

河川の平水時・高水時における背水限界の比較・ポアレー公式を使用した場合

川 上 謙 太 郎*

1. ま え が き

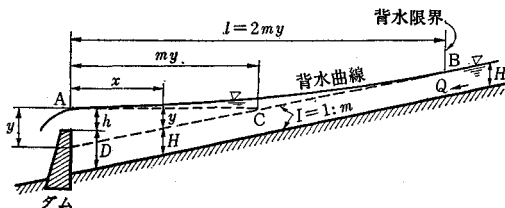
河川を横断して取水ダムを築造し、水の流れを堰止めると、水位は上昇していわゆる背水曲線を生じて、その影響は上流の遠い地点におよぶ。この限界は、平水時と高水時を比較した場合どちらが遠いかしばしば現地で問題になる。ブレッセその他の背水曲線の理論式では限界は無限大の距離になるが、実際の河川では河床縦断面に不規則な変化があるなどのため、実際は有限になる場合が多い。ポアレー(Poire・フランス)は堰上げ水深高と河床勾配を勘案して背水曲線の簡易な実験式をつくり、限界の計算ができるようにしている。この式は、これまで発電水力では取水ダム上流の背水計算に、河川では砂防ダムの堆砂の限界を推算する場合に広く用いられている。また、この式の限界相当の距離をブレッセ式に適用して水位を計算してみると、その差はきわめてわずかな例も多いので、背水の実用計算にかなり信頼性が高いものと思われる。本文にこのポアレー式をもとにして、流量比を計算要素にした限界の比較式をつくり、表題について一般的の傾向を知る計算法を考究した。

2. ポアレー式と背水限界

(1) ポアレー式

ダム地点の堰上げ水面と背水限界点間の水面形状は放物線を形づくるものと想定した式である(図-1参照)。

図-1 ポアレーの背水曲線



$$\eta = \frac{1}{4y} \left(2y - \frac{x}{m} \right)^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$y = h + D - H \dots\dots\dots(2)$$

$$l = 2my \dots\dots\dots(3)$$

ただし

η = ダムの上流地点の背水高

y = ダム地点の堰上げ水深

m = 河床勾配の逆数 = $1/I$

D = 河床上のダムの高さ

h = ダムの越流水深

H = 堰上げ前の流路の水深

l = 背水限界

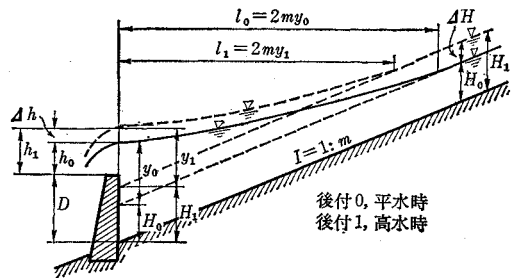
l は式(1)において η が 0 になる x の値として計算される。

3. 背水限界の比較式

(1) 水位による比較式

式(2)、(3)に 図-2 の水位を代入して $l_0 \sim l_1$ の式をつくる。

図-2 平水時・高水時の背水限界



平水時 $y_0 = h_0 + D - H_0 \dots\dots\dots(4)$

$$l_0 = 2my_0 = 2m(h_0 + D - H_0) \dots\dots\dots(5)$$

高水時 $y_1 = h_1 + D - H_1 \dots\dots\dots(6)$

$$l_1 = 2my_1 = 2m(h_1 + D - H_1) \dots\dots\dots(7)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{限界差 } l_0 \sim l_1 &= 2m \{ (H_1 - H_0) \sim (h_1 - h_0) \} \\ &= 2m(\Delta H \sim \Delta h) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

ただし $\Delta H = H_1 - H_0$, $\Delta h = h_1 - h_0$

式(8)は、水位差を計算要素にした限界の比較式である。しかし、 H は水路の状態 (n, I), h は流量に関係

* 正会員 近畿大学教授 理工学部土木工学科

があるので、 $\Delta H \sim \Delta h$ の大小の判断を式のうえから一般的に手軽に決めることはむずかしい。

(2) 流量比による比較式

表題の限界を比較する場合に、その一般的の傾向を知るためには、水位差の代りに流量比を計算要素にした式を用いる方が適当である。

まず、式(5)、(7)の h, H を流量の式に書き直し、次に式(8)に適用して $l_0 \sim l_1$ の式をつくる。

a) H_0 と h_0

水路の流速公式にマンニング式を用い、また河幅の広いところでは、径深 R と平均水深 H は近似的に同じと見做すものとする。 Q を全断面、 q を単位幅の流量、河幅を B とすれば

