土木工学における不規則現象とその評価

後藤尚男[*1]・長尾義三[*2]・岩垣雄一[*3]・伯野元彦[*4]

●特集にあたって

土木学会昭和 45 年度全国大会においては，従来各部門ごとに行なわれていた「部門講演」に替って，初めての試みとして「合同部門研究討論会」が企画され，<土木工学における不規則現象とその評価>および<土木工事における騒音振動問題>の 2 研究課題を取上げることとなった。本号には本企画の話題提供の形でこれら 2 課題の内容を紹介いたします。ご一読のうえ多数ご参加ください。

緒　　言

われわれを取りまく自然現象，社会現象などではいわゆる不規則・不確実な現象がきわめて多い。それらを広く土木工学という立場でとらえて，それらについて現在どのようなことが問題となっているか，そしてそれらがどのように対応されているか，さらにそれらを今後どのように考えていくべきかなどを討議しようとするのが，本課題のねらいであるといわれる。もともと本課題はきわめて広範にわたり，それに対する考え方も多様であると受け取られ，その司会・進行は浅学微力な筆者の耐えうるところではない。しかし幸いに，長尾，岩垣，伯野という 3 人のご専門の先生方を中心として実施されることになったので，その成果は大いに期待できることと思う。

本課題にはもとより問題点が多く，また土木計画，水工学，構造工学なる三者で土木工学が網羅されているとは限らず，しかもそれら各分科からみた標題に関しての相互間の共通点，相違点などについても不確かな点が少なくないようである。本討論会が会員各位のご協力によって，大きな成果への第一歩となりうればと希望する次第である。本討論会を企画され実行に移された関係各位に敬意を表するとともに，今後この種の問題の発展的な成果を期待してやまない。

なお計画関係では，不規則現象というよりも不確実性という方が適切であるという強いご意見があったが，標題はそのままとし，2.1 の見出しをご意見どおりにすることでご諒承をいただいたことを付記しておく。

（後藤　尚男）

*1 正会員　工博　京都大学教授（司会者）
*2 正会員　工博　京都大学教授（話題提供者）
*3 正会員　工博　京都大学教授（話題提供者）
*4 正会員　工博　東京大学助教授（話題提供者）

1. 土木計画における不確実性とその評価

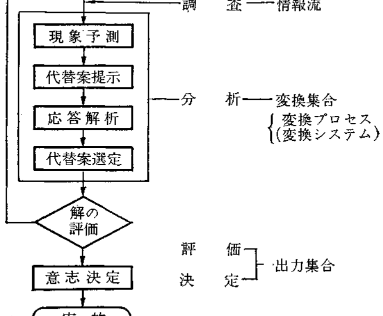
1.1 はじめに

土木計画は動機づけに始まる。これは知覚した未来像と現実との差異の認識から生ずる。未来像はそのときの人間・社会の価値観の影像である。この価値観は，空間・階層別に多様性の広がりを持ち，時間的変動性を有する。一方，土木技術によって未来像の形成される環境，すなわち，自然条件を初めとして，社会・経済条件もまた複雑性を帯び，科学技術の今日の進歩をもってしても，すべてにわたってそれらが解明されているわけではない。このような分野において合理性を追究しようとする土木計画は，まさしく不確実性 uncertainty に直面している。われわれは，これに対してどのような対応を考えたらよいのであろうか。

1.2 土木計画における不確実性問題の発生と分類

図—1.1 に示したような土木計画案策定にいたる思考過程，すなわち，土木計画のプロセスにおいても，また目的達成のための手段の配列，すなわち，土木計画のシステムにおいても変換集合への入力源と，そこからの出力集合を連係として把握するシステム思考は有用である。図—1.1 に示されたこのプロセスでは複雑な現象認識と

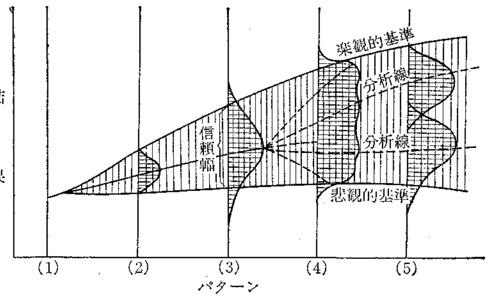
図—1.1　土木計画のプロセス



表—1.1 不確実性問題の分類

確実性のある問題		(1) 数学的決定問題	
		(2) 先験的に発生確率のわかっている問題	統計的決定問題
不確実性を伴う問題	主として自然条件に左右される問題	(3) 経済的に発生確率を推測できる問題	統計的決定問題
	主として経済・社会条件に左右される問題	(4) 狭義の不確実性を伴う問題	
		(5) 競争・作戦的な問題	

図—1.2 不確実性のパターンとその評価



多様性をもつ価値基準に基づくレスポンスが入力源となり，計画の分析過程に入る。この場合，調査という情報流がこの思考過程の成否に重要な影響を及ぼす。変換集合は計画の分析という狭義の計画過程であり，ここで選択された代替案の評価と決定が出力集合となる。土木計画における不確実性問題は，このようなプロセスあるいは計画システムの構成要素の随所に発生しており，これらが重合して，土木計画における不確実性を生みだしている。これを問題処理の観点から要約すると **表—1.1** のようになり，評価のパターンを定性的に示すと **図—1.2** を得る。

表—1.1，**図—1.2** から，われわれは不確実性に 4 つの形のあることを知る。第一と第二の形はランダムネス randomness に基づくものであるが，その発生法則が既知の場合と未知の場合に分かたれる。後者はこれを自然の状態 state of nature と呼んでいるが，この種のものは確率統計理論を用いて，その法則性を定められた試行の中にこれを推定することができる。不規則現象といわれている多くの問題はこれに属する。第三の形はこの繰返し試行が許されない場合に生ずるもので，第四の形，すなわち，競争相手があり，その反応によって自己の期待と乖離(かいり)する不確実性とともに主観的評価が強く要請される性質のものである。

1.3 現象および計画分析における不確実性とその評価

1.1.3 入 力 源

おかれている環境条件，および応答機構の解明は土木工学自体のおもな問題である。進歩した科学知識はその因果法則の追究を深め，統計的決定理論の適用によって現象の不確実性はその領域を狭めている。現象の特性値の確率変数としての取扱いは，時限を考慮した動的解析とともに現象説明をより真実に近づけている。価値基準においても，貨幣基準のみでなく，社会厚生基準，効用 utility 概念の導入など，より合意の得られる価値基準の設定が考慮されている。しかしながら，自然科学を基礎にする不規則現象の解明ほどに，この分野の不確実性の除去は容易でない。地域開発における GNP と公害のように目的設定のトレード オフ trade off に逢着し，困難な不確実性問題を発生させる。多くの場合，計画者の仮説としてシステムの入力源とすることが多い。したがって，計画の分析がパーシャル テストにとどまらざるを得ない主原因となる。

1.3.2 情 報 流

環境条件なり，目的をなんらかの特性値をもって伝達し，変換機構に持ち込む際に生じる不確かさ，あいまいさである。用いる言語システムの制約，完全な仮説の設定の困難さから生ずる技術的なものである。情報流のもつ不確実性確率論のもとで開発されたシャノンのエントロピー概念が有名である。いま試行 T のあいまいさを $H(T)$ とすれば，

$$H(T) = -\sum_{i=1}^{n} P_i \log P_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1.1)$$

