

文献調査委員会

ソビエトにおける板・殻理論および構造計算の理論的基礎に関する研究

Строительная Механика и Расчет Сооружений
(構造力学および構造計算) / 星 正明

原子力発電所P.C格納容器のグラウトに関する実験
Proc. of A.S.C.E., PO / 溝木 泰郎

開水路における境界面のせん断力分布
Proc. of A.S.C.E., HY / 馬場 洋二

固形廃棄物に対する投資の経済的考察
Proc. of A.S.C.E., UP / 小浪 博英

ソビエトにおける板・殻理論および
構造計算の理論的基礎に関する研究

“VII Всесоюзная конференция по теории
оболочек и пластинок”

A.Л. Гольбенвейзер, Н.В. Колкунов,
No. 2, pp. 78~19. Апр (1970)

“Всесоюзная конференция по теоретическим
основам расчета строительных конструкций”

A.В. Александров,

Строительная механика и расчет сооружений
No. 4, pp. 61~63, Авг (1970)

ソビエトにおいて行なわれた板・殻理論に関する会議および構造計算の理論的基礎に関する会議の報告をここにまとめて抄訳し、ソビエトでのこれらの分野における研究の現状を紹介したい。

(1) 板・殻理論に関する第7回全ソ連邦会議

会議は1969年9月に行なわれ、700人あまりの参加者があった。会議の内容は20の総括報告に反映されている。

殻の安定に関する報告が大きな関心を生んだ。“安定問題の解法とその応用”には差分方程式に基礎をおく回転殻の安定問題の数値解析法が与えられている。また、偏心荷重および初期不整等が限界荷重の大きさに及ぼす影響が量的に示されている。“円筒殻の安定に応力状態の非一様性および初期不整の及ぼす影響”には、動径方向に任意の荷重を受ける場合のような殻の安定性について興味ある結果がまとめられている。“補強された異方性殻の安定性”ではせん断に対して小さい剛性を有する材料(強化プラスチック)でできた板あるいは殻の安定性についての解が関心を生んだ。弾性域を越える薄肉構造物の安定問題は“弾性域を越える板および殻の曲げと

座屈”および“クリープ条件のもとでの板および殻の曲げと安定の問題”に触れている。

動的な問題は“殻の非線型動的の問題”にまとめられている。これらの問題の大部分は有限な自由度を有する系に導く方法、あるいは網目法によって解かれている。

“板および殻の変形の波動プロセス”においては、種々の問題の考察とならんで、数学的モデルおよび過渡プロセスの解析方法が研究されている。

“液体と殻の相互作用問題”においては、部分的に重い液体で満たされている殻の振動および液体に衝撃が作用したときの殻の動的応答という二つの型の問題が考察されている。

“殻の一般的線型理論に関する若干の問題”には、最近の計算技術の進歩と関連して、新しい厳密な理論を立てることおよび現在の近似理論の適用範囲を定めることなどについて述べられている。理論の発展が望まれる問題として、層を成す殻、鋭い異方性を有する薄肉構造物、高サイクル振動、厚肉殻などが挙げられている。

“殻の非線型静力学の問題について”には、幾何学的非線型の問題がまとめられている。計算機がこれらの問題を解くのに広く使われていたが、多くの場合、近似解法の誤差の評価などについては未解決である。

“殻および板の熱弾性学”では、変形および熱の場が拘束された殻の動力学的問題が、この分野において最も遅れた研究課題であると述べられている。

“薄肉3次元構造物の静的計算問題における近似解法の発展”には、この分野における有限要素法の有効性が示されている。

“殻に対して極限平衡理論を適用することの見通し”には、剛・塑性殻だけでなく弾・塑性殻に対する理論の適用範囲が示されている。この理論は有限変位の殻にも適用が広がる。

“弾性支承上の板および殻の計算問題”では、基礎の物理特性、構造物と基礎の接触条件などの重要性が強調されている。

種々の技術部門における広い利用が、多層殻の理論の急激な発展をうながしていた。“多層の殻および板”には多層殻の曲げおよび安定、境界層での応力状態、局所的な強度および安定性などについて考察がなされている。

構造物としての機能を保証し、ある定められた規定のもとで最適となる構造形式を決定する問題が近年注目を集めている。この問題は“殻と板の最適設計”に触れている。

“大きな変形を受ける殻の平衡問題およびその理論について”には、重合ゴム、ポリエチレンなどでできた殻に対する問題が述べられている。

“局所的な荷重を受ける殻あるいはリブを有する殻の計算問題”には、荷重作用近傍はリブとの接触近傍の応力状態についての計算結果がまとめられている。

“穴のまわりの応力集中”には研究不十分な分野として、いくつかの穴を有する直交異方性殻、非線型クリープを受ける場合の穴のまわりの応力状態の問題などが挙げられている。

このほかに会議では、動的な荷重を受ける殻の安定性の規定の公式化および複合材料からなる殻の計算問題について活発な討論がなされた。

(2) 構造計算の理論的基礎に関する全ソ連邦会議

会議は1970年2月に約800人の参加者を集めて行なわれた。会議では、構造計算法の最近の発展状態およびその方向、構造計算規定の基礎づけおよびその改良問題なども討議されたが、主たる議題は終局強度に基づく構造物の計算法についてであった。会議は3つの全員出席会議と7つのセクションで行なわれた。各セクションの題目は次のとおりであった。1) 材料、荷重および構造物の統計的解析、2) モデル構造物の研究および実験研究法、3) 終局強度法の改良、4) 終局強度に基づく構造物の計算、5) 計算規定の分析と改良、6) 構造物の最適設計、7) 構造計算法の改良。

