

文献調査委員会

土木工学と都市システム

*Proc. of A.S.C.E., UP/市ヶ谷隆信*

高強度コンクリートの製造と物性

*The Jour. of the Institution of*

*Structural Engineers/大塩 明*

有限要素法による多孔体中の非線形流れの解析

*Proc. of A.S.C.E., HY/吉野 文雄*

浮遊円柱と斜め入射波との相互作用

*Jour. of Fluid Mechanics/木原 力*

土木工学と都市システム

“Civil Engineering and Urban Systems”

*Peterson, G.L., Gemmell, R.S.,*

*Worrall, R.D. and Berry, D.S.*

*Proc. of A.S.C.E., UP, Vol. 95, No. 1,*

*pp. 1~14. April (1969)*

(1) まえがき

都市化の需要増大に応じて、多様な都市サービスと都市施設の計画、デザイン、管理を包括する新しい工学として都市システム工学が登場してきた。土木工学は都市という大きなシステムの構成因子である水道、汚水処理、交通、住宅、土地利用等の物理的環境成分を主たる対象としているが、都市システム工学はこれら個々のシステムだけでなく、それらが関連するシステムもその対象とする。ここではシステム分析が必要とされる。すなわち理論とモデル、手段が開発され、都市システムの構造を確認し、代替的システムデザインまたは代替的政策の結果が評価される。手段および解決は費用効果により決定される。必要な理論と知識はあらゆる学問および分野から集められる。それ故都市システムを扱う技術者には従来の伝統的な土木技術の他に新しい手腕が必要とされる。もし土木工学のこの挑戦に有効に対処できないならば、他の分野に奪われるであろう。

それ故まず第1にこの種の技術の認識を助成するニードと状況を示し、都市システム工学と土木工学の関係を明らかにし土木工学の責任を強調する。第2に都市システム工学について形態に関する基本的構成因子と概念を発展させることにより、詳細に記述し、定義する。そして最後に、教育プログラムを立てるための新しい基準の必要性を示す。

(2) 都市システムに関する技術

都市は多くの関連するシステムよりなる複合した動的機構である。しかし、都市におけるこれら多くのシステムの効果は意図されたものでなく偶然にもたらされている。システムとはそれを構成する個々の部分を超越した行動を示すものであり、構成因子の相互作用によって決定される。これまで都市問題解決の目は主としてシステム各部に個々に向けられてきたが、これら個々の解決策では求める目的に調和する結果はほとんど得られないはずである。また、大都市問題に対しては部分的または地域的な解決策では不十分であろう。最も重要な点は諸システムとの関連において問題を見るアプローチである。このように都市の諸問題をシステムとして扱う技術が都市システム工学と呼ばれるものである。

(3) 土木工学と都市システム

環境システムのスケールでアプローチする必要と、政府活動だけでなく公共事業にも PPBS が取り入れられている傾向の中で、土木工学は都市システム工学をその主たる任務と認めるべきである。これにより土木技術者の都市計画における役割を明らかにすることになろう。

問題の複雑性と多種多様な学問の広さと深さが要求されるために、都市システム工学を専門とする技術者には新しいセットの教育がなされねばならない。もちろん伝統的な技術訓練は有用であるが、その上に適切な分析能力、知識、専門技術を身につけなければならない。現在の大学におけるカリキュラムはこの方向に沿ったものとはいえ、再検討されるべきことである。

1) 都市地域における社会的、物理的複合のスケールは個々の技術では不十分にしてくる。土木工学は、そのサービスの外部効果と相伴なう影響に対する責任も負うべきである。この相伴う結果をそのデザイン、管理、計画の中に取り入れるためには、システム技術が必要になる。

2) 都市においては土木技術を直接用いる時にさえ一般的能力の他にシステム指向の技術が必要である。

3) 都市化によって工学手法とシステム技術の組み合わせによって解決されるべき問題が発生してきた。この問題のあるものは直接または間接に物理的環境に関連し、広い意味で土木工学の範疇に含まれるべきものである。