ここに，$P_i \geq 0$，また $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$

これは n 個の事象 $A_1 A_2 \cdots\cdots A_n$ が可能であり，それぞれの発生確率が $P_1 P_2 \cdots\cdots P_n$ の場合である。これより明らかなように，事象 n の数が多くなればあいまいさは増し，$n=1$ のときあいまいさはまったくなく，決定論的に扱うことができる。一方，あいまいさの最大は P_i が同確率の場合であるが，これはまったく情報のない場合であって，**図—1.2** の (4) の場合に相当する。もし現象が 1 ないし数因子の影響を受けていることがわかっており，またそれについての情報を得ているならば，情報理論によって，この 1 因子もしくは数因子情報路の問題解析を可能にしているが，情報を多くすることによるメリットと，それに費される努力との相対的評価の問題が工学としての計画論追及の一つの課題となる。

1.3.3 変換集合

① 変換プロセスの不確実性：PERT，LP など数学的決定モデルよりも前述した情報理論，自動制御理論，待合せ理論を始め最近，行動科学の分野として用いられる統計的判別理論のように確率論を基礎とするモデルの設定が多くみられる。このような統計的処理は計画の分析の信頼性を客観的に高めてはいるが，仮説そのもの真偽の検証におよび得ない。そのため，計画のシステムズアナリシスでは次のことを教える。

a) 費用便益（有効度）分析　フランスの土木技師デュピイの提案した費用便益分析の考え方は，いまや多くの土木計画者によって支持されているが，いま効用を確率変数 μ としてあらわせば次のようになる。

$$\mu_N=\sum_{t=0}^{n}\left[\frac{\mu_t}{(1+i)^t}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.2)$$

ここに，μ_t は毎年の効用の期待値，費用が大きいときは負の値となることもある。n はプロジェクト期間で i は社会的割引率，u_N は n 年間の効用の期待値，したがって，u_N が正ならばこのプロジェクトは有意性をもつことになるわけであるが，次のように標準偏差，分散についても計算しておく必要がある。

$$\sigma_N{}^2=\sum_{t=0}^{n}\left[\frac{\sigma_t{}^2}{(1+i)^{2t}}\right]\text{（標準偏差）}\cdots\cdots\cdots(1.3)$$

$$\sigma_N=\sum_{t=0}^{n}\left[\frac{\sigma_t}{(1+i)^t}\right]\text{（分散）}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.4)$$

効用が同じでも，標準偏差，分散の小さい計画の方がすぐれていることはいうまでもない。しかしながら，確率密度関数の分布型が必ず正規型であるという保証は一般に得られていない。このような分析では，計画分析者の技術的操作に委ねられている。たとえば，技術革新の激しい現在においては n を長く見積ることは危険とされる。また，便益の測定の困難さから社会的割引率 i を1% 前後高く見積ったり，人命の損傷などの評価において逆に 1% 前後低く見積り，計画分析の際における計画案採択ならびに棄却の過誤を防ぐ措置がとられる。

b) 感度分析　変数，パラメーターの操作による従属変数，すなわち投資効果などの出力集合への感度を分析して不確実性のもたらされる要因と範囲のオーダエスチメートを行なって時間と労力を省き，計画の効率を高めようとする。計画の代替案選択にあたって，計画者の注意を最も有利な点，あるいは最悪の点に向けさせるところに特徴がある。

c) 追証分析　ある目的を遂行するために分析された代替A案は，代替B案よりもすぐれているという結果を得た場合，それに含まれている不確実性の要因をB案よりさらに不利に定めても，なおA案がすぐれているという結果が得られたならば，A案の分析結果は，より強いものと検証されたことになる。

d) 異変分析　環境条件，価値基準について不確実性があるとき，幾つかの状況を想定して，それぞれの状況に対して代替案の優位性の安定度を検するのである。

e) 優劣分岐分析　代替案 A, B についての結果が等しくなる点を求めて，そのときに含まれている不確実性についての仮定のゆるやかさを検討して代替案の優劣を判定する。追証分析が仮定を変えて結果を比較するのに対して，逆の作業順序をとる。

② 変換システムの不確実性：計画は目的達成のための手段の配列ともいえるが，このシステムに働くランダムな入力 S がシステムの変換機能 R と適合しない状態が生じる。土木設計で用いられる安全率 ν は，極限破壊状態で抵抗 R との関係で次のように定義されうる。

$$\nu=R/S\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.5)$$

ここで破壊と同様，計画がだめになる状態，また破損と同様，計画が不能率，陳腐化してきた状態を厳密に定義しておく必要が生じる。このような定義を行なえば問題は同じに取り扱うことができよう。破損の状態は初期破損，劣化破損のほかに偶発破損の3つに分類される。いま偶発破損のみを対象とし，さらに破損と破壊を同じ意味に用い，式 (1.5) の安全率の確率密度を $P(\nu)$ とすれば，安全率の確率関数は

$$P(\nu)=\int_0^{\nu}p(\nu)\,d\nu\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.6)$$

であらわされ，破壊確率は

$$P(\nu=1)=P_i\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.7)$$

いま，$P_i\fallingdotseq\lambda$ とおく。ここに，λ は破損確率である。すると，システムの t 期間中における信頼度 $R(t)$ は破損の起こる状態がポアソン法則に従うとすると

$$R(t)=e^{-\lambda t}=e^{-t/m}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.8)$$

ここに，$m=1/\lambda$，すなわち，破損の生ずる時間間隔，これは，システムを一つの要素とみた場合であるが，幾つかの手段の配列，あるいは直列，並列というような配列の仕方によって異なる構成の場合についても計算可能である。計画システムの信頼度は，設定された価値基準によって評価されるべきものと考えられる。このような信頼性工学の応用は，今後の問題として期待される。

③ 不確実性を考慮した土木計画例：環境条件のうちの自然現象の不確実性は，いわゆる不規則現象として統計的処理の可能の範囲が広い。これを，海岸堤防の計画に導入すると次のようである。

高潮の高さを r とし，年間この潮位の発生確率は次式で示されるような指数法則に従うものであると先験的に確かめ得たとする。

$$\phi(r)=e^{-\alpha(h-r_1)}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.9)$$

ここに α は常数，r_1 は毎年超過生起回数が1回となるような潮位 (m)，h は海岸堤防の高さ (m)。

背後地の高潮の浸水による被害額は $(r-h)$ の関数で，$g(r-h)$ という h の減少関数で示される。したがって，r という高潮のとき，h_i という海岸堤防のあったときの背後地の被害額 C_1 は

$$C_1=S(h_i)\,E(S_i)=\int_{h_i}^{\infty}g(r-h_i)\phi(r)\,dr\cdots(1.10)$$

ここに，$S(h_i)$ は未防護額損失といわれるもので天端高 h_i の関数（円），$E(S_i)$ は損失 $S(h_i)$ の生ずる期待値で h_i よりも r が大きくなる確率に等しい。

一方，初期建設費 C_0 は天端高 h_i の増加関数で

$$C_0=C_0(h_i{}^\beta) \cdots\cdots\cdots\cdots (1.11)$$

ここに，$\beta>1$ で普通 2～3 の値をとる。

総損失 C は

$$C=C_0+C_1 \cdots\cdots\cdots\cdots (1.12)$$

であらわされるから，損失を極小にする海岸堤防の規模は，次式を解いて得られる。

$$dC/dh_i=dC_0/dh_i+dC_1/dh_i=0 \cdots\cdots (1.13)$$

前述した効用関数 u_N が C の関数として求められれば，

$$u_N=u_N(C)=u_N\{S(h_i)E(S_i)\} \cdots\cdots (1.14)$$

この例では，構造物の安全率は同じとみなされ，また破壊はないものとされている。昭和 37 年に策定された港湾海岸事業計画は，この考えに基づいている[1]。構造物の破壊確率 P_i を導入した場合についてのフロイデンタールの式は，式 (1.12) に従って，次のように示される[2]。

$$\begin{aligned}C&=C_0+C_1+C_2\\&=C_0(h_i{}^\beta, P_i)+(1-P_i)S(h_i)E(S_i)+P_iF_i\end{aligned} \cdots\cdots (1.15)$$