現在の構造計算の分野における中心的課題の一つは構造物の信頼性の評価に関する研究と確率理論および統計的方法に基礎をおく終局強度法の改良である。この問題は会議で大きな注目を集め、全員出席会議でポロティンが“構造物の確率理論の基礎”という題で講演した。

終局強度法の発展には、構造物の終局状態の定義、終局状態の開始規定、荷重の統計的分析、構造用材料の強度の解明、実際の構造物の製作条件、偶然の偏心、曲げおよび他の不完全要素、などについての研究が要求される。“終局状態としての安定の喪失”においては、理想的な系と実際の系の限界状態の基本的な形態を関連づける、一般化された限界状態の概念が導かれていた。初期曲がりの研究は“円筒殻における初期不整の統計的解析およびその耐力に及ぼす影響”に述べられている。終局状態についての考察は、“弾性基礎上の構造物の終局状態に関する問題”および“非線型理論の立場からみた終局状態”などに触れられている。“運送船の骨組の終局状態の評価について”という論文は、運送船建造の分野において、最新の確率理論を基礎にした構造骨組の耐力の評価問題および外力の問題が非常に研究されているということを示している。

会議では、構造物の計算規定の審議に大きな関心が払われた。この問題は、全員出席会議論文“構造物の計算規定の発展における最近の傾向”および第5セクション

のすべての論文に触れられていた。

グボズジェフの報告に終局強度に基づく設計法の進路および発展傾向が考察されている。都市住宅および工場建築の計算規定にまず取り入れられたこの方法は、従来の許容応力法を凌駕しながら、徐々にではあるが他の構造形式に広まりつつあるということが認められる。規定に採られた計算方法が、ただ統計的基礎に立って計算された一連の特性値および係数を利用するだけであること理由が報告の著者によって説明された。

会議では、しばしば活発に構造物の最適理論の研究問題が討議された。“極限平衡理論における最適化問題”には、極限状態であってしかも定義された概念のもとで最適である構造物を求めることを可能にする極値エネルギー原理が発展させられている。

構造物の実験的研究問題も、会議で大きな注目を集めた。“光弾性および膜法における変形および応力の研究”では、光弾性皮膜法による解析精度に関する多くの問題が解明されている。“物理的モデル化を基礎にした極限状態の研究の可能性について”では、確率的な出現を考慮した構造物のモデル化理論の基礎が定式化され、モデル実験の計画法が提案されている。

全体の約1/3の論文は構造計算法の一般的な問題を取り扱っていた。そのうちの大部分は複雑な3次元構造物の計算あるいは計算機を使用することによって生じる問題に関連している。“3次元構造物の半ディスクリット解析”には複雑なディスクリット系の微分平衡方程式および運動方程式の一般的な作成法が提案されている。その他有限要素法による板および円筒殻の計算問題、薄肉構造物の動的問題と安定問題、薄肉ばりにおける振動、波の伝ば、動的安定性の問題、板および殻の物理的あるいは幾何学的非線型計算問題等について報告があった。

会議で採択された決議において、構造物の確率理論の発展に対して必要な統計資料の蓄積を目的としてモデル構造物で得られた結果を系統だててまとめる、専門家グループの組織が認められた。

(委員 星壘 正明・訳)

原子力発電所 PC 格納容器の グラウトに関する実験

“Grouted Tendons For Nuclear Containment”
Harstead, G.A., Kummerle, E.R.
Proc. of A.S.C.E., PO, Vol. 95, No. 2,
pp. 277~292, Oct. (1969)

スリーマイルアイランド原子力発電所では、第2号機にコンクリート格納容器が採用され、円筒壁およびド

ム状の屋根の部分でP C構造とすることにした。これには、フレキシブルで高強度のポストテンション用鋼材が多量に使用される。このようなP C鋼材は比表面積が大きく、高強度の鉄を使用するため、防食対策が必要となる。P C鋼材の防食対策として、ここではセメントグラウトを採用した（セメントのアルカリで鋼材をつむことは鋼材防食上、非常に効果的であることおよびボンドによる付帯効果が期待できるため）。

(1) 研究の必要性と目的

セメントグラウトの防食特性を十分に発揮させるためには、 tendon が完全にセメントペーストにより包まれる必要がある。P C格納容器は通常のP C構造物に比べ大形であるだけでなく、プレストレス導入鋼材の設置には半径の小さな曲線の部分も多く、このような小さな半径の曲線の内側とそこにおしつけられた鋼材との間に、通常のグラウト法で十分グラウトできるかという疑問がある。この実験は、P C格納容器に通常使用される2種の鋼材を使用して、在来のグラウト法で、半径の小さな曲線のシースの内側部分まで、完全にグラウトできるかどうか、もし在来の方法で困難ならば特殊なグラウトの

開発とその効果の検討などを目的とした。

(2) 実験

実験は事前のテスト、第1段階、第2段階テストの3段階で行なった。事前のテストよりワイヤー tendon を使用した場合、在来のグラウト法では限界があると思われる結果をえた。第1段階のテストではストランドを使用し、在来のグラウトで十分であることを確かめた。第2段階のテストではワイヤーに対する特殊グラウトの効果の検討、ストランドに対する在来のグラウトの効果の検討および、グラウトの再現性の検討などを行なった。

(3) 試験部材

グラウトが最も困難と考えられるP C容器の tendon 部分を近似するため、図-1に示すような機器ハッチのまわりの半径6mの曲線の tendon 部分を近似した（機器ハッチ部分を選んだのは、グラウトの最も困難な部分は曲線が1つで、かつ半径が小さな曲線であると考えられるため）。図-2は第2段階のテストに使用した試験部材である。

