土質力学とレオロジー

山口柏樹*

<講演する山口氏>

1. はじめに

レオロジーは命名者ビンガムによれば，流動学すなわち物質の変形や流動など時間を含む現象をおもに取扱う学問として定義せられた。しかし，今日では内容はきわめて広汎なものとなり，材料の強度，接着，摩擦など破壊に関連した事柄なども活発に取り上げられている。また，レオロジーと深い関係を持つ分野には，材料力学，化学，生物学などがあるが，その境界領域は次第に拡大されつつある。

このようにレオロジーで論ぜられる対象は多いのであるから，研究の手法が多様であるのは当然である。しかし，レオロジーの骨格は弾性力学と粘性液体の力学であるといわれている。すなわち，材料の物性がフックの法則，またはニュートンの粘性法則に従うとして，変形挙動を調べることを学問の基本的立場としているわけである。土質力学がその基礎をこれら応用力学に置くこと，さらに土の変形挙動のユニークさを考えるとき，土質力学がレオロジーにおいて好個の話題を数々提供してきたことは，けだし当然であろう。実際，破壊論の嚆矢であるクーロンの摩擦理論あるいはすりべりの概念，脱水に伴う変形の時間遅れ現象を解明したテルツァギの圧密論，粒状体のせん断時の体積変化（ダイレイタンシー）に関するレーノルズの研究などは，レオロジーにおいて土質力学の位置を確立したものとして高く評価されるべきものと思われる。

土質力学とレオロジーの関係が浅くないことは以上のようであるが，本文では代表的例として，① 粘土の圧縮変形，② 土の塑性流動の問題，の2つを取り上げて見たい。前者は固体粘弾性論の適用という点で，また後者はニュートン粘性法則の拡張という点で，それぞれレオロジーと関連しているのである。

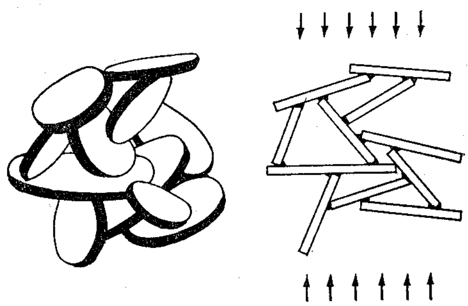
2. 粘土の二次圧密とレオロジー

時間因子の含まれる変形現象はレオロジーの主要な対象であるから，前述の通り脱水による変形の遅れを伴う粘性土の圧密変形は，土のレオロジカルな特徴の一つである。

また粘土の場合，一定応力下でひずみがだんだんと増大するクリープ現象や，一定ひずみを保つとき内部応力が漸次減少していく応力緩和の現象などが認められている。このことは，粘土が本来，粘性を持つ構造をなしていて，いわゆる構造粘性を有することを示唆するものである。ラムやタンによると，一般に粘土は鱗片状の薄い粘土粒子がカードハウス構造をなし，各粒子は端，板接触を保つといわれている（図—1 参照)。したがって，一次元的圧力を受けたとしても，接触点では各板に対するせん断応力が圧縮応力と同程度に起こるものと考えられ接触点でのすべりや結合の切断，再生などの経過をたどって安定な構造に移ってゆく。このような変形の過程において，粘性の高い吸着水膜の変形抵抗に起因するニュートン粘性，あるいは液体物性論で知られているアイリング粘性などが現われるものと考えられ，粘土にいわゆ

図—1 粘土の構造模型

（a） カードハウス構造　（b） 同二次元的図形

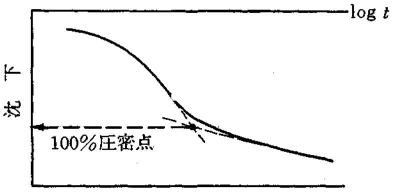


*正会員　工博　東京工業大学教授　工学部土木工学科

る粘弾性的物性が付与されるようになるのである。

以上のことからわかるように粘土の圧縮には脱水による遅延以外に，構造粘性による遅れが加わってくる。事実，通常の圧密試験で得られた変形時間曲線を粘性効果を無視したテルツァギ論でフイットさせると，周知のように想定した100% 圧密点を越えても，なお相当な沈下が現われる（図—2）。普通 100% 圧密点までは一次圧密