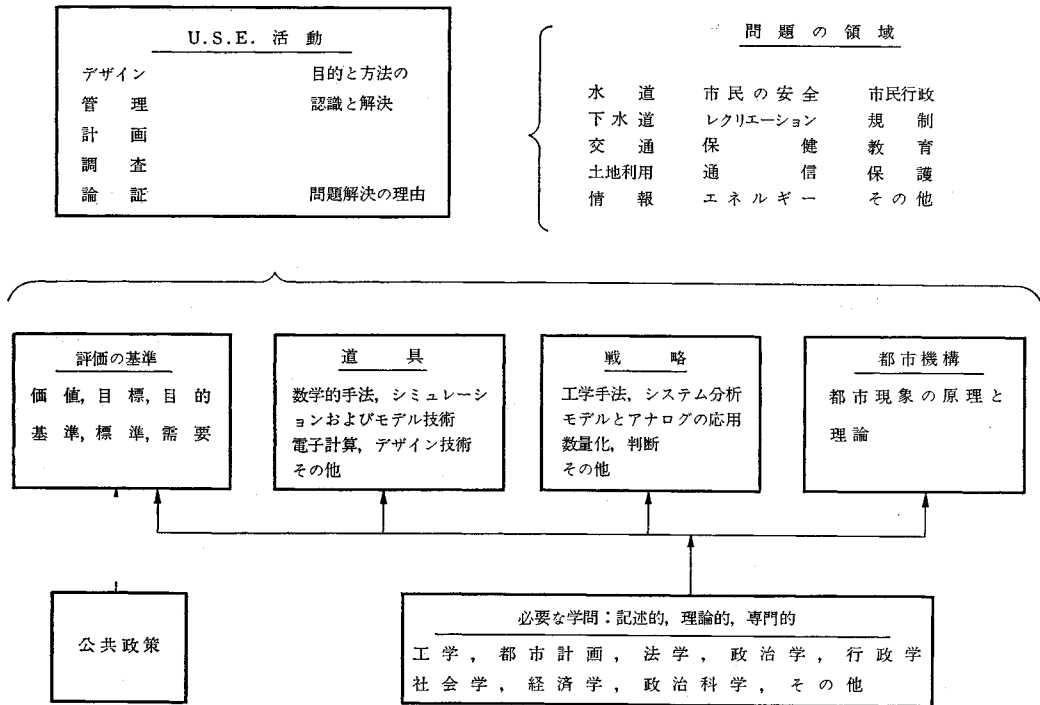
4) 人間と制度は都市環境を建設する問題と密接に関連している。

(4) 都市システム工学の構造

都市システム工学は以下のように分解される。

1) 問題を解く戦略

図-1 都市システム工学の構造



- 2) 問題解決のための道具と手法
- 3) 基礎科学, 応用科学, 関連する諸分野の知識
- 4) 関連現象を記述するモデルやアナログに組立てる製作技術
- 5) 価値, 目標, 目的, 基準, 単位, 需要に関する評価基準
- 6) 都市システム工学を必要とし, その範囲を明確にする問題のセット

**戦略** 戦略とは都市システム問題の解決に際して用いられる考え方であり, 明確に定義された目的の実現のために政策と環境によって課せられた制約の下に, デザインと管理と計画のための最も有効な手段を選択するものである。

**道具** 前記戦略の応用には各種道具の利用技術が必要であり, それらは数学, 各種シミュレーション, モデル技術, 電子計算機, 決定論等である。

**必要な学問** 都市システム技術者は, 環境システムに関する広い知識を持つべきである。個々のシステムに関する詳細にわたる熟練が必要なのではなく, むしろ, 環境とシステムとの間の相互関係をより良く理解することである。

**都市機構** 分析に用いられるモデルやアナログは都市機構に基いて組立てられなければならないが, 都市機構はまだ十分に理解されていない段階であり, 都市工学の中でも最も弱い点の一つである。今後さらに研究が進め

られなければならない領域である。

**評価の基準** 人間が効率的, 快適かつ安全に生活するために必要な条件は何かを示すことによって, 人生と福祉についての客観的情報が与えられなければならないが, これらは主として公共政策に依存する問題であり, 技術者が勝手に価値判断を加えてはならない。

**都市問題のセット** すべての活動は最大の効率を追求するためには, 大都市圏のスケールでのシステムとして把握されなければならない。またそのシステムは, 個々でなく, 互いに協同するように, 作られなければならない。

**都市システム工学活動** 「何を」, 「如何に」, 「何故」による問題認識と解決である。特に「何を」, 「如何に」は都市システム工学に関して戦略, 手法, 知識を改善するための調査研究とともに, デザイン, 管理, 計画の主要な課題である。

### (5) 土木工学の責任

土木工学部門は都市システム工学の中に主要な機会を持っている。故に, 責任の領域が明確にされ, 熱意を持って受容されなければならない。これとともに, 教育プログラムの拡張と再検討がなされなければならない。

一方, 数多くの問題が土木工学——多分将来の土木工学——として必然的に分類されてきているようである。

(委員 市ヶ谷隆信・訳)

## 高強度コンクリートの製造と物性

“High Strength Concrete : Manufacture and properties”

Harris, A.J.

The Journal of the Institution of Structural Engineers

Vol. 47, No. 11, pp. 441~446, November (1969)

コンクリートの圧縮強度を改善する主な方法には、コンクリートを密実に締固める方法、骨材とセメント間の付着力を大きくする方法、三軸応力を加える方法がある。現在  $1000 \text{ kg/cm}^2$  から  $1400 \text{ kg/cm}^2$  のコンクリート強度が加圧と振動の併用により、またはセメント質骨材の使用により得られている。セメントを高圧力で加圧することにより  $3350 \text{ kg/cm}^2$  の供試体強度が得られる。この種の最高強度は、 $5000 \text{ kg/cm}^2$  に達するかもしれない。

この文献は、高圧縮強度コンクリートの製造方法と性質に関する多くの研究者の成果の紹介が軸になっている。

### (1) 加圧による締固め

遠心力による締固め、および真空処理により水分を絞り取る加圧方法が通常用いられている。遠心力成形のコンクリート管から採取したコンクリート片の圧縮強度は  $1100 \text{ kg/cm}^2$  になる。

Lawrence<sup>3)</sup> は、ポルトランドセメントに水分を加えないで  $6200 \text{ kg/cm}^2$  の圧力を加えて締固め、その後水に浸漬養生した。

この供試体は水和後 20% のポロシチーを有し、密度  $2771 \text{ kg/m}^3$ 、最大強度  $3720 \text{ kg/cm}^2$ 、弾性係数  $7.11 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$  である。

### (2) 振動締固め

Freyssinet はコンクリート強度  $1000 \sim 1200 \text{ kg/cm}^2$  のプレストレストコンクリートパイプを 1930 年代に製造したが、その方法は軟練りのコンクリートを穴のあいたポーラスの型わくに成形し、加圧と振動の併用により型わくから水が絞り出されるようにした。