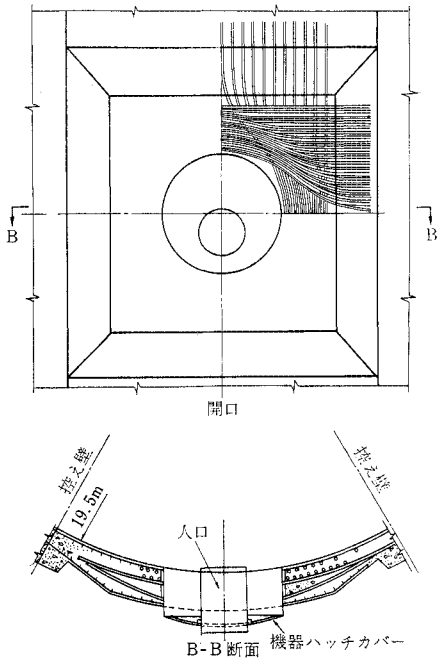
使用鋼材と工法はワイヤーとしてφ6.3mmのストレ

表-1 結果一覽表

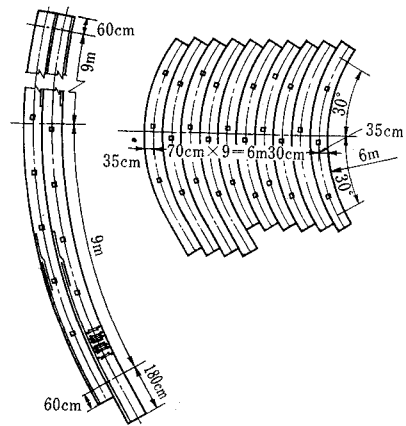
試験番号 (1)	tendon (2)	長さ (m) (3)	半径 (m) (4)	角度 (度) (5)	水セメント比 (%) (6)	プレストレス力 (t) (7)	グラウトの 混和剤 (8)	自由膨張率 (%) (9)	流入時間 (sec) (10)	グラウトの 圧縮強度 (kg/cm ²) (11)	特 長 (12)	ダクト内径 (cm) タイプ (13)
I-1	29-13mmφ ストランド VSL	10.6	6.0	60	37	38	イントラクリ ート VPN 269	6	15	420 (28日)	空機分離機 グラウト循環	10 スケジュー ル 40パイプ
II-1	38-13mmφ ストランドSEEE ストレススチール	7.5	6.0	60	42	56	イントラクリ ート	-	13	-	-	10 フレキシブル シー ス
II-2	24-15mmφ 異形ストランド Freyssinet	7.5	6.0	60	37.5	39	イントラブラ ストC	-	21	-	スベ-サー	12.5 スケジュー ル 40パイプ
II-3	22-13mmφ ストランド Ryerson-WCS	7.5	6.0	60	40	26	イントラクリ ート	9.5	12.5	298	-	9.5 スパイラルシ ース
II-4	22-13mmφ ストランド Ryerson-WCS	7.5	6.0	60	41	29	イントルー ジョン Aid R	7.5	11.0	283	-	9.5 スパイラルシ ース
II-5	38-13mmφ ストランドSEEE ストレススチール	7.5	6.0	60	42	56	イントラクリ ート	10.0	16	272	事前にグリー スをつけた	10 フレキシブル シー ス
II-6	24-15mmφ 異形ストランド Freyssinet	7.5	6.0	60	39	35	イントラブラ ストC	3.75	15	283	-	12.5 スケジュー ル 40パイプ
II-7	90-6mmφ ワイヤー BBR Ryerson	7.8	6.0	60	42	33	イントルー ジョン Aid R と遅延剤(第 1段階)	-	13 (第1段階) 13.5 (第2段階)	278	事前にグリー スをつけたグ ラウト循環	9.5 スパイラルシ ース
II-8	90-6mmφ ワイヤー BBR Ryerson	7.8	6.0	60	42	33	イントルー ジョン Aid R	-	-	-	スベ-サー	9.5 スパイラルシ ース
II-9	90-6mmφ ワイヤー BBR Ryerson	7.8	6.0	60	42	33	イントルー ジョン Aid R	-	-	-	グラウト循環	9.5 スパイラルシ ース
II-10	40-6mmφ ワイヤー BBR Ryerson	7.8	6.0	60	41	14.5	イントルー ジョン Aid R	-	14.5	-	グラウト循環	7 フレキシブル シー ス
II-11	38-13mmφ ストランドSEEE ストレススチール	22.2	20.0	60	42	56	イントラクリ ート	-	11.5	-	-	10 フレキシブル シー ス
II-12	90-6mmφ ワイヤー BBR Ryerson	22.7	19.5	60	42	33	イントラクリ ート	-	11	4063	グラウト循環	9.5 スパイラルシ ース

a 連続した空けきがあった

図一 機器ハッチの詳細



図二 試験部材 (第2段階のテスト用)



スリーブスチールの集合体、ストランドとして $\phi 13$ mm ($\phi 3.5$ mm ワイヤの 7 本より), $\phi 15$ mm ($\phi 5.0$ mm ワイヤの 7 本より) ストランドの集合体, 工法はフレシネ, SEEE, VSL および WCS である。

(2) 結 論

使用する P C 鋼材の種類 (ワイヤーとストランド) によりグラウト効果はまったく異なり, 一方のデータを他に適用できないことがわかった。この実験より得た結果を以下に示す (表一)。