ここに，F_i は構造物の復旧のための費用，破壊に伴う他のすべての費用や損失が含まれる。

本例は統計的決定モデルの一例で，価値基準，費用，損失額の見積額の不確実性，感度分析による吟味などの問題が残されている。しかし，価値基準の仮説を設定することによって評価関数を得，これによって部材強度，構造物の安定性，土木計画システムの有用性と便利さ，さらに信頼性を経済性という評価のもとに求めることの可能性を示しているものといえよう。

1.4 代替案選択における不確実性の評価

分析過程を経た計画の代替案選択に際して生ずる不確実性は意志決定理論として発展をみているが[3]，以下述べるように，より主観的な問題にその焦点があてられている。表—1.2 は状態 θ_j のもとでの代替案 a_i がもつ効用 u_{ij} を，マトリックスで示してある。これをペイオフ表と呼んでいるが，数学的決定問題の場合は θ_j は，ただ一通りしか起こらない。したがって，効用 $u_{ij}=u(a_i, \theta_j)$ において a_i のみの関数となり，これの最大を選択すればよい。また，統計的決定問題の場合は，θ_j についての発生確率が先験的に，あるいは事後確率として与えられるから，$E(u_{ij})=\sum_{j=1}^{n}u(a_i\theta_j)P_j$ の極値を求めて a_i を選ぶ。前節の例題はこの種のものである。しかし，多くの土木計画においては，θ_j についての十分な情報が得られない。また，繰返し試行も行なえない場合が多い。図—1.2 における問題 (4) のパターンである。この場合，θ_j についての客観的発生確率を等しくとるラプラス基準，すなわち $\sum_{j=1}^{n}u(a_i, \theta_j)/n \to \max$ とするような選択方法はエントロピーを 1 にすることであり，一般的ではあるが，自由裁量の余地が大き過ぎる。フォン・ノイマンが提案した基準は，最小のペイオフが最大になるように代替案を選べというのである。効用マトリックスでは，$\max_i \min_j u_{ij}$ となる a_i を選択することになるが，悲観的であり慎重になり過ぎる。これに対して，$\max_i \max_j u_{ij}$ を選ぶ基準は進歩的であるが楽観的で，計画の失敗のときの損失を考えると，多分に危険である。フールビイツは，中間の基準として楽観係数の概念を導入し，$\max_i\{\alpha \max_i u_{ij}+(1-\alpha)\min_j u_{ij}\}$ によって代替案 a_i を選べとしたが，楽観係数 α の決め方に問題が残る。これに対して，サーベージはある代替案を選んだとき，それが失敗したときに他の最良の代替案を選ばなかったことから生ずるリグレットを最小にするような基準，すなわち，$\min_i \max_j (\max_j u_{ij}-u_{ij}{}^*)$ によって a_i を選ぶべきだとした。これは，機会損失の最小を意図したもので，プロジェクトに対して納得をうるという観点からは，かなり首肯できる。

表—1.2 代替案選択のペイオフ表

Ⓗ / A		環境の状態			
		θ_1	θ_2 ⋯⋯	θ_i ⋯⋯	θ_n
代替案	a_1	u_{11}	u_{12} ⋯⋯	u_{1j} ⋯⋯	u_{1n}
	a_2	u_{21}	u_{22} ⋯⋯	u_{2j} ⋯⋯	u_{2n}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	a_i	u_{i1}	u_{i2} ⋯⋯	u_{ij}	u_{in}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	a_m	u_{m1}	u_{m2} ⋯⋯	u_{mj}	u_{mn}

サーベージは，さらに計画者の判断・主観を重くみ，客観的確率に代わって主観確率を用いることを主張した点でも知られる[4]。この考えは，繰返しのきかない土木計画にあって，きわめて重要なことと思われる。これに関して，ベイズの定理を応用する決定理論がある。これは，θ_j についての主観的な発生確率を P_j としておき，その θ_j のもとである情報，たとえば仮説されたモデル分析の結果 x を得たとき，事後確率はベイズの定理によって $P_j(\theta_j/x)$ が計算される。

フィッシュバーンらは，このような考え方を感度分析と結びつけて期待効用を最大にするような行動 a_i をみつけようとする研究を進めている[5]。最後に，競争型の問題の選択基準としてゲームの理論があるが，その適用範囲は現在のところ限られている。いずれにしても，土木計画の不確実性の数式化，定量化に限界があり，ある仮説のもとでの可能性が得られているに過ぎない。すなわち，パーシャル テストにとどまらざるを得ない，とす

れば，計画の決定の問題は別な観点から取り上げる必要が生じる。この意味で，インタディシプリナリな計画部門の充実や，各種委員会組織，またデルファイ法，シナリオライティング，オペレーショナルゲーミングなどの手法の開発や，さらに社会構成員の合意が得られるような決定システムの形成が一層必要となる。最近問題になっている PPBS の目的の一つもそこにあると思われる[6]。

1.5 むすび

ドーフマンの言葉を借りていえば，「不確実性の問題は不確実性によって固く閉ざされている」[7]。かつての客観的因果法則の追求がすべてである，という自然科学的方法論への過信のときは過ぎて，有用性を求める工学の世界においては，経験法則を大幅に取り入れたり，目的方法論的関連で学問を体系化しようとする傾向が顕著になってきている。土木計画におけるシステム思考もその一つであるが，さらに計画，設計，施工，そして管理を通じて斉合性のある有体物形成の理論へと進みつつある。このなかにあって，不確実性の問題は大きな障壁となって行手をはばんでいるのであるが，科学の進歩が遅れているというより，その大部分は，人間・社会自体にその原因があるとも思われる。そのゆえに，価値基準が計画の決定者によって設定されるのと同じように，不確実性の評価もまた計画の決定者が行なうのだ，とする最近の研究の方向は素直な行き方と思われる。

参考文献

1) 長尾義三：経済的な海岸構造物の規模決定法について，港湾，41 巻 7 号，昭和 39 年，p. 158
2) Freudenthal, A.M. and Gaither, W.S. : Probabilistic Approach to Economic Design of Marin Structures, XXII PIANC, SII-5, 1969, pp. 119～132
3) Chernoff, H. & Moses, L.E. : Elementary Decision Theory, John Wiley & Sons Inc., 1959
4) Savage, L.J. : The Foundations of Statistics, John Wiley & Sons. Inc., 1954
5) Fishburn, P.C., Murphy, A.H. and Isaacs, H.H. : Sensitivity of Decisions to Probability Estimation Errors, Operations Res., 16, 1968, pp. 254～267
6) 宮川公男：PPBS の原理と分析，有斐閣，昭和 44 年，pp. 360～390
7) Dorfman, R. : Harvard Design of Water Resource Systems, Univ., Press, 1962, p. 158