Brocard は、振動数 50 Hz、振幅 0.8 mm の振動と  $0.4 \sim 0.6 \text{ kg/cm}^2$  の加圧の併用により 10 cm 立方体の大きさの川砂利コンクリートを成形し、24 時間後に  $9.6 \text{ kg/cm}^2$  の圧力で 8 時間オートクレーブ処理をした。その結果  $W/C=35\%$  で  $1160 \text{ kg/cm}^2$ 、 $W/C=40\%$  で、 $1100 \text{ kg/cm}^2$  となり水セメント比の差による強度の違いはほとんど見られなかった。Brocard は、コンクリート材料の選択により  $1500 \text{ kg/cm}^2$  の強度は可能であると述べている。

Parrott<sup>6)</sup> は、通常用いられているコンクリート材料

を振動締固めすることにより  $1000 \text{ kg/cm}^2$  の強度は得られるが、これ以上の強度を得るには特別な技術または特別な材料が必要であると結論している。

Bennett と Cokhale<sup>9)</sup> は、早強セメントには 800 Hz の振動数が最適であり、その場合の強度は  $1450 \text{ kg/cm}^2$  になると報告している。

Idorn<sup>10)</sup> は、5-5000 Hz の手持ちバイブレーターで振動と加圧の併用により約  $3500 \text{ kg/cm}^2$  の強度が得られると報告している。

### (3) 付着力

従来のコンクリート材料では、セメントマトリックスと骨材との付着力がコンクリート強度の増大量を支配する。

高強度はマトリックスにポリエステル、エポキシ、フェノールなどの樹脂を用いることによって得られる。

しかし一般的に、樹脂は剛性が小さく、クリープが大きいので特別の場合にしか用いられない。

コンクリートの練り混ぜ直前に粗骨材をエポキシ樹脂でコーティングする方法が、フランスで研究されているが、詳しいことは報告されていない。

もっとも望みのある方法は、セメント質骨材を用いる方法である。

シマンフォンジュセメントは溶塊ガラスを微粉碎して造るが、このガラスを粗砕して ALAG という骨材が造られる。

Robson<sup>11)</sup> は粗骨材は花こう岩、細骨材は ALAG を使用し、1:2:3 配合で  $1240 \text{ kg/cm}^2$  の強度を得たと報告している。

セメント中の遊離石灰と細骨材中のシリカの反応は、常温ではなかなか進まないが、 $200^\circ\text{C}$  のオートクレーブ処理を数時間行なうと両者の反応は急速に進み、強度は著しく増大する。またクリープや収縮も減少する。

### (4) 補強による強度改善

高強度コンクリートを得るための補強方法としては、供試体の回りを鋼線などで密に巻いて補強する方法と、コンクリート中にくぎ、石綿、スチールファイバーなどを混入する方法がある。

Harris は、高張力鋼線を 15 cm の直径のシリンダー供試体に巻きつけて、 $4500 \text{ kg/cm}^2$  の高強度を得ている。

Porter<sup>16)</sup> は、1910 年にくぎをコンクリートの中に混入し  $1240 \text{ kg/cm}^2$  の強度を得ている。これは約 8 倍の強度増加であると述べている。この方法は、その後回か繰り返えされたが、あまり良い結果は報告されていない。

Monfore<sup>17)</sup>は直径 0.152mm, 長さ 6.35 mm のスチールファイバーを体積で 4%混入することによりモルタルの引張強度は 55 kg/cm<sup>2</sup> から 110 kg/cm<sup>2</sup> に, 圧縮強度は 283 kg/cm<sup>2</sup> から 530 kg/cm<sup>2</sup> に増加したと報告している。

繊維状のものをミキシングすると分散しにくい, Monfore はリング状のものを使用することによりこれらの問題は解消すると述べている。

参 考 文 献

- 1) Prof. P.B. Morice: Personal communication.
- 2) Eden, J.F.: Making concrete panels by pressing, BRS, September 1968.
- 3) Lawrence, C.D.: The properties of cement paste compacted under high pressure, C & CA, Research Report, 19 October 1968.
- 4) Powers, T.C.: A discussion of cement hydration in relation to the curing of concrete, Proceedings, Highway Research Board (USA), Vol. 27.
- 5) Blachere: Bétons à Haute Résistance Initiale, CEBTP Paris, 1966.
- 6) Parrott, L.J.: Selection of constituents and proportions for producing workable concrete with a compressive cube strength of 80-110 N/mm<sup>2</sup>, C & CA, TRA 416, May 1969; Interim report on the properties of high strength concrete, C & CA, TRA 417, May 1969.
- 7) Maus: Highly compacted layers of cement paste, Zement Kalk Gips, October 1958.
- 8) Bennett, E.W. and Gokhale, V.G.: Some experiments on the compaction of cement paste mortar and concrete by vibration of different frequencies, Indian Concrete Journal, Vol. 41, pp. 421-428 (November 1967).
- 9) Kolek, J.: Research on the vibration of fresh concrete, Int. Cong. on Vibration Compaction Techniques, Budapest, July 1963.
- 10) Idorn, G.M.: Annual Report 1968, Concrete Research Laboratory, Karlstrup, personal communication.
- 11) Robson, T.D.: Personal communication.
- 12) Rimmer, B.: High grade concrete, industrialised building systems and components, March 1967.
- 13) Fr. H. Pollet: Institut Catholique des Arts et Metiers, Lille, personal communication.
- 14) Considère: Experimental Researches on Reinforced Concrete, McGraw Publishing Co., New York, 1906.
- 15) Richart and Brantzeg: Failure of plain and spirally reinforced concrete, University of Illinois Bulletin 190, April 1929.
- 16) Porter, H.F.: Preparation of concrete; from selection of materials to final disposition, Proceedings, National Association of Cement Users (ACI), Vol. 6, 1910, p. 296.
- 17) Monfore, G.E.: A review of fiber reinforcement of Portland Cement paste, mortar and concrete, Journal PCA Laboratories, Vol. 10, No. 3, September 1968.
- 18) Mather, Bryant: Stronger Concrete, U.S. Highway Research Board, November 1966.