1) ストランド : 在来の P C 構造物に使用しているグラウト方法で十分効果のあるグラウトを行なうことができることがわかった。グラウトの中に小さな空けき認められることがあったが, 認容できる範囲のものであった。

2) ワイヤー : 在来のグラウト法ではセメントペーストがゆきわたらない箇所があり, グラウト工法に対する技術開発などの対策が必要ことがわかった。本実験では, その対策として, プレストレス導入の前後にグラウトを行なう, プレストレス導入中にグラウトを行なう, グラウトが十分ゆきわたるようにスペーサーを使用するなどにより好結果を得た。

(委員 満木 泰郎・訳)

開水路における境界面のせん断力分布

“Boundary Shear Distribution in Open Channel Flow”
 Ghosh, S.N. and Roy, N.
 Proc. of A.S.C.E., HY. Vol. 96, No. 4,
 pp. 967~994, April (1970)

(1) 概 要

流れの境界に作用するせん断力の分布は非常に重要

切断面の純グラウト部分 (%) (14)			
98.9	99.6	99.3	
98.9	98.9	100	100
98.8	99.9		
100	99.9	99.7	99.8
99.7	99.3	99.3	99.7
100	100	99.9	94.4 (グリース)
98.9	99.3	98.1	99.1
97.2	100	98.8	
99.6	99.9	99.7	99.9
99.5	99.4	99.8	99.8
96.8	96.8	93.7	95.8
98.9	97.8	98.0	99.4
83.4	87.2 ^a	83.9 ^a	68.2 ^a
78.3 ^a	98.0	97.6	99.2
98.7	98.1	98.4 ^a	96.5
94.2 ^a	90.6 ^a	93.7	96.7
			97.7 ^a
			96.8 ^a
100	99.8	99.3	99.3
99.6	99.7	98.8	
98.3	99.2	80.3 ^a	94.5
85.8	98.5	98.4	87.8
97.4	90.4	90.7	93.6
			77.3
			75.9
			72.5 ^a
			93.2
			83.4 ^a
			80.4 ^a
			99.3
			98.8

な問題だが、理論の組立てがむずかしい。そこで著者は次のような3つの方法を用いてせん断力を測定し、その結果を比較検討した。

第一は間接測定法で、プレストンの方法を発展させたHwangらの関係式を著者が少し修正して応用している。間接測定の第二は、プラントルの対数流速分布理論にもとづくもので、境界に垂直方向に測定した流速分布よりせん断力を求める通常の方法である。なお、このときカルマン定数には0.4を使用している。第三は直接測定で、これは流速分布の仮定が不要という利点がある。直接測定では著者は、はじめBagnoldが採用した装置を用いた。これは水路底や側壁からある大きさの部分を取り取り（これが測定要素となる）、それが流れによって動かされる力を測定してせん断力を求めるものである。この測定要素は水上から吊り下げられ、試験水路は他のより大きな水路の中に収めて、しかも大きい水路にも水を満たして試験水路と同水位を保つようになっている。

プレストン管を使用したときの逆算式には式(1)を用いた。これはなめらかな境界の場合の式で、Hwangらは右の係数に9を用いたが、著者が実験値を整理しなおして8.32を採用したのである。

$$\frac{P_t - P}{\tau_0} = 16.531 \left\{ \left(\log \frac{8.32 u_* k}{\nu} \right)^2 - \ln \left(\log \frac{8.32 u_* k}{\nu} \right) \cdot f_1 \left(\frac{r}{k} \right) + f_2 \left(\frac{r}{k} \right) \right\} \dots \dots \dots (1)$$

$$f_1 \left(\frac{r}{k} \right) = 0.25 \left(\frac{r}{k} \right)^2 + 0.0625 \left(\frac{r}{k} \right)^4 + 0.026 \left(\frac{r}{k} \right)^6 + \dots \dots \dots (2)$$

境界が粗面の場合には、VanoniとHwangと同様に、人工粗度の高さや密度を考慮に入れ次式を用いた。

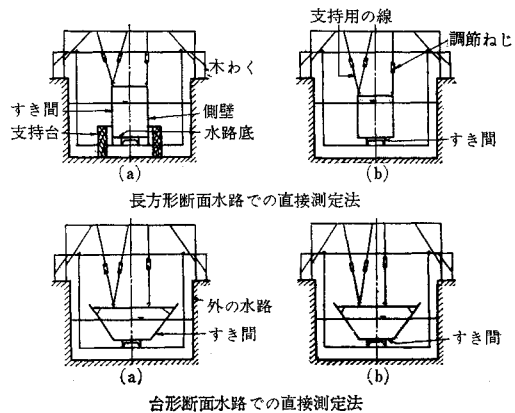
$$\frac{P_t - P}{\tau_0} = 16.531 \left\{ \left(\log \frac{k}{\lambda h} \right)^2 - \ln \left(\log \frac{k}{\lambda h} \right) \cdot f_1 \left(\frac{r}{k} \right) + f_2 \left(\frac{r}{k} \right) \right\} \dots (3)$$

ここに $P_t - P$ は動圧、 τ_0 は局所のせん断力の強さ、 u_* は摩擦速度、 ν は動粘性係数、 k は流速0の基準高と静圧管中心までの距離、 r は静圧管の内径、 h は人工粗度の高さ、 $\lambda = hw/S \cdot e$ で、 w 、 S および e は、それぞれ人工粗度1個の幅、粗度の縦断間隔、横断間隔である。