（長尾　義三）

2. 水工学における不規則現象とその評価

2.1 はじめに

われわれの周囲には，自然現象のみでなく，社会・経済現象でも周期的な変動をする事象が非常に多い。われわれ生物自身のなかに起こっている周期的な生理的現象は，こうした環境変動によって影響された結果によるものかも知れない。しかし，そのほとんどが不規則変動であって，単なる正弦的な規則変動は，人為的なものであるといってよい。振動学的には，不確定性をもつ変動を不規則変動であるとし，どのような複雑な変化をしていても，次の瞬間の値が正しく予測できる変動を規則変動といっているが，ここでは，単一周期をもつ正弦的変動とし，いくつかの周期が異なった規則波を組み合せた合成変動と不確定性をもつランダム変動とを総称して不規則変動と呼ぶことにしよう。

このような不規則変動に人間はどのように対処してきたか，また人間の知恵はこれをどのように利用したかを考えてみると，非常に興味深い。それが，自然との闘いであったり，将来を予測する予言者を生み出したり，確率とか安全率という概念を考え出したり，さまざまな形でその取扱いの困難さを克服しようとして努力してきたことは確かである。ここで述べようとすることは，土木工学のなかの水工学という分野で，不規則変動がどのように取扱われ，人間がいかに知恵を働かせて不規則現象がもたらす災禍から逃れようとしているか，また不規則現象が人間にどのような恵みを与えているかを，考えてみた結果である。

水工学といっても，考え方によっては非常に広い範囲にわたるが，ここでは河川，発電水力，水道，海岸，港湾といった問題を取扱うことにしよう。こうした分野では，水の物理的化学的性質，水の運動およびそれに伴って起こる現象を対象とすることになる。したがって，不規則現象も，水の物理的化学的性質，すなわち，水質の変動，水の運動における不規則現象としては，降水，流速，流量，水位（海面の潮位変化として，波浪，津波，高潮，潮汐なども含む）などの変動が考えられるし，また，水の運動に伴って起こるものとしては，砂れん，河床変動，水圧，波圧などがある。このような水工学に関連した不規則現象を対象として考察してみたい。

2.2 水工学に関連した不規則現象

2.2.1 流体運動に伴う不規則現象

流体運動あるいは水の運動において，レイノルズ数がある限界値を越えると，“乱れ”という現象が起こることは衆知のとおりである。乱れを流速で表現したものが流速変動であって，一般には，平均流速からのずれをもって表わす。いま，摩擦応力を τ，粘性係数を μ，密度を ρ，x 方向の流速を u，それと直角な z 方向の流速を w，流速変動を u' および w' とすれば，流れが層流のときには

$$\tau=\mu\frac{du}{dz} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.1)$$

という関係があるが，乱流のときには，上式を単に時間的平均量 $\bar{\tau}$ および $\bar{u}$ によって表現したものでなくて，$-\rho\overline{u'w'}$ という量が加わって

$$\bar{\tau}=\mu\frac{d\bar{u}}{dz}-\rho\overline{u'w'} \quad\cdots\cdots(2.2)$$

となる。$\bar{u}'=\bar{w}'=0$ であるが，u' と w' とは相関をもっているので，$-\rho\overline{u'w'}$ は 0 にはならないで，ある値をもっている。これをレイノルズ応力と呼んでいる。これは，“乱れ” という流速の不規則変動のために面をとおして流体の混合が起こり，運動量の輸送が行なわれることを意味する，重要な量である。いま，動粘性係数を $\nu=\mu/\rho$，渦動粘性係数を $\epsilon=-\overline{u'w'}/(d\bar{u}/dz)$ とすれば，一般に $\nu\ll\epsilon$ であるから

$$\tau=\nu\frac{d(\rho u)}{dz} \quad\cdots\cdots(2.1)'$$

$$\bar{\tau}\approx\epsilon\frac{d(\rho\bar{u})}{dz} \quad\cdots\cdots(2.2)'$$

と書くことができ，これらはそれぞれ層流および乱流の場合の運動量に対する拡散方程式であるともいえる[1]。また，流体の分子拡散や混合によって，溶解物質の濃度とか浮遊物濃度が変化する場合には，やはり層流および乱流に対して，それぞれ

$$M=-\beta\nu\frac{dc}{dz} \quad\cdots\cdots(2.3)$$

$$M=-\beta\epsilon\frac{dc}{dz} \quad\cdots\cdots(2.4)$$

が成立する。ここに，M は物質が輸送される割合で，c は濃度，β はある定数である。この場合，拡散係数は $\beta\nu$ あるいは $\beta\epsilon$ ということになる。β の値は輸送される量が運動量であるかエネルギーであるか，また物質であるかによって，それぞれ若干異なるが，よくわかっていない。一般に，$\nu\ll\epsilon$ であるから，要するに流体中の“乱れ”，すなわち流速の不規則変動によって，レイノルズ応力とか拡散という概念が生れるに至ったことは非常に興味深い。これと同様なことが，潮流においても起こっている。それは，潮流というのは周期運動であって，水粒子は1周期後には，もとの位置にかえると考えられるが，実際はそうでなく，海岸や海底の地形の影響によって複雑な運動をする。そして，1周期後の変位である潮流残差をもっていて，その大きさや方向は不規則であって，これによって，いわゆる潮汐混合が起こる[2]。これは，1種の乱流拡散といえよう。こうした拡散の概念は，浮遊流砂現象を説明し，また大気汚染・水質汚濁問題とも関連した重要な表現法であろう。

2.2.2 河川における不規則現象

河川に関連した不規則現象は，降水，流量，水位，河床変動などであろう。降水は時間的にも空間的にも変化し，それが結果として流出となり，河川流量の変動および水位の変動となってあらわれる。われわれの社会生活に関係する現象は，降水後の水の挙動であって，その点からは地上での流量とか水位の変動が考慮の対象となる不規則現象といえよう。ただし，降水は流域という応答系への input の役目をするという点で重要であって，降水の変動特性が流域という応答系を経て output として出てくる流量や水位に大きい影響を与えることは当然である。いまピーク流量のみを対象として考えてみよう。洪水のピーク流量の推算には，いわゆるラショナル式

$$Q_p=\frac{1}{3.6}frA \quad\cdots\cdots(2.5)$$

がよく用いられる。ここに，Q_p は洪水のピーク流量 (m³/sec)，f は流出係数，A は流域面積 (km²)，r は洪水到達時間内の最大平均雨量強度 (mm/h) であるが，問題は雨量強度 r である。もともと，雨量強度は流速に相当する次元をもっており，雨量強度の変動は，流速変動に対応する。流速の変動値が，それを測定する計測器によって異なるように，雨量強度も 1 min の平均なのか，10 min の平均なのか，また 1 h の平均なのかなどによって強度が異なるのである。ラショナル式は，これらの各種の雨量強度のうち，洪水到達1時間内の最大平均時間雨量をとれというわけであるが，これは雨量強度の変動値のうち短い時間内の強い降雨はピーク流量には関係がなく，むしろ洪水到達時間で平滑化した雨量強度の変動値が最も重要であることを示している。石原・高棹[3]は，一様な斜面の下流端における単位幅のピーク流量 q_p は，斜面長を B として

$$q_p=B\cdot r_{mp} \quad\cdots\cdots(2.6)$$

によってあらわされ，雨量強度 r_{mp} としては，有効雨量強度を r_e とし

$$r_{mp}=\frac{1}{t_p-\tau_p}\int_{\tau_p}^{t_p}r_e dt \quad\cdots\cdots(2.7)$$

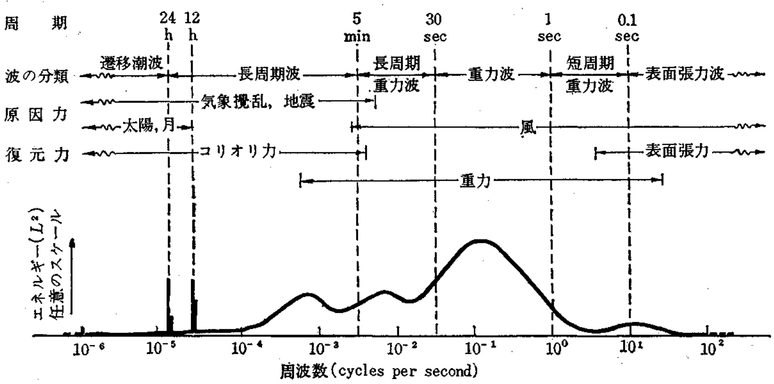
で求められるものとした。ただし，τ_p はピーク流量を発生する特性曲線の出発時刻，t_p はその到達時刻でかつピーク流量の発生時刻であって，τ_p と t_p における r_e は等しくなければならない。この概念とラショナル式の概念とはまったく同じであって，ピーク流量に対しては，特性曲線の到達時間内，あるいはラショナル式でいう洪水到着時間内での雨量強度の変動は無意味であることを示している。