(委員 大塩 明・訳)

有限要素法による多孔体中の  
非線型流れの解析

“Nonlinear Flow in Porous Media by Finite Elements”  
Volker, R.E.  
Proc. of A.S.C.E., HY, Vol. 95, No. 6,  
pp. 2093~2114, November (1969)

ある物理量の場の微分方程式の解を求める問題は, field problem と呼ばれる。多孔媒体を通る流れの場を支配する方程式は, Darcy の線型則を用いるとラプラス方程式となる。しかし流速が大となると Darcy の線型則では扱えなくなり, 非線型関係を導入する必要がある。したがって, Forchheimer の非線型則を用いて多孔体中の流れを解析することにする。

動水勾配を  $h$ , 流速を  $V$  として Forchheimer 則をベクトル表示すると,

$$-\text{grad } h = (a+b|V|)V \dots\dots\dots(8)$$

スカラー場での任意の点で  $h$  = 一定の面にたてた法線の単位ベクトルを  $S$  とすれば,

$$-\text{grad } h = -\frac{\partial h}{\partial S} \cdot s \dots\dots\dots(9)$$

$i$  と  $j$  をそれぞれ  $x$  と  $y$  方向の単位ベクトルとして,

$h_s = \partial h / \partial S$ ,  $h_x = \partial h / \partial x$ ,  $h_y = \partial h / \partial y$  を用いると

$$-h_s s = -h_x i - h_y j \dots\dots\dots(10)$$

$$-h_s s = (a+b|V|)V = (a+b|V|)Vs \dots\dots\dots(11)$$

$$= (a+b|V|)(ui+vj) \dots\dots\dots(12)$$

式 (10) と式 (12) から

$$\left. \begin{aligned} -h_x &= (a+b|V|)u \\ -h_y &= (a+b|V|)v \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

式 (10) から

$$s = \frac{h_x}{h_r} i + \frac{h_y}{h_s} j \dots\dots\dots(14)$$

であり,  $ui+vj=Vs$  であるので,  $u, v$  成分はそれぞれ次のようになる。

$$u = V \frac{h_x}{h_s}, \quad v = V \frac{h_y}{h_s} \dots\dots\dots(17)$$

式 (11) から  $V$  と  $h_s$  は方向が反対であるので,

$$\frac{V}{h_s} = -\frac{|V|}{|h_s|} \dots\dots\dots(18)$$

したがって

$$\left. \begin{aligned} u &= -h_x \frac{|V|}{|h_s|} \\ v &= -h_y \frac{|V|}{|h_s|} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

一方式 (11) から  $|h_s| = |(a+b|V|)V|$  であるので,

$$|V| = -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b}} \dots\dots\dots(21)$$

が得られる。したがって

$$ui = \left[ -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b}} \right] \left( -\frac{h_x}{|h_s|} \right) i \dots (22a)$$

$$vj = \left[ -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b}} \right] \left( -\frac{h_y}{|h_s|} \right) j \dots (22b)$$

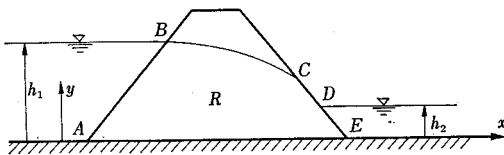
この両式を連続式  $\text{div } V=0$  に代入すると次の基本式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[ -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b}} \right] \frac{(-h_x)}{|h_s|} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[ -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b}} \right] \frac{(-h_y)}{|h_s|} \right\} = 0 \end{aligned} \dots (23)$$

以上の各式で  $a, b$  は定数である。この式は  $a, b$  がともに正ならばダ円型偏微分方程式であって、これを適当な境界条件で解く境界値問題となる。

図-1 に示すような不透水層上のロックフィルダムを通る流れを考える。境界条件は AB 上で  $h=h_1$ , DE 上で  $h=h_2$ , CD 上で  $h=y$ , BC 上で  $h=y$  と  $\partial h/\partial n=0$ , EA 上で  $\partial h/\partial n=0$  である。ここで  $n$  は境界上の任意点での法線方向を表す。この条件で式 (23) を満たす  $h$  を求めるのだが、もともと自由水面 BC の位置が求まっていないので、これは自由流線問題と呼ばれるものとなる。

図-1 流れの場 R



この問題の数値解を得るため、領域 ABCDE を有有限個の小領域に分割する。そして各点での微分係数を小区間上で差分商で置きかえる。こうすると、領域内で式 (23) を満たす関数  $h$  を求める問題は、有限な連立方程式から格子点での  $h$  の近似値を決定する問題に置きかえられる。差分式を作るため変分法を用いることにする。

一般の変分問題

$$E(h) = \iint_R G(h, h_x, h_y, x, y) dx dy \dots (30)$$

を考えよう。領域  $R$  内で  $E$  を最小にするオイラーの方程式は

$$\frac{\partial G}{\partial h} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial G}{\partial h_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial G}{\partial h_y} \right) = 0 \dots (31)$$

である。式 (30) に対する変分問題の自然境界条件は

$$-\frac{\partial G}{\partial h_x} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial G}{\partial h_y} \frac{dx}{ds} = 0 \dots (32)$$