(2) 実験装置

幅90cm、長さ15.30mの大きい水路に、幅20cm、長さ13.2mの試験水路を浮かしている。試験水路の水深は5~16cm、流量は0.176~1.165ft³/secの範囲である。そのとき大きい水路にも試験水路の測定区間と同じ水位になるよう調節してある。水路勾配は0.00302に固定し等流状態をつかって実験した。水路断面は長方形と台形との2種類で、台形水路では側壁の勾配を1:

図-1 測定要素でのせん断力の直接測定法の説明



0.5, 1:1 および 1:2 の3種類である。試験水路や測定要素の材料が不明であるが、測定要素は概略図-1の構造となっている。粗面での実験は直径3mmの樹脂製の玉を境界に貼りつけてある。その人工粗度の粗さは3種類である。

(3) 実験結果と検討

1) なめらかな境界の場合のせん断力分布 3つの測定法による結果は、ともに図-2に見られるように傾向と一致性がよいが、プレストン管による測定値の τ_0 が隅角部で大きく、水面および水路中心で小さく、他の測定法による結果と異なる。この現象は、プレストン管をセットしたとき総圧管（動圧プラス静圧）と静圧管との間に圧力勾配があるときのみ、流速分布による推定値と異なってくる可能性がある。

すなわち、断面内の等流速線が、2次流によって隅の方へ引き寄せられておれば、このような推定値になると考えられる。

2) 粗い境界の場合のせん断力分布 境界が粗いと、なめらかな場合に比べて水面付近の境界のせん断力が図-3のように減少する。しかし水深が増せば、なめらかな場合と同様、水面に最大値が現われるようになる。同図で、水面付近でプレストン管と直接測定とによ

図-2 なめらかな長方形断面水路のせん断力分布

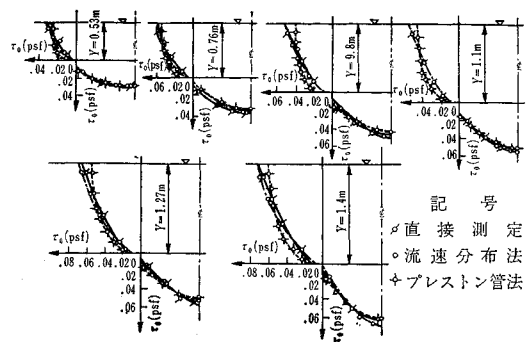
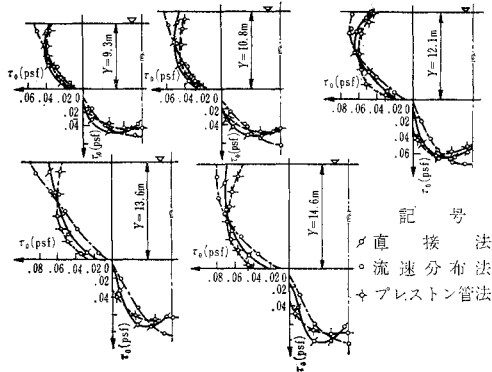


図-3 人工粗度を密に植えたときの長方形断面水路のせん断力分布

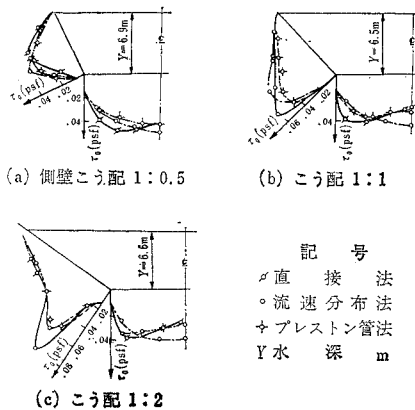


る結果の大きな不一致の原因は、直接法での測定するとき、測定要素と水路とのすき間から水が漏れるため誤差が大きくなったものと考えられる。

また、直接法とプレストン管による測定結果は、壁面の最大せん断力が水面下にあるが、等流速線から推定した値は壁面の粗さにかかわらず水面にある。しかし、等流速線は、壁面がなめらかな場合は壁面に平行になるが、粗さを増すほど水面付近の等流速線が水路中央に引き寄せられる傾向にある。したがって、最大せん断力は水面以下にあると考えるのが合理的である。水路底で中央より壁面寄りて最大せん断力が生ずるのは、等流速線の変形のせいである。なめらかな水路の場合には、最大せん断力が水路中央に生ずると対称的である。

長方形水路での 21 ケースの実験では、粗さのパラメータ $h\lambda$ は $0 \sim 1.6 \times 10^{-4}$ まで変化させたが、この人工粗度の影響は、壁面および水路底で最大せん断力の発生場所を遷移(シフト)されたことに現われている。水深が大きくなると、このシフト量は小さくなる傾向にあるが、水路底のそれは比較的遷移しにくく、水路底の約 1/4 の場所に固定する傾向にあった。

図-4 粗度石付台形断面水路のせん断力分布



3) 台形水路のせん断力分布 台形水路では、なめらかな壁面の実験を行っていない。もっとも顕著なのは、水面付近でのせん断力が急激に減少し、ほとんど0になってしまうことである。せん断力の大きさそのものは、側壁の勾配によらないようである。最大せん断力の位置は下方に移り、水深が増せば増すほどその傾向が強まる。また図-4からもわかるように、側壁勾配をゆるくすればするほど、最大せん断力のピーク形状が誇張されることになるようだ。

一方、水路底では、長方形断面と同様であり、境界が粗くなればなるほど、ピークが隅の方へ寄る傾向にある。水深を大きくしてもまた側壁勾配をゆるくしても同じ傾向がでる。すなわち、粗い境界の水路では水面付近や水路の隅のせん断力がおもに変化を受けることになる。これは 2 次的な流れのためと考えられる。

(委員 馬場 洋二・訳)

固形廃棄物に対する投資の経済的考察

“Economics of Solid Waste Investment Decisions”

Clark, R.M.