2.2.3 海岸・港湾における不規則現象

海岸・港湾では主として海面変動が重要である。いわゆる波である。海の波は図―**2.1** に示すように，周期が 0.7 sec という非常に短くて微小な表面張力波である漣（さざなみ）とよばれるものから，周期 10 sec といった重力波である風波，さらに周期 12 時間 25 分あるいは 24 時間 50 分といった長周期波である潮汐まで，各種の

図-2.1 周波数による海の波の分類と相対的エネルギー

(Kinsman による)



波からなっている。このうち潮汐は，主として月および太陽の引力が地球表面の各点で異なることが原因で起こるわけであるから，潮流変動を多くの規則波（分潮）に分けることができ，分潮を合成すれば逆にその地点での潮汐を予報することができる。不規則波として，最もやっかいなのは，高潮，津波および風波であって，高潮は気象潮と呼ばれるように風や変圧低下という気象条件に支配され，津波は海中地震により起こり，風波は字のとおり風が原因である。ここで，特に注意すべきことは，高潮は河川における洪水に似て，ピークが1つであることが多い。したがって，一般には不規則変動としての極値が問題になるわけである。一方，津波や風波においては，波形を $\eta(x, t)$ として，$H=\eta_{\max}-\eta_{\min}$ によって求められる波高 H という極値のほかに，周期や波長を含む波形そのものも重要な問題なのである。不規則波のうち極値を特に重視した表現の仕方が有義波の概念であり，また，周期特性を重視したものがスペクトルの概念であるともいえる。微小振幅波の取扱いをすれば，波のエネルギーが波高 H の2乗に比例するので，ある特定の統計的性質を保持しさえすれば，幸いにもエネルギースペクトルを有義波高と結び付けることができる。

2.2.4 その他の不規則現象

その他，上下水道関係で問題になると思われる不規則現象としては，水質の変動であろう。また発電水力とも関係があるが，流量変動のうちの渇水を対象とした極値も大きな問題である。

2.3 不規則現象の取扱いと評価

われわれが不規則現象を外力として取り扱う場合，まず第一に処置に窮するのは極値をどうするかである。また，幸いなことには，“乱れ” という流速の不規則現象のために，混合・拡散という自然作用があって，各種の量の平均化が行なわれる。ここでは，この2つを取り上げて説明してみたい。

2.3.1 極値に対する取扱いと評価

われわれは，洪水量あるいは渇水量，高潮の潮位（あるいは潮位偏差，津波および風波の波高など，不規則に変動する流量あるいは水位の極値（極大値および極小値）に対して重大な関心をもっている。流量は河川断面や粗度係数が与えられれば，あるいは水位一流量曲線が用意されておれば，ただちに水位に換算できるから，結局，水位の極値ということになるが，極大値の方は洪水や高潮の防御という観点から，治水上，最も重要な量ということになる。

こうした極値に対しては，統計上の取扱いが進歩し，たとえば年最大の洪水量や高潮に対しては，対数正規分布とか Gumbel などの極値分布が，また風波の波高には Rayleigh 分布が適用されるなど，統計理論を巧みに利用して，対象とする極値の非超過（超過）確率を正確に求めようとする試みが，これまで行なわれてきた。しかし，このような統計上の取扱いの問題点は，河川改修とかダム建設，海岸・港湾構造物の築造などによって，昔と現在とで資料の質が変わってきている場合にはどうしたらよいかである。最も好ましいのは，応答系としての流域や海面を経過する前の input の段階で処理することであるが，それには応答系の力学的性質が十分に解明され，正しい output が算出されるようになることが必要であろう。特に，降雨一流出，台風一高潮，風一波浪といった応答系の研究は進歩し，かなりの成果が得られるようになったが，なお多くの問題点が残されていることは確かである。こうした極値に対する人間の対処の仕方は，極値に上限があるかどうか，極値をどのようにして制御し，小さくさせるか，極値をどのようにして予知・予測するか，という問題を研究すると同時に，それに耐えうるような防護施設と，万一の場合に備えて避難する方法を考えておくことであろう。

2.3.2 拡散現象に対する取扱いと評価

拡散現象は流体運動中に“乱れ” が存在し，——いわゆる混合によって，物質量の均一化が進む現象であるが——，われわれは，この自然現象に大きな恩恵を被っているといえる。最近，大きな問題となってきた公害についても，大気汚染や水質汚染の媒体となっている流体の乱流拡散と密接な関係があるわけで，拡散の強さをあらわす拡散係数 $\beta\epsilon$ の値が重要な要素になってくる。一般に，拡散係数の値は現象のスケールの 4/3 乗に比例するといわれているので，対象とする現象の大きさによって

変化するのは当然であるが，日本の近海で通産省が染料を用いて実測した結果では，ほぼ $10^4\ cm^2/sec$ 程度であることが見出されている。しかし，東海大学の宇野木教授が瀬戸内海の塩分濃度の分布から推算された平均の拡散係数の値は $10^7\ cm^2/sec$ 程度であるという結果が得られており，両者に非常に大きな差がある。われわれは，こうした拡散現象をどのような形で把握したらよいか，拡散係数という概念が，不規則な流速変動に伴って起こる混合・拡散の強さを表わす唯一の表示法であるかどうか，現象のスケールに関しない別の表現はないのかどうか，極値に対する取扱いと同様，拡散問題も将来，人間の生命に関係する重要な課題であるだけに，真剣に検討されるべき事柄と思われる。

2.4 防災計画の基準[4)]

2.4.1 防災対策の基本的な考え方

不規則現象に対処して，われわれは災害を防止軽減するよう対策を考えなければならない。その場合，防災対策に関する基本的な考え方を明確にしておかねばならない。災害の原因が自然現象であろうと人為的なものであろうと，受ける被害を大別すれば，人命の損傷，施設・物件の破損，地形・地物の変貌，心理的・社会的損害などに区別される。このうちで，特に人命の損傷は最も重視すべきことであって，防災対策の基本的な考え方も，日本国憲法第 13 条および第 15 条の人命の尊重と生活の保障を約束する条文を実現するよう打ち立てられなければならない。しかし，どのような不規則外力に対しても，完全に無被害で防御しうるかどうかについては，現在のところ理想としてかかげられる大原則であるが，その実現にはいろいろな難問題が潜在すると考えられる。そこで防災対策の方法論としては，① 施設防御方式と，② 退避方式，の2つを考えるべきであろう。このことは，「ある程度の規模の災害」は施設方式で防御するが，それを超過する災害に対しては，退避方式をとるというわけである。ではこの「ある程度の規模の災害」とは何であるか，ということが問題になる。