$$Q = BH \cdot \frac{1}{n} H^{2/3} I^{1/2} = \alpha H^{5/3} \text{ より}$$

$$q_0 = Q_0/B = \alpha H_0^{5/3} \dots\dots\dots(9)$$

ゆえに

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= (q_0/\alpha)^{3/5} \text{ ただし } \alpha = \frac{1}{n} I^{1/2} \\ h_0 &= (q_0/\beta)^{2/3} \text{ ただし } \beta = \frac{2}{3} C \sqrt{2g} \quad C \doteq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(10)$$

b) H_1 と h_1

平水時の場合と同様に

$$q_1 = Q_1/B = \alpha H_1^{5/3} \text{ より}$$

$$H_1 = (q_1/\alpha)^{3/5} \dots\dots\dots(11)$$

$$h_1 = (q_1/\beta)^{2/3} \dots\dots\dots(12)$$

次に式(11)、(9)、(12)および式(10)の水位を q_1 および q_0 で置きかえて式(8)に導き、さらに $a = q_1/q_0$ と置いて整理すれば

$$l_0 - l_1 = 2m \left\{ \left(\frac{q_0}{\beta} \right)^{2/3} - \left(\frac{q_1}{\beta} \right)^{2/3} + \left(\frac{q_1}{\alpha} \right)^{3/5} - \left(\frac{q_0}{\alpha} \right)^{3/5} \right\} \text{ より}$$

$$l_0 - l_1 = 2m \left(\frac{q_0}{\beta} \right)^{2/3} \left\{ \frac{\beta^{2/3}}{\alpha^{3/5} q_0^{1/15}} (a^{3/5} - 1) - (a^{2/3} - 1) \right\} \dots\dots\dots(13)$$

式(13)は限界差を求める一般式になる。この式において $l_0 - l_1 = 0$ になる α を α_c とすれば

$$\alpha_c = \left\{ \frac{\beta^{2/3}}{q_0^{1/15}} \frac{(a^{3/5} - 1)}{(a^{2/3} - 1)} \right\}^{5/3} \dots\dots\dots(14)$$

しかして、 $\alpha = \frac{1}{n} I^{1/2}$ に n が与えられた場合、 α_c に対応する I を I_c (仮称限界勾配) とすれば、次の関係が成り立つ。

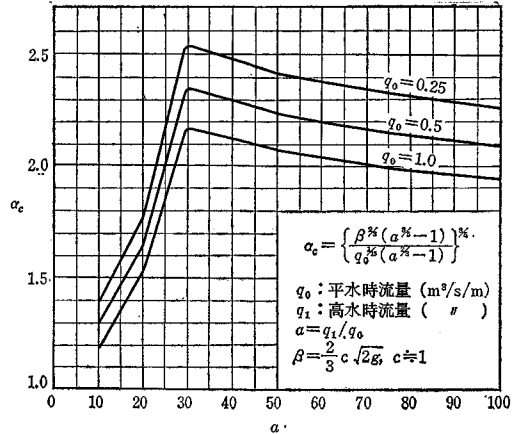
$$I_c = I \text{ のとき } l_0 = l_1$$

$$I_c > I \text{ のとき } l_0 > l_1$$

$$I_c < I \text{ のとき } l_0 < l_1$$

表一および図三に α_c 、表二に I_c を示し、表三に表二を総合してえたおおよその限界比較判定の標準を提示した。

図三 $\alpha - \alpha_c$ の関係



表一 α_c の計算値 (式(14)による)

q_0 ($m^3/s/m$)	$a = q_1/q_0$						
	10	20	25	30	50	75	100
0.25	1.386	1.784	2.175	2.553	2.418	2.327	2.263
0.50	1.285	1.653	2.015	2.347	2.241	2.156	2.097
1.00	1.190	1.531	1.866	2.174	2.075	1.997	1.942

表二 河川流路の性状別 I_c

q_0 ($m^3/s/m$)	n	I_c			
		$a=10$	$a=30$	$a=75$	$a=100$
		$\alpha_c=1.386$	$\alpha_c=2.553$	$\alpha_c=2.327$	$\alpha_c=2.263$
0.25	0.025	1/830	1/245	1/295	1/310
	0.038	1/360	1/105	1/130	1/135
	0.050	1/210	1/62	1/74	1/78
0.50	0.025	1/970	1/290	1/345	1/365
	0.038	1/420	1/125	1/150	1/155
	0.050	1/240	1/73	1/86	1/90
1.00*	0.025	1/1130	1/340	1/400	1/425
	0.038	1/490	1/145	1/175	1/185
	0.050	1/280	1/84	1/100	1/105

注：① n ; 0.025, 0.038, 0.050 はそれぞれ河川の下流部、中流部、上流部の粗度係数の想定値。
② I_c ; 求め方はマンニング数表²⁾を使用する。