となる。自然境界条件式 (32) を用いて式 (31) の微分方程式を解く問題は、式 (30) の  $E$  を最小にする  $h$  を求める問題と同等である。

式 (23) を積分を最小にする変分問題とするためには

次式が成立しなければならない。

$$\frac{\partial G}{\partial h} = 0 \dots (36a)$$

$$\frac{\partial G}{\partial h_x} = u = c_1 \left[ -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b}} \right] \frac{(-h_x)}{|h_s|} \dots (36b)$$

$$\frac{\partial G}{\partial h_y} = v = c_1 \left[ -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b}} \right] \frac{(-h_y)}{|h_s|} \dots (36c)$$

ここで  $c_1$  は任意定数である。  $c_1$  を  $-1$  に等しくすれば、上述の条件は

$$G = -\frac{a}{2b} |h_s| + \frac{2}{3} b \left[ \left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b} \right]^{3/2} \dots (37)$$

なる関数で満たされ、この時最小にすべき汎関数は

$$E(h) = \iint \left\{ -\frac{a}{2b} |h_s| + \frac{2}{3} b \left[ \left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{|h_s|}{b} \right]^{3/2} \right\} dx dy \dots (38)$$

となる。自然境界条件は

$$u \frac{dy}{ds} - v \frac{dx}{ds} = 0 \dots (40)$$

あるいは

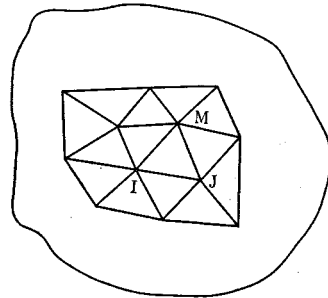
$$\frac{-h_x}{(a+b|V|)} \frac{dy}{ds} + \frac{h_y}{(a+b|V|)} \frac{dx}{ds} = 0 \dots (41)$$

でこれは

$$-h_x \frac{dy}{ds} + h_y \frac{dx}{ds} = \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \dots (42)$$

となり、自由水面 BC, 不透層 AE の境界条件と一致する。したがって、式 (23) を解く問題は、式 (38) を最小にする  $h$  を求める問題となる。

図-2 有限要素への分割



有限要素法による浸透流の解析は、線型関係の成立するものについてはすでに行なわれている。非線型関係から導びかれた式 (38) を有限要素法で解くことを考える。領域を 図-2 で示す格子点 I, J, M をもつような三角形に分割する。要素 IJM における  $h$  を

$$h = (a_I + b_I x + c_I y) h_I + (a_J + b_J x + c_J y) h_J + (a_M + b_M x + c_M y) h_M \dots (46)$$

と表す。ここで

$$\left. \begin{aligned} a_I &= \frac{x_J y_M - x_M y_J}{2d}, \quad b_I = \frac{y_J - y_M}{2d} \\ c_I &= \frac{x_M - x_J}{2d} \end{aligned} \right\} \dots (47)$$

であり、 $d$  は三角形 IJM の面積、他の各係数も式 (47) と同様な関係をもつ。

積分  $E$  を最小にすることは各要素からの微分  $\partial E / \partial h_I$  への寄与を求めてすべてを加え合せ 0 と等置すればよい。 $E^e$  を要素における  $E$  の値とすると、式 (38) を微分して、

$$\frac{\partial E^e}{\partial h_I} = \iint \left\{ -\frac{a}{2b} + \left[ \left( \frac{a}{2b} \right)^2 + \frac{|h_s|^2}{b^2} \right]^{1/2} \right\} \frac{\partial |h_s|}{\partial h_I} dx dy \dots (48)$$

$|h_s| = (h_x^2 + h_y^2)^{1/2}$  であるので

$$\frac{\partial |h_s|}{\partial h_I} = \frac{1}{|h_s|} (h_x b_I + h_y c_I) \dots (50)$$

$h_s, h_x, h_y$  は、その要素の面積上で一定と仮定されるので、

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^e}{\partial h_I} &= \left\{ -\frac{a}{2b} + \left[ \left( \frac{a}{2b} \right)^2 + \frac{|h_s|^2}{b^2} \right]^{1/2} \right\} \\ &\quad \cdot \frac{1}{|h_s|} (h_x b_I + h_y c_I) \iint dx dy \dots (51) \end{aligned}$$

となる。この式に式 (46) の関係から  $h_x, h_y$  を求めて代入し  $\iint dx dy = d$  を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^e}{\partial h_I} &= A b_I (b_I h_I + b_J h_J + b_M h_M) \\ &\quad + A c_I (c_I h_I + c_J h_J + c_M h_M) \dots (55) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$A = \frac{d}{|h_s|} \left\{ -\frac{a}{2b} + \left[ \left( \frac{a}{2b} \right)^2 + \frac{|h_s|^2}{b^2} \right]^{1/2} \right\} \dots (56)$$

である。どの要素もその格子点の三微分だけに關係するので

$$\left\{ \frac{\partial E^e}{\partial h} \right\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial E^e}{\partial h_I} \\ \frac{\partial E^e}{\partial h_J} \\ \frac{\partial E^e}{\partial h_M} \end{Bmatrix} \dots (57)$$