2.4.2 災害規模と計画の基準

不規則変動をする外力を対象として防災施設計画をたてるためには，まずどの程度の災害規模を考えて計画をたてるかが先決問題である。一般に，災害規模決定についての考え方には，① 既往最大規模，② 超過確率規模，③ 可能最大規模，④ 最適効果規模，の4つの思想がこれまで論じられてきている。以下，簡単に問題点にふれてみたい。

① 既往最大規模：これは，過去における災害規模の最大のものを基準とする考え方であるが，過去の資料はわが国では少なく，比較的多い方である雨量の記録でも60～70 年程度で，高潮の記録は長いところで 60 年程度，通常 20～30 年と考えてよい。したがって，既往最大でなく既知最大というべきであろう。風波では，波高が Rayleigh 分布にしたがえば，観測波 N 波のうちの最高波高 $H_{\max}$ は有義波高を $H_{1/3}$ として

$$H_{\max}/H_{1/3}\approx 1.07\sqrt{\log_{10}N} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.8)$$

の関係がある。観測波の個数がふえれば，最高波高が大きくなるのは当然である。

次の問題は，地域差をどう考えるかである。隣接したA地区とB地区で既往最大値が異なった場合の問題である。高潮対策としては，最近では重要な港湾に対してモデル台風を設定し，それが最悪のコースを通過したときに起こる高潮をもって計画基準としているが，モデル台風として，わが国既知最大の伊勢湾台風を採用している点を考えれば，かなりの安全性をもった考え方であると推察される。しかし，次に述べる確率的な検討もしてみることが必要であろう。

② 超過確率規模：この方法の問題点は，資料の不足と信頼性の問題，どの程度の超過確率を採用するか合理的根拠がないこと，前述したように応答系が自然的人為的に変貌する問題，一定の確率年に対する規模から既往最大規模の方が大きいときはどうするかという問題，確率 input より確率 output を決定する場合，その精度の問題とともに，input の極値の確率表示のみでは不十分で，波形が問題となること，など，まだ研究の余地が残されている。

③ 可能最大規模：これは，自然現象の極値には上限があるはずであるという考え方にたって，その値を推定し，計画規模として採用しようとするもので，絶対安全主義の立場である。もし，上限が正確に推定しえたとした場合，ここで，2つの考え方に分れたであろう。一つは理想として将来それに近づけてゆくべきであるとするものと，もう一つは，あくまで退避方式を併用して施設方式のみに頼らないとする考え方である。これは，次の最適効果規模と関連がありそうである。

④ 最適効果規模：これは，たとえば，防災対策経費の投資に対する経済効果を最大にするような経済上の最適条件を満たす規模を見出して，それによって計画をたてる，というように，公共投資の効果的運用という面からの考え方である。このような考え方も，実際問題として経済効果をどのようにして見積るか，防護地域の経年的経済発展とか，間接効果をどのように取入れるかによって，答がかなり異なるというのであれば問題である。

2.4.3 安全対策

不規則に変動する外力に対する対処の仕方には，上記のような考え方に基づく計画規模が考えられるが，なおその上に考えるべき安全対策として，安全率がある。特

に高さが防御機能を果すための設計量となっている構造物の場合は，余裕高という安全率を考慮して計画をたてている。また，一つの安全対策は超過災害に対するもので，計画を上回った外力によって不幸にも災害を被ったとき，できる限り被害を最小限に止めるよう，あらかじめ対策を講じておくことである。第一線堤防のほかに，第二線，第三線の堤防を設けておくのも，その対策の一つであり，また避難施設の整備，予知・予測・予報の精度向上迅速化なども超過災害対策である。

2.5 結　　言

不規則現象に対する研究には，① 予知・予測法，② 解析法，③ 計測法，④ 実施用外力としての発生法，⑤ 応答，⑥ 評価，などいろいろな課題がある。ここでは，このうちで，水工学に関連した不規則現象を対象として，そのごく一端を述べたに過ぎない。われわれは不規則現象に悩まされるが，また同時に，大きな恩恵も被っている。人間が水なしでは生きられない限り，永久にこのつかみどころのない不規則現象とのかかわり合いは続くであろう。

参考文献

1) Rouse, H. ed. : Engineering Hydraulics, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950, p. 96
2) 防災ハンドブック編集委員会：防災ハンドブック，技報堂，昭和 39 年 12 月，p. 586
3) 石原藤次郎・高棹琢馬：単位図法とその適用に関する基礎的研究，土木学会論文集，第 60 号，別冊 (3-3)，昭和 34 年3月，pp. 1～34
4) 災害科学総合研究班：災害科学の研究成果とその問題点，昭和 43 年7月，p. 321

（岩垣　雄一）

3. 構造工学における不規則現象とその評価

3.1 はじめに

構造工学は，構造物を将来予想される種々の外力に対して安全に設計するための学問であるが，その設計は，次のような段階にわけられると思う。

① 外力の予想と決定。

② 構造物に外力が作用したときの応力なり変形の決定。

③ 構造物の安全性の検討。

④ 最適構造の決定。

ところで，現実の設計では，外力の想定を割増したり，強度の値を差し引いたりして，安全をみて，③の安全性の検討は省いている。

もちろん，このことは安全性の検討が煩雑なことからみて当然である。

最近，学問的には電子計算機の普及もあって，種々の問題をあまり仮定をおくことなしに解くことができるようになり，その結果，従来の経験の集積を背景に成立している種々の方法を，もう一度現実に照らして見なおしてみようという風潮が強くなり，構造工学の分野でも，例外ではない現状となっている。

その風潮の一つに，不確実な要素を解析に取り込もうとする考え方がある。

構造関係で出会う不確実性をもったものとなると，次のような，いろいろなものが考えられる。

ⓐ 外力（その大きさ，作用する位置，分布，時間，その他の性質などについて不確実なことが多い）。

ⓑ 構造物の諸係数（部材同士の結合の程度，地盤係数，振動減衰係数，等）。

ⓒ 構造物の強度。

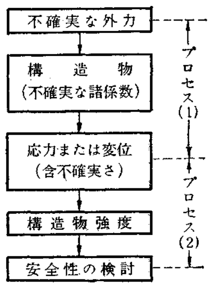
以上の事柄について多少説明を加えるならば，構造物に加わる外力として予想されるものには，交通荷重，地震，台風，波浪，温度，雪，等々がある。これらはいずれも，その大きさに関しても，性質についても，正確には予想し得ないものであって，あえて予想した場合には，予想値のまわりに，ばらつきを考えなければならない。その予想値と，ばらつきの性質，程度は過去のデータから決定されることはいうまでもない。

以上のような種々不確実な値をもとにして，結局は構造物の安全性を評価しなければならないが，それには，どのようなことが行なわれているであろうか。以下まとめて述べてみよう。

3.2 応力，変位の推定

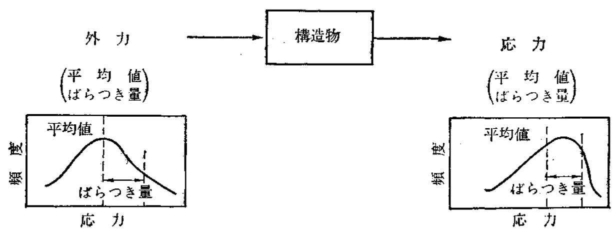
まず，外力を推定してから，構造物の安全性を検討するまでには，図—3.1 に示すように大別して 2 個のプロセスがあると思う。