Proc. of A.S.C.E, UP, Vol. 96, No. 1,

pp. 65~79, march (1970)

塵埃や灰等の固形廃棄物の処理に関する資本の投下を決定する場合を考えると、限られた財源で、ある与えられた量を処理しようとする施設の建設に資本を投下する方法が何通りか考えられるが、その最適な投資量および投資時期を決定するのは非常に困難を伴う。ここでは、ある仮空のモデルケースを考えながら線型解析ならびにダイナミックプログラミングの概要について説明する。いま、 q_{11} と q_{12} という二通りのごみ処理方式があったとし、 q_{11} は第 1 期に、 q_{12} は第 2 期に使用可能であるとすると、これらはそれぞれ単位量の処理に要するコストが 20 ドルと 30 ドルであり、第 1 期末までに 600 単位、第 2 期末には 1000 単位の処理能力を必要とすれば、次のような式が得られる。

$$f(q) = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{12}$$

$$q_{11} \geq 600 \quad q_{11} + q_{12} \geq 1000$$

ここで $p_{11}=20$, $p_{12}=30$, $f(q)$ は目的関数である。これを満たすような $f(q)$ の最小値は 2×10^4 ドルであり、その場合 $q_{11}=1000$, $q_{12}=0$ であることはすぐわかる。これは線型解析の一例であるが、ここには単位容量あたりのコストが一定で q という変数が連続的に変化するという仮定に基づいている。したがって、いま x_1 , x_2 がともに 15 の何倍かで定まる変数、つまり x_1 , x_2 の値は 0, 15, 30, 45...である場合を考えると、この理論は使用できなくなる。このような場合にはダイナミックプログ

ラミングが有効であるが、この詳細は後に述べる。

さて、 t は時間を表わす添字とし、 $t=1$ は期間の始点を $t=2$ は第 1 期末を、以下 $t=n$ は $(n-1)$ 期末つまり n 期の始点を示すものとする。 t 期における利子率を i_t 、 b_t を期日 t における財貨料と考える場合、 t 期における b_t という財貨の価値は $(t+2)$ 期においては

$$b_t(1+i_t)(1+i_{t+1})$$

となる。また、 τ を τ 期の始点を示すとすれば、 b_t の τ における価値は

$$b_t(1+i_t)(1+i_{t+1}) \times \dots \times (1+i_{\tau-1})$$

で示され、 b_t という財貨による τ 期後の金利は

$$J = b_t(1+i_t)(1+i_{t+1}) \times \dots \times (1+i_{\tau-1}) - b_t$$

で表わされる。ここで、ある自治体に y_1, y_2, \dots, y_t なる連続的歳入がある場合を考え、1 人あたりの徴収料を g_t 、そのときの人口を P_t で表わすと、

$$y_t = g_t \cdot P_t$$

ここで単一の期ごとに貸借の清算がなされるとすれば、

$$t \text{ 期の総歳入は } y_t + i_{t-1} b_{t-1}$$

で表わすことができる。これと、 t 期における投資額、 $\sum_{j=1}^n p_j q_j$ を用いて、第 t 期に発生するストック量は、

$$S_t = y_t + i_{t-1} b_{t-1} - \sum_{j=1}^n p_j q_j \quad (t=1, 2, \dots, \tau)$$

また、 t 期における財貨量はその前の期の財貨量に t 期のストック量を加えて、 $b_t = b_{t-1} + S_t$

この S_t に前の式を代入し、 β_t を

$$\beta_t = (1+i_t)(1+i_{t+1}) \dots (1+i_{\tau-1}) - 1$$

とすれば b_t は次のようになる。

$$b_t = \sum_{j=1}^{\tau+1} \left(y_j - \sum_{k=1}^n p_k q_{kj} \right) (1+\beta_t)$$

ここで、 $y_t = g_t P_t$ 、 $b_1 = 0$ 、 τ は計画最終年次である。以上をとりまとめて、総コストを次のように表わせる。

$$\text{総コスト} = \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{j=1}^n p_j q_{jt} - \sum_{t=2}^{\tau+1} g_t P_t - \sum_{t=1}^{\tau} b_t \beta_t$$

さて、これらをもとに線型解析について述べる。いま、 t 期に必要な処理容量を Q_t とすれば、インプットする要素 q_{jt} とその比率 a_{jt} により Q_t は次のように表わせる。

$$Q_t \leq a_{1t} q_{1t} + a_{2t} q_{2t} + \dots + a_{nt} q_{nt}$$

前出の公式により

$$\sum_{t=1}^{\tau+1} \left(y_t - \sum_{j=1}^n p_j q_{jt} \right) (1+\beta_t) - b_t = 0$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} \sum_{j=1}^n a_{jt} q_{jt} \geq Q_t$$

これを前に述べた例にあてはめると、

$$\sum_{t=1}^2 \sum_{j=1}^2 p_j q_{jt} = p_{11} q_{11} + p_{12} q_{12}$$

また、利用者負担額は

$$\sum_{t=2}^3 g_t P_t = g_2 P_2 + g_3 P_3$$

ここで、 $p_{11}=20$ 、 $p_{12}=30$ 、 $P_2=500$ 、 $P_3=1000$ とし、 g_2 、 g_3 、つまり利用者一人あたり負担額は未知であるとする、

