 \text{ kg/mm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{40}{3} \times 0.8366 = 11.16 \text{ t/m}^2 \\
 &= 0.0122 \text{ kg/mm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{xz} &= \frac{40}{3} \times 0.2529 = 3.41 \text{ t/m}^2 \\
 &= 0.0034 \text{ kg/mm}^2
 \end{aligned}$$

(委員 久楽 勝行・訳)

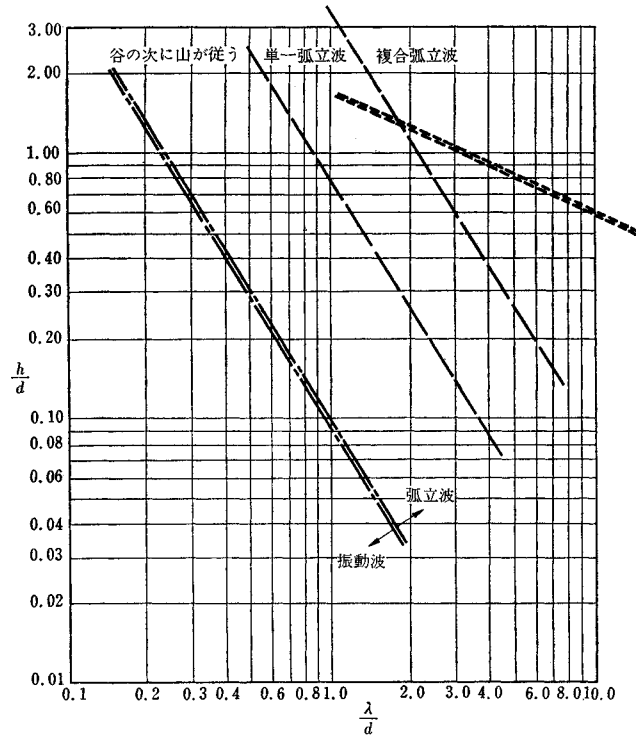
貯水池に落ち込む地すべりによって生ずる波

“Water Waves Generated by Land Slides in Reservoirs”
Wiegel, R.L., Noda, E.K., Kuba, E.M.
Gee, D.M., and Tournberg, G.F.
 Proc. of A.S.C.E., WW, Vol. 96 No. 2, pp. 307~333
 May (1970)

(1) 序 論

崖崩れや地すべりによる土砂が、水塊に落ち込むことによって生ずる波は、近年重要な問題となってきた。これはレクリエーションの目的等によって、水域が増大し、将来は地すべりの危険がある地域まで、湖が作られることが予想されるからである。

地すべりの波によって引き起された最も大きな災害の一つは、1963年10月9日イタリアの Vaiont Valley 貯水池に生じたものである。このときは、約2億4000万 m³ の土石が、15~30 秒間、1.5~3 m/sec の速度で貯水池に落ち込み、貯水池を約 2 km にわたって埋めつくした。このため、ダム上部から越流した水は洪水を引き起こし、約3000 人の人命をうばった。地すべりによ



図一 h/d , λ/d と地すべりによって生ずる波の性質

て生じた波の最大は、アラスカの Lituya 湾のもので、対岸での最大水位上昇は 510 m に達した。このほか、ノルウェーのフィヨルドでも、しばしば似たような災害が生じている。

いま、こうした現象を単純にモデル化して、図-2に示すように、水表面の初期条件を高さ h 、幅 λ の上昇とする。 h および λ が水深 d に比べて小さいときは線型理論による取扱いが可能である。そして、初めに水表面が、静水面より上にあったか、下にあったかは、 λ の符号が異なるのみで、結果は同じである。次に、 h および λ が水深 d に比べて $(h/d, \lambda/d)$ 大きいときは、最初の水表面が上にあるのと、下にあるのと異なる

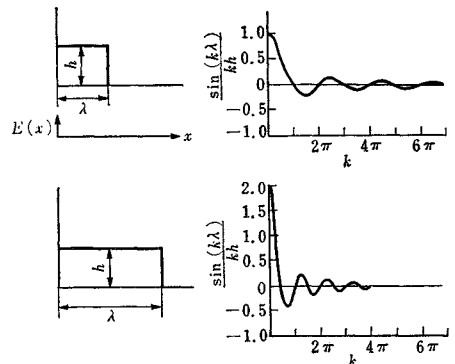


図-2 フーリエ cosine 変換

くる。上にある場合、波はあまり分散せず、したがって、波の進行に伴って波高も減衰しない。 $\lambda/d, h/d$ がより大きくなると、複合 (Complex) 孤立波が形成される。さらに大きくなると bore が生ずる。図-1 に $\lambda/d, h/d$ と波の特性を示す。