図—3.1 構造物の設計過程



外力から，それによって構造物に生じる応力なり変位なりを求める過程と，その求められた応力なり変位などから，構造物の強度との比較をして，安全性を検討するという過程である。

図—3.2 ばらつきを持った外力が構造物に作用したとき



3.2.1 プロセス (1) (外力→応力)

この過程では，図—**3.2** に示したように，外力は，平均値とばらつきを示す尺度(正規分布であれば標準偏差)と分布形状の3個で定められるが，その外力が構造物に作用したとき，生じる応力の平均値，ばらつき，分布の三者はどのようになるかを求めるのである。従来の外力その他を確定したものとみるやり方では，平均値のみを求める過程と同じである。この方法では，ばらつきと分布という二者を余計に求めなければならない。

実際には，二者のうち分布の変り方を正確に取り扱うのは特殊な場合しかできないので，通常は第一次近似として，分布は正規分布とし，その分布が多少ひずんだ場合にも分布については触れず，ばらつき量のみで処理することが多い。

① 動的外力の場合：外力が，風とか地震とか交通荷重の場合に相当するものだが，この関係は，いわゆる不規則振動論によって解析されるものであって，土木学会誌に掲載された新数学講座[1]に詳しく説明されている。

現在主として研究されているのは，外力が不規則であるばかりではなく，構造系の諸係数が不確実な場合とか，外力が大きくて，構造系が降伏してしまったあとはどうなるかとか，実際の設計にはどのように応用するかなどの諸点である。

② 静的外力の場合　この場合には，確率変数の四則演算を行なうことがおもな仕事となる。第一次近似として正規分布を仮定すれば，平均値，ばらつきの2乗平均値を簡単に計算することができる。

3.3 安全性の検討

3.3.1 プロセス (2) (応力，変位→安全性の検討)

この場合には，まず，構造物の破壊性状によって，破壊に主役を演じる因子が異なってくる。たとえば，弾性破壊ならば，破壊と応力なり変位なりが1対1に対応する。しかし疲労破壊ならば，応力と回数その他が関係してくるであろう。その他，弾塑性破壊，衝撃破壊，等々，多くの破壊形式がある。

いま簡単に説明するために，次のような2つの破壊形式について，その安全性検討のための最も簡単化された方法を Freudenthal, 篠塚ら[2]の研究に基づいて述べる。

① 弾性破壊：構造材の強度は，材料，施工その他の点から本質的にばらつきをまぬかれない。また，その構造部材に予想される外力にしても同様である。

このような場合，その構造部材の壊れる確率は次の例を考えると計算方法がひとりでに導き出されてくる。

いま，外見上全く同一の鋼棒で表—**3.1** のような強度を持つものが，それぞれ与えられた本数だけあり，この鋼棒にぶら下げる重錘としては，やはり表—**3.1** に示されたような重さと個数があるものとすると，この鋼棒に重錘を吊したとき，壊れない確率は，次のように計算される。

表—**3.1** 鋼棒と重錘の例

鋼	棒	重	錘
強度 (kg)	本数	重さ (kg)	個数
100	1	50	1
200	3	150	5
300	10	250	3
400	8	350	1
500	5		
600	3		
	合計 30 本		合計 10 個

たとえば，250 kg の重錘を取出した場合を考えよう。250 kg の重錘に対して，安全な鋼棒は 300 kg 以上の強度を持つものである。すなわち，26 本ある。総数 30 本のうちの 26 本であるから，250 kg の重錘を選び出したのちに鋼棒が安全な確率は 26/30 である。では，10 個の中から1個の 250 kg の重錘を，たまたま選び出す確率はといえば 1/10 である。ただし，250 kg の重りは3個あるわけであるから，どの1個でもよいとなれば，その確率は 3/10 である。したがって，結局 250 kg の重りが鋼棒に吊られて安全な確率は

$$\frac{26}{30}\times\frac{3}{10}=\frac{26}{100}$$

となる。同様に

50 kg 重りに対しては

$$\frac{30}{30}\times\frac{1}{10}=\frac{10}{100}$$

150 kg 重りに対しては

$$\frac{29}{30}\times\frac{5}{10}=\frac{48.3}{100}$$

350 kg 重りに対しては

$$\frac{16}{30}\times\frac{1}{10}=\frac{5.3}{100}$$

以上を加算すると 89.6% となる。

したがって，このような強度のばらつきを持った鋼棒に，このような重さのばらつきをもった重錘を吊したときの安全率は 89.6% ということになる。逆に，破壊確率は (100～89.6)=10.4% となる。

以上の例を一般化して，強度，外力のばらつき具合を図—**3.3** の $g(S)$, $f(R)$ のように示した場合，全体としての安全性は次のように計算される。

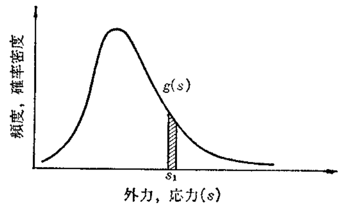
いま，外力が S_1 という値であったとすると，その値をとる確率は

$$g(S_1)dS$$

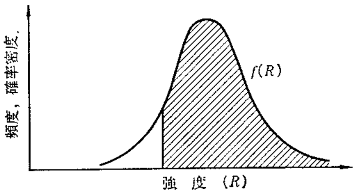
である。また，S_1 という外力に対して，部材強度が安全である確率は，図—**3.3** (2) において，S_1 の値より右側の $f(R)$ を積分した値である。

図―3.3 応力と強度との頻度分布の関係

（1） $g(S)$ の場合



（2） $f(R)$ の場合



したがって，外力が S_1 であって安全な確率は，次式 d_p で表わされる。

$$d_p(R>S_1)=g(S_1)dS\int_{S_1}^{\infty}f(R)dR$$

外力は S_1 という値ばかりでなく，種々の値をとるから，結局部材としての安全な確率は，d_p を S に関して積分した次式 p となる。

$$p(R>S)=\int_{-\infty}^{\infty}g(S)\left[\int_{S}^{\infty}f(R)dR\right]dS \quad \cdots(3.1)$$

もちろん式 (3.1) は一般式であって，$f(R)$，$g(S)$ が特殊な関数，たとえば正規分布などの場合には，より簡便な計算式がある。

いずれにせよ，強度な分布と，外力の分布がわかっておれば，構造物の安全性は以上のように求められるわけであるが，この場合次のような問題点がある。

a） 強度，外力の分布 $f(R)$，$g(S)$ がほとんど求められていない。

b） 特に，安全計算には，$f(R)$，$g(S)$ の裾野の部分の精度が大きく影響してくるが，データとしては，その付近が最も集めにくいところである。

② 疲労破壊：疲労破壊の場合には，通常 Palmgren-Miner の公式を使用する。この式が，あらゆる場合に使えるかどうかは大いに疑問ではあるが，一応この式を用いることにする。

すなわち，疲労破壊の条件は

$$1=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{g(S_i)} \quad \cdots\cdots(3.2)$$

ここに

S_i：部材に生じる応力

$g(S_i)$：S_i という応力のみを加えたとき疲労破壊する回数

通常 $g(S_i)$ としては次式を仮定する。

$$g(S_i)=aS_i^{-b} \quad \cdots\cdots(3.3)$$

いま，式 (3.2) を次のように書く。

$$Y=\sum_{i=1}^{N}X_i \quad \cdots\cdots(3.4)$$

さて，部材に生じる応力 S_i がばらつきを持った値であって，しかも，その S_i が加わっている時間も不確実な場合，その安全性は，どのように考えればよいだろうか。まず，式 (3.1) 中の X が S のばらつきによりどのような影響を受けるだろうか。つまり，X は $X=1/aS^{-b}$ というように S の関数だから，S が不確実であると X も不確実となるであろう。