総コスト $= 20 q_{11} + 30 q_{12} - g_2 P_2 - g_3 P_3 - b_2(1+i_1)$ が最小になるような q_{11} 、 q_{12} 、 g_2 、 g_3 を求めることになる。ただし、条件としては、

$$q_{11} \geq 600 \quad q_{11} + q_{12} \geq 1000$$

$$g_2 P_2 - 20 q_{11} = b_2$$

$$(g_2 P_2 - 20 q_{11})(1+i_1) + (g_3 P_3 - 30 q_{12}) = 0$$

$i_1=0.05$ としてこれを解くと、 $q_{11}=600$ 、 $q_{12}=400$ 、 $g_2=21$ 、 $g_3=12$ が得られ、これが最適解となる。

これをダイナミックプログラミングによって解く方法を考えてみる。ダイナミックプログラミングの特徴は次の 7 点である。

- 1) 問題を政策決定の各段階に応じて段階的にとらえる。
- 2) 各段階が多くの選択枝を持つ。
- 3) 各段階での決定が次の段階の決定と密接に関連している。
- 4) ある状態を与えてやると、その以前の決定とは無関係に、それ以降の最適解を求めることができる。
- 5) 各段階での最適解は最終段階での最適解を導くように決定される。
- 6) 各段階での最適決定と、残りの $(n-1)$ 段階とを対比させながら考察できる。
- 7) この場合、考察の過程は 1 段階ずつ逆行していく。さて、これらを実際に用いる場合の説明として、前出の例を用い、 Q_t を最初の時点 $t=1$ から第 1 期終了時 $t=2$ 、第 2 期終了時 $t=3$ 等における処理所要量とすると

$$Q_t \leq q_{t1} \cdot q_{t2} \quad (t=1, 2, 3)$$

q_{t1} 、 q_{t2} はそれぞれタイプ 1 とタイプ 2 の容量を表わす。いま q_{t1} が 10, 15, 20, 25, 30、 q_{t2} が 5, 10, 20, 30 と変化するときの固形廃棄物処理能力を求めたとき表一 1 が得られたとする。また、第 1 期末での必要能力 450、第 2 期末での必要能力 900、それぞれにおける人口は 10000 および 20000、 g_1 、 g_2 ともに 10 以下、第 1 期末 ($t=2$) でのタイプ 1 による処理コストは q_{21} に対して 3000、同じくタイプ 2 について q_{22} に対して 2500、

表一 1 q_{t1} 、 q_{t2} の組合せ表

q_{t1}	q_{t2}				
	5	10	20	30	40
10	50	100	200	300	400
15	75	150	300	450	600
20	100	200	400	600	800
25	125	250	500	750	1000
30	150	300	600	900	1200

同様に q_{31} に対して 3000, q_{32} に対して 3500, i は 5 年間で 0.25, つまり年率にして 0.05 と仮定すると, 目的関数は次のとおりとなる。

$$f(q) = 2000q_{21} + 2500q_{22} + 3000q_{31} + 3500q_{32} - 10000g_1 - 20000g_2 - 1.25b_2$$

ここで, $q_{21} \cdot q_{22} \geq 450$ $q_{31} \cdot q_{32} \geq 900$

$$g_1 \leq 10 \quad g_2 \leq 10$$

$$g_1 P_2 - p_{21} q_{21} - p_{22} q_{22} = b_2$$

$$(g_1 P_1 - p_{21} q_{21} - p_{22} q_{22}) (1.25)$$

$$+ (g_2 P_2 - p_{31} q_{31} - p_{32} q_{32}) = 0$$

第 2 期末での総コストは

$$\text{総コスト} = 3000q_{31} + 3500q_{32} - 20000g_2 - 1.25b_2$$

ここで $q_{31} q_{32} \leq 900$ $g_2 \leq 10$

$$(g_1 P_1 - p_{21} q_{21} - p_{22} q_{22}) (1.25)$$

$$+ (g_2 P_2 - p_{31} q_{31} - p_{32} q_{32}) = 0$$

この第 2 期末の状態を第 1 段階と呼び r_1 で表わすならば, 第 1 期の式は次のようになる

$$f(q) = 3000q_{21} + 2500q_{22} - 10000g_1 + r_1$$

$$10000g_1 - 3000q_{21} - 2500q_{22} = b_2$$

$$q_{21} q_{22} \leq 450 \quad g_1 \leq 10$$

また, $q_{31} = q_{21} + \Delta q_{21}$, $q_{32} = q_{22} + \Delta q_{22}$ と考えて,

$$q_{31} q_{32} \leq 900$$

となるように考え, $q_{31} = 25$, $q_{32} = 40$, $p_{31} q_{31} + p_{32} q_{32} = 215 \times 10^3$ とすると前式は

表-2 q_{31} , q_{32} の組合せ

q_{31}	q_{32}	
	30	40
25	—	1000
30	900	1200

表-3 q_{21} , q_{22} の組合せ

q_{21}	q_{22}		
	20	30	40
15	—	450	600
20	—	600	800
25	500	750	1000
30	600	900	1200

$$215 \times 10^3 - 20 \times 10^3 g_2 - 1.25 b_2$$

となる。また, $q_{31} = q_{32} = 30$ とすると,

$$195 \times 10^3 - 20 \times 10^3 g_2 - 1.25 b_2$$

となる。 $q_{31} = 30$, $q_{32} = 40$ とすれば,

$$230 \times 10^3 - 20 \times 10^3 g_2 - 1.25 b_2$$

ここで K を定数とすればこれらの式は

$$6750q_{21} + 5750q_{22} - 12.5 \times 10^3 g_1 - 20 \times 10^3 g_2 + K$$

$$b_2 = 10 \times 10^3 g_1 - 3 \times 10^3 q_{21} - 2.5 \times 10^3 q_{22}$$

表-3 より q_{21} , q_{22} の可能な値を求めることができる。

これらで, まず第一に q_{31} , q_{32} の組合せから最も値を小さくするものを表-2 より求めると $q_{31} = q_{32} = 30$, となる。これが最小を与えることは前の計算からもわかる。次に表-3 から q_{21} , q_{22} を求めると, $q_{21} = 15$, $q_{22} = 30$ となり, このとき $g_1 = g_2 = 10$ が最適解となる。