したがって

$$\left\{ \frac{\partial E^e}{\partial h} \right\} = [s] \{h^e\} \dots (58)$$

となる。 $[s]$  マトリックスの一要素の例  $s_{IJ}$  は

$$s_{IJ} = A b_I b_J + A c_I c_J \dots (59)$$

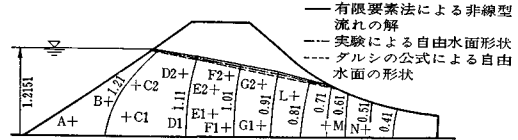
である。したがって、格子点  $I$  に関係するすべての要素について  $\partial E / \partial h_I$  のような微分を加え合せ、0 と等置すると最終的な式

$$\frac{\partial E}{\partial h_I} = \sum \frac{\partial E^e}{\partial h_I} = 0 \dots (60)$$

$$\sum [s] \{h^e\} = 0 \dots (61)$$

が得られる。

図-5 シャへい壁のないダムを流れる浸透流



この計算を実施して得た結果の一例を図-5に示す。この計算法は不規則な境界形状をもち、かつ自由流線問題を扱おうとき特に便利な方法である。

(図および式番号は原文番号のまま)

(委員 吉野文雄・訳)

## 浮遊円柱と斜め入射波との相互作用

“On the Interaction of an Infinite Shallow Draft Cylinder Oscillating at the Free Surface with a train of oblique waves”

Garrison, C.J.

Journal of Fluid Mechanics, Vol. 39, Part 2, pp. 227~255 November(1969)

### (1) 概要

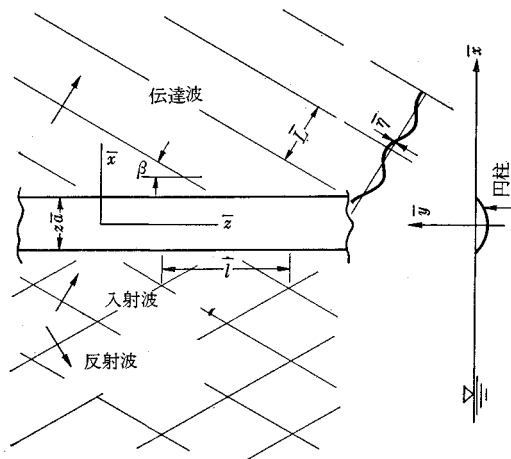
浮き防波堤や浮き橋のような浮体構造物の設計においては、構造物と波の相互作用によって生ずる動的な力が重要なファクターとなる。また、波の作用によって構造物に生ずる力のみでなく、構造物の弾性応答に関連した力も重要である。一般に浮き構造物の運動は入射波およびその構造物の弾性、質量分布、吃水部の形状等の関数で示される。

波の作用のもとでの浮体の運動の問題を取り扱うに際しては、普通次のような考え方が用いられる。

- 1) 固定している浮体に入射波の作用により生じる力
  - 2) 静水中で振動する浮体に加わる付加質量、減衰力
- この2つの水の運動を重ね合わせることににより解が導びかれる。

任意形状の浮体の運動によって生ずる境界値問題は、すでにかなり多くの人によって取り扱われてきたが、式自体が複雑でしかも簡単な例を除いては数値計算はほとんど行なわれていない。ましてや斜め入射波による解析は僅少である。本報告は、浅い吃水をもった長さ無限の円柱断面の構造物と深海波の相互作用を取り扱ったもので、自由度3(上下揺れ、横揺れ、変位)の構造物の振動により、引き起される水の運動について論じたものである。各振動系の振幅は円柱の長さ方向で正弦的に変化すると仮定する。よって問題はパラメータ(吃水/円柱直径)の境界値問題に帰する。そして0階(吃水0の円柱ないしは表面に浮いた板に相当)については、グリーン関数による定式化および数値計算が可能なので、詳細な検討を加えた。

図-1 座標系



(2) 計算式の誘導

座標を 図-1 のようにとり、水は非圧縮性、非粘性かつ運動は静止から始まるとすると、速度ポテンシャル  $\phi$  は、

$$\nabla^2 \phi = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) \dots\dots\dots(1)$$

ここで  $V$  は速度ベクトルを表わす。 $\phi$  は Laplace 方程式

$$\nabla^2 \phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = 0 \dots\dots\dots(2)$$

を満たす。微小項および高次の項を省略し、線型化すると波形および表面条件はそれぞれ次のようになる。

$$\bar{\eta}(\bar{x}, \bar{z}, t) = (1/g)\phi_t(\bar{x}, 0, \bar{z}, t) \dots\dots\dots(3)$$

$$\phi_{\bar{y}}(\bar{x}, 0, \bar{z}, t) + (1/g)\phi_{tt}(\bar{x}, 0, \bar{z}, t) = 0 \dots\dots(4)$$

$\bar{z}$  軸に関し波の波峰線が角度  $\beta$  で入射してくる深海波の速度ポテンシャル  $\phi_w$  は

$$\begin{aligned} \phi_w(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) \\ = \text{Re} \left[ -i \frac{g}{\sigma} \bar{\eta}_w^0 e^{[K\bar{y} + i(K\bar{x} \cos \beta + K\bar{z} \sin \beta - \sigma t)]} \right] \end{aligned} \dots\dots\dots(5)$$

ここで  $K = 2\pi/\bar{L} = \sigma^2/g$ ,  $\sigma$  は周波数,  $\bar{L}$  は波長を表わす。式 (5) を使えば入射波高は式 (3) から

$$\bar{\eta}_w(\bar{x}, \bar{z}, t) = \text{Re}[\bar{\eta}_w^0 e^{i(K\bar{x} \cos \beta + K\bar{z} \sin \beta - \sigma t)}] \dots\dots(6)$$