この場合，Xの２乗平均値がばらつきを決める主要な尺度となる。

いま，次のように，ばらつきを持った値 x_i の関数 y があったとする。

$$y=f(x_1, x_2,\cdots, x_i\cdots) \quad \cdots\cdots(3.5)$$

このばらつきの２乗平均値は，次のようにして求められる。$\bar{y}$, $\bar{x}_i$ をそれぞれの平均値とすると，

$$\bar{y}=f(\bar{x}_1, \bar{x}_2,\cdots, \bar{x}_i) \quad \cdots\cdots(3.6)$$

である。

式 (3.5) を平均値まわりに展開すれば

$$\delta_y=\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)_{\bar{x}_1}\delta x_1+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)_{\bar{x}_2}\delta x_2+\cdots \quad \cdots(3.7)$$

さて，y の２乗平均値は

$$\sigma_y{}^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\delta_y)^2}{n} \quad \cdots\cdots(3.8)$$

上式に式 (3.7) の y を代入すれば

$$\sigma_y{}^2=\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\Sigma(\delta x_1)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\Sigma(\delta x_2)^2+\cdots}{n}*$$

$$*\frac{\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)\Sigma(\delta x_1\delta x_2)+\cdots}{} \quad (3.9)$$

もし，x_1, x_2,……がお互いに無関係な値であるとするならば

$$\Sigma(\delta x_i\delta x_j)\to 0$$

したがって

$$\sigma_y{}^2\doteqdot\left[\sum_{i=1}^{i}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2\sigma_{xi}{}^2\right]^{1/2} \quad \cdots\cdots(3.10)$$

式 (3.10) によって，Yのばらつきを示す２乗平均値が計算できる。

疲労破壊の例題にもどって，Xの平均値，２乗平均値は

$$\bar{X}\doteqdot\frac{1}{a}\bar{S}^b$$

$$\sigma_X{}^2\doteqdot\left(\frac{b}{a}\bar{S}^{b-1}\right)^2\sigma_S{}^2$$

次に，式 (3.4) における N，すなわち応力が加わっている期間もばらつきがある場合に，Yの全体としてのばらつきを求めてみよう。

N と X_i はお互いに無関係な値とすると

$$E_Y[Y|N=n]=E[\sum_{i=1}^{n}X_i]=nE[X_i]=n\bar{X}_i$$

すなわち

$$E[Y]=E_N[E_Y[Y|N]]=E_N[N\bar{X}_i]=\bar{N}\bar{X}_i$$

つまり，Y の平均値は X の平均値と応力が加わっている期間の平均値の積ということになる。

次に2乗平均値は

$$\begin{aligned}E[Y^2]&=E_N[E_Y[Y^2|N]]=E_N[E(\sum^{n}X_i)^2|N]]\\&=E_N[NE[X_i^2]+N(N-1)E[X_i]E[X_j]]\\&=\bar{N}(\sigma_X^2+\bar{X}^2)+(E[N^2]-E[N])\bar{X}^2\\&=\bar{N}(\sigma_X^2+\bar{X}^2)+\bar{X}^2(\bar{N}^2+\sigma_N^2-\bar{N})\end{aligned}$$

したがって

$$\sigma_Y^2=E[Y^2]-E[Y]^2=\bar{N}\,\sigma_X^2+\sigma_N^2\bar{X}^2\cdots(3.11)$$

こうして，$\bar{Y}$ と σ_Y の値が $\bar{X}$, σ_X, $\bar{N}$, σ_N の関数として与えられたので，

$$\bar{Y}+k\,\sigma_Y<1\cdots\cdots(3.12)$$

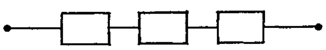
の条件を満足するように，$\bar{X}, \bar{N}$ 等を定めることができる。

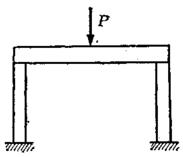
ここに，k は式 (3.12) を満足させる確率を定めるパラメーターであって，k の値が大きいほど式 (3.12) が満足される。

以上述べてきたのは，構造部材についての安全性の検討が多かったわけであるが，構造物としての安全性の検討の場合には，部材を組み合わせた形での安全性を論ずることになる。その場合，構造物の分類としては，直列構造物，平列構造物，組合せ構造物，等々に便宜上分ける。

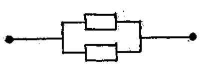
図—3.4 構造物の種類
(Benjamin[4] による)

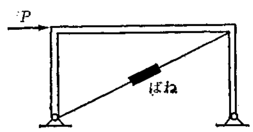
（1） 直列構造物





（2） 平列構造物





• **直列構造物** 図—**3.4** (1) に示したように，どの部材が壊れても全体の破壊に至るという構造物では，個々の部材の破壊確率を $p_1, \cdots, p_m$ としたとき，全体としての破壊確率 P は

$$P=1-(1-p_1)\cdot(1-p_2)\cdots\cdot(1-p_m)\quad\cdots\cdots(3.13)$$

で与えられる。p_m が非常に小さいときは

$$P\fallingdotseq\Sigma\,p_m$$

とも書ける。

• **平列構造物** 図—**3.4** (2) に示したように，部材が平列に結合されていて，1部材が壊れても構造全体の破壊に至らない場合には，破壊確率は次の式のようになる。

$$P=p_1\cdot p_2\cdot\cdots\cdot p_m\quad\cdots\cdots(3.14)$$

3.4 問　題　点

以上，構造工学上，種々の不確実な量をもとにして，解析を行なう場合の方法について概説してきたわけであるが，その手法を今後発展させるための問題点としては現在最も大きいのは，「資料不足」の一語につきる。つまり，強度がばらつく，外力がばらつくといっても，たとえば，どのような土はどういう分布で，どの程度ばらつくという点が全くわかっていない。すなわち，ばらつきはどうか，という観点から行なわれた試験が非常に少ない。これは，今後，構造工学の不規則現象に多くの方が興味をもたれれば，徐々に解決してゆく問題であると思っている。

3.5 今後の発展方向

3.5.1 土の分野における本法の適用

土は構造工学的にみて，不確実要素，ばらつきの最も大きい材料の一つと思われる。それにもかかわらず，取扱いが難かしいために現在のところ不規則現象としての取扱いは，ほとんどなされていない。今後の発展が望まれる。

3.5.2 構造設計の最適化との組合せ

確定論的手法で現在まで構造物の最適設計手法が種々開発されてきているが，いままで述べてきたような不確実要素をも考慮した最適化が行なわれるべきであろう。

3.5.3 土木計画のなかでの構造設計

本文のテーマとは多少ずれるかもしれないが，われわれは結局のところ，構造物の有機的集合体としての国土の開発を行なうわけであるから，その場合，構造物の個体には見られなかったような数々の不確実要素を組み込まなければならなくなる。この点に関しては，**1.** の長尾教授の解説を参照されたい。

参　考　文　献

1) 伊藤　学，日野幹雄両氏による土木学会誌，新数学講座，昭和 44 年 12 月号から昭和 45 年 3 月号までのもの
2) Shinozuka, M.: Methods of Safety and Reliability Analysis, July 1969, Technical Report No. 1, Dep't of Civil Engineering Mechanics, Columbia University
3) Haugen, E.B.: Probabilistic Approaches to Design, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1968
4) Benjamin J.R.: Reliability Studies in Reinforced Concrete Design, Solid Mechanics Seminar, Oct., 1969

（伯野　元彦）