以上二通りの最適解の求め方を紹介したが, 要は, 各状況をよく見つめて, 時宜に適した手法を用いる必要があるということである。 (委員 小浪 博英・説)

文献抄録原稿投稿歓迎

文献調査委員会では会員諸兄からの文献抄録原稿の投稿を歓迎しております。

下記要項にて奮ってご投稿下さいますようご案内致します。

記

- 論文抄録の内容: 特に注目すべき論文, 記事などを取上げ, わかりやすく紹介する。
- 抄録論文の題目: 題目は必ずしも原題名に忠実であるとはなく, 抄録の内容を伝えるものであればよい。
- 抄録のさいの注意事項
 - 外国文献に限る
 - 抄録のページ数は 0.5~1.5 の範囲とし, 1 ページを標準とする。
最大限 2 ページとする (学会原稿用紙 350 字詰 6 枚にて 1 ページに相当)。
 - 抄録には, 図, 写真を活用する。図面中の語, 文は日本語になおす。
 - 人名, 地名は広く知られているものは片カナ書きを原則とし, そうでないものは, 欧文書きとする。
 - 使用単位は CGS 実用単位とする。その他の単位系が意味をもつ場合には, 換算しない。やむを得ず図中に CGS 系以外の単位を使用する場合には別に CGS 系のスケールを付す (例えば 1 インチパイプなど)。
 - 過去 1~2 年以内の文献を主として抄録するが, 一般に新しいものほど好ましい。特別な場合においても過去 3~4 年程度を取り扱う限度とする。
- 登載の可否は文献調査委員会にて審査の上決定致します。

原稿送付先:

〒160 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人土木学会 文献調査委員会宛 TEL 03 (351) 5130 (編集課直通)

土木年鑑 1971

責任編集—土木学会—— B5上製箱入500頁 ¥3,500
 口絵—主要土木工事の写真集 第1編—論説(東大教授・平井 敦) 第2編—土木建設界の動向 第3編—工学技術および関連資料 第4編—種類別土木事業の現況 第5編—建設基本統計資料
 付①環境基準資料 ②土木施工業者完工事高一覧 ③土木系大学・短大・高専・工業高校・教官名簿

土木工事標準積算便覧

工事費積算研究会編—— B5上製箱入300頁 ¥3,500
 主要目次—①土木工事費の積算体系と積算書の作成方法 ②工種別の積算方式と標準歩掛 ③測量、調査に関する積算方式と標準歩掛
 付録—積算に関する諸資料—建設機械損料算定表、鋼製仮設材仮設損料算定表、土木工事積算に関するJIS一覧

現場監督者のための 土木施工〈全10巻〉

④ 分りやすい基礎工法

中瀬明男・奥村樹郎・沢口正俊・共著 ¥1,200

⑥ コンクリートの施工の要点

吉田弥智・野尻陽一・共著 ¥1,200

A 5 判並製箱入平均250頁 予価 ¥1,100~1,200

●続刊

- ①現場設計の要点
- ②最近の機械資材の知識
- ③すぐに役立つ測量
- ④土と水の諸問題
- ⑤安全施工の要点
- ⑥現場における土木計測
- ⑦施工計画のたて方
- ⑧現場の工務事務

明日を築く 知性と技術 鹿島出版会 107 東京都港区赤坂6-5-13 電話582-2251 振替東京180883

コンピュータによる 構造工学講座

構造解析に画期的な変革をもたらしたマトリックス構造解析法を、はじめて体系的にまとめ最高の執筆陣による待望の企画。

■第1回配本 ¥1800 / 好評発売中
マトリックス法とコンピュータ
 戸川隼人(航空宇宙技術研究所)著

有限要素法による構造解析プログラム
 三本木茂夫(航空宇宙技研)/吉村信敏(大成建設工博)共著

■第2回配本 ¥1700 / 好評発売中
骨組構造解析入門
 信原泰夫(三菱総合研)/桜井達美(数値解析研)共著

伝達マトリックス法
 成岡昌夫(名大教授工博)/遠田良喜(石川島播磨)共著

全11巻
 A 5 判 2 分冊函入
 日本鋼構造協会編
 吉識雅夫監修

培風館
 東京九段南4-3-12
 振替東京 44725
 電話東京 262-5256

■第3回配本 ¥1700 / 好評発売中 **マトリックス法材料力学**

山田嘉昭(東京大学教授工博)著
 本書は、従来の材料力学を、コンピュータによる数値解析に適した形に組み替えて解説する。

エネルギー原理入門

鷲津久一郎(東京大学教授工博)著
 有限要素法による構造解析では、支配方程式を導く際、エネルギー原理を指針とする。

■第4回配本 12月下旬刊
マトリックス算法概説
 栖原二郎(九州大学教授工博)著

マトリックス法振動および応答
 川井忠彦(東京大学助教授工博)著