ここで  $\bar{\eta}_w^0$  は入射波の複素振幅を表わす。

円柱はフレキシブルで、 $\bar{z}$  軸に関しねじりを、 $\bar{x}, \bar{y}$  両軸に関し正弦的なひずみを受けると仮定すると、変位は

$$\bar{X}_i(\bar{z}, t) = \text{Re}[\bar{x}_i^0 e^{i(K\bar{z} \sin \beta - \sigma t)}] \dots\dots\dots(7)$$

ここで  $\bar{x}_i^0$  は振動の複素振幅を、 $i=1$  は変位、 $i=2$  は上下揺れ、 $i=3$  は横揺れを表わす。

次に本問題に含まれる 4 つの速度ポテンシャルを

- $\phi_1$ :  $x$  方向の振動(変位)に対する速度ポテンシャル
- $\phi_2$ :  $y$  方向の振動(上下揺れ)                    "
- $\phi_3$ : 回転  $\theta$  (横揺れ)                                "

$\phi_4$ : 入射波の散散を表わす速度ポテンシャル  
で定義する。すべての  $\phi_i (i=1 \sim 4)$  は Laplace 方程式および表面条件を満足する。また  $x \rightarrow \pm \infty$  では

$$\begin{aligned} \phi_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) \rightarrow \\ \text{Re} [c_i e^{[K\bar{y} + i(K\bar{x} \cos \beta + K\bar{z} \sin \beta - \sigma t)]}] \dots\dots(8) \end{aligned}$$

となる。円柱に直角方向の水の速度は円柱自身のその方向の速度に等しいから、

$$\begin{aligned} \phi_{1\bar{n}} &= n_x \text{Re} [-i \sigma \bar{x}_1^0 e^{-i(\sigma t - K\bar{z} \sin \beta)}] \\ \phi_{2\bar{n}} &= n_y \text{Re} [-i \sigma \bar{x}_2^0 e^{-i(\sigma t - K\bar{z} \sin \beta)}] \\ \phi_{3\bar{n}} &= (\bar{x}n_y - \bar{y}n_x) \text{Re} [-i \sigma \bar{x}_3^0 e^{-i(\sigma t - K\bar{z} \sin \beta)}] \\ \phi_{4\bar{n}} &= \text{Re} \left[ -\frac{gK}{\sigma} \bar{\eta}_w^0 (n_y + in_x \cos \beta) \right. \\ &\quad \left. \cdot e^{[K\bar{y} + i(K\bar{x} \cos \beta + K\bar{z} \sin \beta - \sigma t)]} \right] \end{aligned} \dots\dots\dots(9)$$

$\phi_i$  は  $z$  軸のみならず時間的にも周期性を有するから

$$\begin{aligned} \phi_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = \text{Re} [U_i(\bar{x}, \bar{y}) e^{i(K\bar{z} \sin \beta - \sigma t)}] \\ (i=1, 2, 3, 4) \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

$i=1, 2, 3, 4$  の各値に対し  $U_i$  の境界条件は式 (11) で示すように形成される。

$$\left. \begin{aligned} \text{流体領域では} \\ \rho^2 U_i(\bar{x}, \bar{y}) - (K^2 \sin^2 \beta) U_i(\bar{x}, \bar{y}) = 0 \\ \text{円柱領域外で } U_i(\bar{x}, 0)_{\bar{y}} - K U_i(\bar{x}, 0) = 0 \\ \text{円柱表面で } U_i(\bar{x}, \bar{y})_{\bar{n}} = \bar{h}_i(\bar{x}, \bar{y}) \\ x \rightarrow \pm \infty \text{ で } U_i(\bar{x}, \bar{y}) \rightarrow c_i e^{K(\bar{y} \pm i\bar{x} \cos \beta)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \bar{h}_1 &= -i \sigma \bar{x}_1^0 n_x \\ \bar{h}_2 &= -i \sigma \bar{x}_2^0 n_y \\ \bar{h}_3 &= -\sigma \bar{x}_3^0 (\bar{x}n_y - \bar{y}n_x) \\ \bar{h}_4 &= (ig \bar{\eta}_w^0 K/\sigma) (n_y + in_x \cos \beta) e^{K(\bar{y} + i\bar{x} \cos \beta)} \end{aligned}$$

また  $\bar{n} = \hat{i}n_x + \hat{j}n_y + \hat{k}n_z$  は円柱表面での単位ベクトルを示す。式 (11) を解く前に、一般性を持たせるため、円柱の半径  $\bar{a}$  を用いて各変数を無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} x = \bar{x}/\bar{a} \quad x_1^0 = \bar{x}_1^0/\bar{a} \quad \eta_w^0 = \bar{\eta}_w^0/\bar{a} \\ y = \bar{y}/\bar{a} \quad x_2^0 = \bar{x}_2^0/\bar{a} \quad a = K\bar{a} = 2\pi \bar{a}/\bar{L} = \sigma^2 \bar{a}/g \\ z = \bar{z}/\bar{a} \quad x_3^0 = \bar{x}_3^0/\bar{a} \quad \nu = a \sin \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

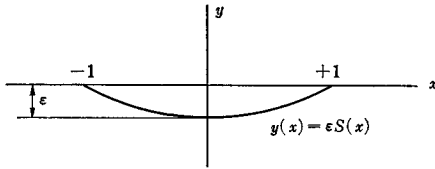
また無次元変数  $V_i(x, y)$  および円柱の断面形状の無次元化を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{i \sigma U_i(x\bar{a}, y\bar{a})}{g x_i^0 \bar{a}} = a V_i(x, y) \quad (i=1, 2, 3) \\ \frac{i \sigma U'(\bar{x}\bar{a}, \bar{y}\bar{a})}{g \eta_w^0 \bar{a}} = e^{a(x + ix \cos \beta)} - a V_4(x, y) \\ Y(x) = \epsilon S(x) \quad (\text{図-2 参照}) \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