表三 河川勾配 I による背水限界比較判定の標準 (完全越流の場合)

流路区分	n	I_c			判定の標準
		小高水	中高水	大高水	
下流部	0.025	1/1100	1/340	1/400	$I = I_c$ のとき $l_0 = l_1$
中流部	0.038	1/500	1/150	1/200	$I < I_c$ のとき $l_0 > l_1$
上流部	0.050	1/300	1/80	1/100	$I > I_c$ のとき $l_0 < l_1$

注：表二の総合結果による。

次に高水時にダムが潜り堰の状態になった場合の l_1 の式を導く。水位の関係は図四において

- a) $n = 0.025 \sim 0.040$, $I = 1/1500 \sim 1/500$ の間において $H_0 = 1m$ の場合 $q_0 \doteq 1 m^3/s/m$.
- b) 川上謙太郎：マンニング流速公式の数表と水路の水利計算法 (pp. 48~103), 理工図書, 昭和41年.

$Z - y_1 = H_1 - D$ より $Z = H_1 - D + y_1$, $a = q_1/q_0$

$q_1 = Q_1/B = C_1 \left(Z - \frac{y_1}{3} \right) \sqrt{2g y_1}$ $C_1 \doteq 1$ より

$$\left(H_1 - D + \frac{2}{3} y_1 \right) y_1^{1/2} = q_1 / \sqrt{2g}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{または} \quad \left(a^{3/5} H_0 - D + \frac{2}{3} y_1 \right)^{1/2} &= a q_0 / \sqrt{2g} \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

式(15)より計算した y_1 をポアレー式に適用して次の式を得る。

$$l_1 = 2 m y_1 \dots \dots \dots (16)$$

平水時の l_0 は完全越流時の式を用いる。

潜り堰の場合は堰の流量式が完全越流の式とちがうので、 $l_0 \sim l_1$ は完全越流時のように a を要素にした一般的な比較式をつくることはむずかしい。

本文では、河川の下流部、中流部、上流部のそれぞれについて

$$H_0 = 0.6 \text{ m}, \quad H_1 = 6.0 \text{ m}, \quad D = 5.0 \text{ m}$$

$$n = 0.025, \quad 0.038, \quad 0.050$$

$$I = 1/1500, \quad 1/800, \quad 1/80$$

の例題について y_1 を求めて l_1 を計算し、次に l_0 と比較した結果を表-4に示す。

4. む す び

取水ダムによって生じる背水限界の比較は、うえに述べたように高水時と平水時の流量の比および流路の性状

図-4 潜り堰

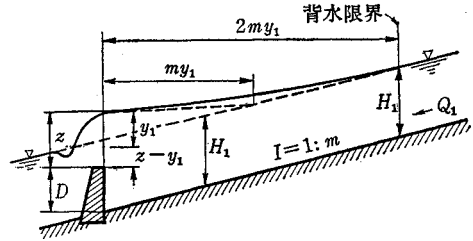


表-4 背水限界比較の例(潜り堰の場合)

流路区分	n	I	q_0	a	l_0 (m)	l_1 (m)	$l_0 \sim l_1$
下流部	0.025	1/1500	0.28	73.0	13 820	8 120	$l_0 > l_1$
中流部	0.038	1/800	0.25	73.7	7 350	4 320	$l_0 > l_1$
上流部	0.050	1/80	0.60	73.3	760	820	$l_0 < l_1$

注：通常の取水ダムで完全越流と潜り堰の限界における a の値はおよそ 70~100 のようである。

(n, I) に関係があるので、同じ河川の場合でも一概に大小の判断を下すことはむずかしい。しかし、表-2のようなかずかずの計算結果を総合すれば、表-3のような、およそ一般的と思われる判断を下すに役立つであろう。これより、河川の下流部 ($I < 1/1000$)、中流部 ($I < 1/500$) の全域および上流部の一部 ($I < 1/100$) について平水時の限界が高水時より大きく、ただ上流部の特に急勾配 ($I > 1/60$) の区間では高水時が大きいと判断して実用上大適はないものと思われる。

(1969.4.26・受付)

土木学会誌“合本ファイル”

土木学会誌を整理していただくために合本ファイルを販売しております。1ファイルで半年分(6冊)とじることができます。ご希望の会員は代金に送料を添えお申込み下さい。下記のとおりなるべく一括した方が送料が安くなります。

記

体 裁 B5判・薄グリーン・クロース装、
ピン挿入式(株・テッサの製造による)

定 価 150 円

送 料 1部 100円 17部まで 200円
8部まで 160円 26部まで 240円

申 込 先 土木学会(東京都新宿区四谷1丁目
・振替東京 16828)