(2) 線型理論

Kenzer と Keller は水表面の最初の上昇または下降によって生ずる波を、 $x \gg \lambda$ とした線型理論に基づいて理論的に究明した。2 次元的に考えると、解は次式で与えられる。

$x < t\sqrt{gd}$ に対して

$$y_s \approx \frac{1}{d\sqrt{kx}} \left[\frac{kd\phi(kd)}{-\phi'(kd)} \right]^{1/2} \bar{E}(k) \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} + \frac{1}{8} \right) \dots (1.a)$$

$x = t\sqrt{gd}$ に対して

$$y_s \approx \frac{6^{3/8}\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)\bar{E}(0)}{4\sqrt{\pi}d^{2/3}x^{1/3}} \dots (1.b)$$

$x > t\sqrt{gd}$ に対して

$$y_s = 0 \dots (1.c)$$

ただし、 $\phi'(kd)$ は $kd(k=2\pi/L)$ に関する ϕ の微分、 Γ はガンマ関数、 $\bar{E}(k)$ は初期水位上昇 $E(x)$ の cos フーリエ変換で、図-2 に示すように λ が広ければ変換はより狭く、エネルギーは低周波数 (長波) 域に集中される。

種々の変換後、式 (1.a) は

$$y_s(x, t) = \frac{1}{\sqrt{x}} \left[\frac{-C_G(k)}{C_G'(k)} \right]^{1/2} \bar{E}(k) \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} - \frac{1}{8} \right) \dots (2)$$

と書かれる。ここに C_G は群速を表わす。

図-3 は $x/d=10$ に対して、 λ/d を 4 種類に変えた計算値、図-4 は Prins 実験結果と理論値の比較を示したものである。これらの図から、理論値は $t\sqrt{gd}$ が x/d よりわずかに大きい値以下の範囲以外で実験値とよく合致する。

(3) 実験

実験は幅 30 cm, 深さ 90 cm, 長さ 32 m の水路で、水密性の木箱を落として行なった。箱の落下速度は箱の重量および落下距離に関係する。記録は 16 mm フィルムでの撮影を用いた。実験結果の 1 例を示すと、図-5 は各種の箱の重さに対して、落下距離 h と第 1 波の波頂高の関係を示したものである。

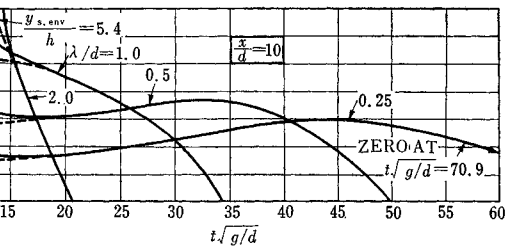


図-3 計算値 (包絡線)

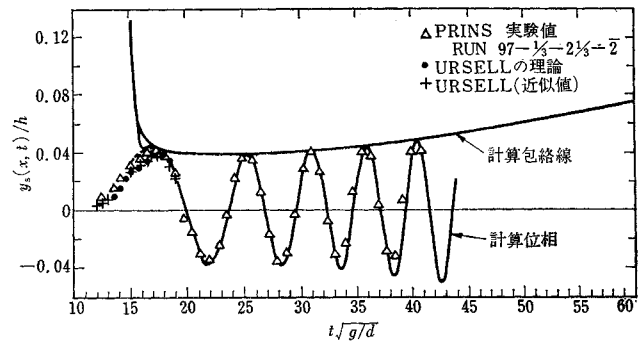


図-4 実験値と理論値の比較

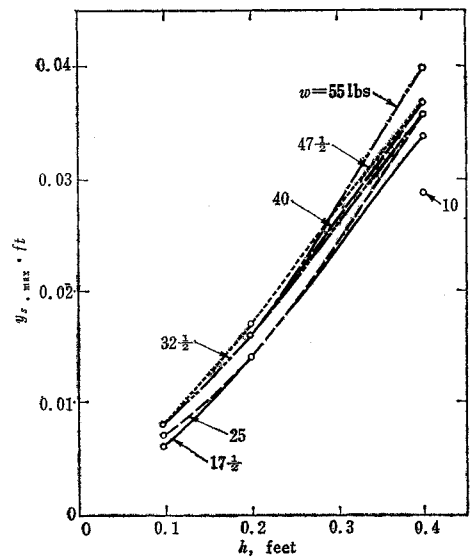


図-5 落下距離 h と第 1 波最大波頂高の関係

(4) 結論

地すべりの水域への落下によって生ずる波についての性質が把握できた。現象が原則的に線型である $\lambda/d, h/d$ の領域は、図-1 の Prins の図でほぼ規定できる。ただし、非線型領域においては、 $y_{s,max}/h, V_{avg}\sqrt{gd}$ の間の関係を知るためには、より総合的な実験が必要である。

(委員 木原 力・訳)