これらの無次元変数を用いて式 (11) を書き換えると次のようになる。

シリンダー領域外および  $y \leq 0$  では

図-2 円柱断面



$$\left. \begin{aligned} \rho^2 V_i(x, y) - \nu^2 V_i(x, y) &= 0 \\ |x| > 1 \quad V_i(x, 0)_y - a V_i(x, 0) &= 0 \\ y = \varepsilon S(x) \quad V_i(x, y)_n = h_i(x, y) \\ x \rightarrow \pm \infty \quad V_i(x, y) = c_i e^{a(y \pm ix \sqrt{1-\nu^2/a^2})} \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

ただし

$$\begin{aligned} h_1 &= -\varepsilon S'(x) \sqrt{\left(\frac{1}{1-\varepsilon^2 S'^2(x)}\right)} \\ h_2 &= \sqrt{\left(\frac{1}{1+\varepsilon^2 S'^2(x)}\right)} \\ h_3 &= x \sqrt{\left(\frac{1}{1+\varepsilon^2 S'^2(x)}\right)} + \varepsilon^2 S(x) S'(x) \sqrt{\left(\frac{1}{1-\varepsilon^2 S'^2(x)}\right)} \\ h_4 &= \left[ \sqrt{\left(\frac{1}{1+\varepsilon^2 S'^2(x)}\right)} - i \varepsilon S'(x) \sqrt{\left(\frac{1-\nu^2/a^2}{1-\varepsilon^2 S'^2(x)}\right)} \right] e^{a(\varepsilon S(x) + ix \sqrt{1-\nu^2/a^2})} \end{aligned}$$

上式で定義された境界値問題の解  $V_i$  は3つの無次元パラメータ  $\varepsilon, a, \nu$  の関数である。これらのパラメータの任意の値について問題を解くことは非常に難しい。そこで以下の議論は  $\varepsilon$  が小さい場合に限定する。

先ず解  $V_i$  が式 (15) の  $\varepsilon$  のべき形で表わされるとする。

$$\begin{aligned} V_i(x, y, \varepsilon) &= V_{i0}(x, y) \\ &+ \varepsilon V_{i1}(x, y) + \varepsilon^2 V_{i2}(x, y) + \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

同様に関数  $h_i$  も  $\varepsilon=0$  の近傍で Taylor 展開される。これらの級数置換を式 (14) に代入し、 $\varepsilon$  の同じべきの項を集めると新しい境界値問題を生ずる。0階の場合は吃水が0のため  $i=1$  に相当する変位は無視できるから結局式 (16) のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \rho^2 V_i(x, y) - \nu^2 V_i(x, y) &= 0 \quad (y < 0) \\ V_i(x, 0)_y - a V_i(x, 0) &= 0 \quad (|x| < 1) \\ V_i(x, 0)_y = h_i(x) & \quad (|x| < 1) \\ V_i(x, y) \rightarrow c_i e^{a(y \pm ix \sqrt{1-\nu^2/a^2})} & \quad (x \rightarrow \pm \infty) \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

ただし

$$\begin{aligned} h_2 &= 1 \\ h_3 &= x \\ h_4 &= e^{iax \sqrt{1-\nu^2/a^2}} \end{aligned}$$

計算は式 (16) を Green の関数で表わし、計算機による数値積分を行なう。

### (3) 結果

図-3 は、入射波が円柱に直なケースについて縦揺れおよび横揺れの圧力振幅を示したもので、比較のため、MacCamyの結果も描いてある。図-4および図-5にそれぞれ反射率および伝達率を示した。図から入射角  $\beta$  が大きくなるにつれ反射率は1.0に伝達率は0に近づき、 $\beta=90^\circ$  ではそれに一致することが判る。図-4には Dean & Ursell の半潜水円柱の結果をもあわせて示した。これらの結果から、本報告で述べた計算法の妥当性は証せられたものと思われる。

図-3 縦および横揺れの圧力振幅

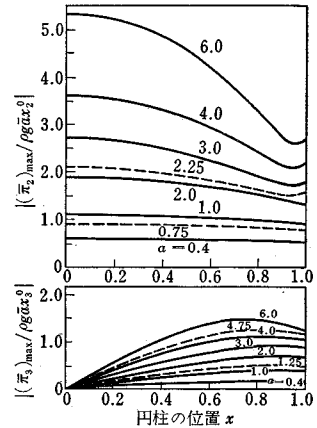


図-4 反射率—円柱  $\beta=0^\circ$

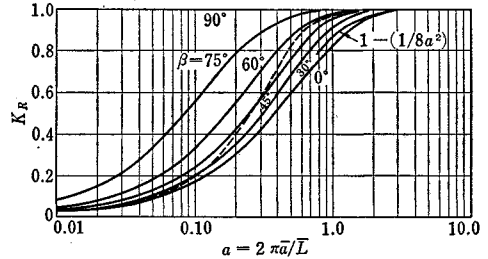
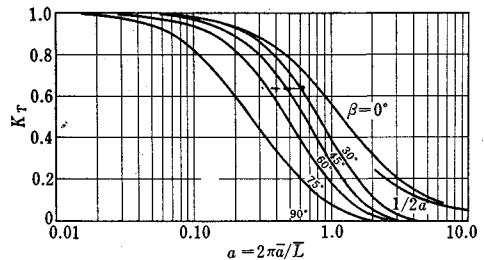


図-5 伝達率



(委員 木原 力・訳)