図—2　実測圧密沈下—時間曲線



部分といわれ，脱水に伴う遅れが現われ，それを越えたいわゆる二次圧密区間は粘性による遅れが生ずるとされている。しかし，これは相対的な意味のものであって，厳密性はない。すなわち，まずフィッティング法そのものが便宜的であって，そこで脱水が完全に終了したと断定する根拠はあまりない。また，実験的に確かめることも困難である。さらに飽和粘土で水および土粒子の圧縮性を無視した場合，オエドメーターテストにおいては脱水がなければ沈下も生じ得ないから，二次圧密区間の変形も脱水に起因したものとせねばならない。すなわち，通常の圧密試験で純粋な二次圧密を分離した形で取り出すことは無理である。むしろ，圧密の前段では脱水による遅れが，後段では粘性による遅れが，それぞれ相対的に卓越していると見なすべきであろう。

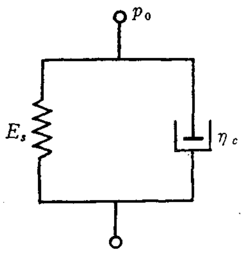
二次圧密は現場において目立つことがある。たとえば後述するように側方へ流動しうるような拘束条件で載荷した場合，各土のエレメントはそれよりの脱水がなく，互いにずれながら相対移動を行なって表面沈下を生ぜしめることが可能である。したがって，この変形中には，純粋な意味で構造粘性に起因した遅延効果が認められるのである。

二次圧密過程を定量的に議論することは簡単でないから，各ケースごとに処理法を変えて調べなければならない。応力や変形条件が比較的単純な室内圧密試験（オエドメーターテストや三軸圧密試験）の変形挙動をレオロジカルに論ずるため，粘弾性モデルが使用されることが多い。ここでは，話を直截的に進めるために，テルツァギの圧密機構と等価なフォークトモデルを導入して議論することにしよう。

テルツァギ論における圧密度 U を第一項だけとって近似的に表わすと

$$U=\frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_f}\fallingdotseq 1-\frac{8}{\pi^2}\exp\left(\frac{-\pi^2 c_v}{4H^2}t\right)\fallingdotseq 1-\exp\left(\frac{-\pi^2 c_v}{4H^2}t\right) \quad \cdots\cdots(1)$$

図—3　フォークトモデル



となる。ここに $\varepsilon(t)$，ε_f は時刻 t および最終ひずみ，c_v は圧密係数，$2H$ は試料厚さで，両面排水を考えている。ところで式（1）のような変形時間特性を示す粘弾性モデルは，フォークト型である。すなわち図—3のようなばね（剛性 E_s），ダッシュポット（ニュートン粘性係数 η_c）の並列モデルを考えると，一定応力 p_0 に対するひずみ ε が

$$\varepsilon E_s+\eta_c\dot{\varepsilon}=p_0 \quad (\dot{\varepsilon}\equiv d\varepsilon/dt)$$

のようにして与えられるから，$t=0$ で $\varepsilon=0$ なる初期条件に対して解くと

$$\frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_f}=1-\exp\left(-\frac{E_s}{\eta_c}t\right),\ \varepsilon_f=\frac{p_0}{E_s} \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

となる。式（1），（2）が一致するためには

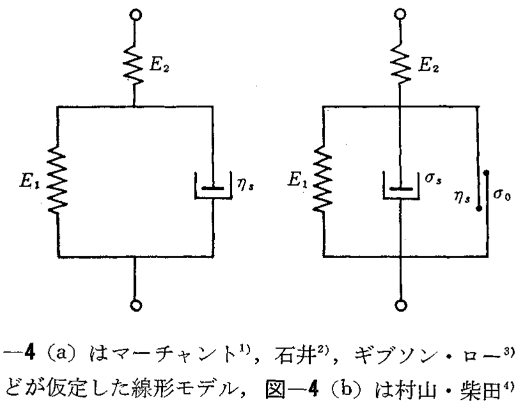
$$\eta_c=\frac{4E_sH^2}{\pi^2 c_v}=\frac{4\gamma_w H^2}{\pi^2 k} \quad \cdots\cdots\cdots(3)$$

であればよい。式中 k は透水係数，γ_w は水の単位重量である。η_c は脱水変形と等価な変形をもたらすような粘性係数で等価圧密粘性係数とも呼ばれるべきものである。ここに導入した η_c を用いると，圧密解析が近似的ではあるが，きわめて簡単化される。粘土層が厚く（H が大），粘土分が多い（k が小）ほど η_c は大きく変形遅延が著しくなる。この意味で，η_c/E_s を遅延時間という。

さて二次圧密の原因と考えられる構造的粘性の存在を考慮すると，図—3 のばね（E_s）は修正されねばならない。この考え方としては，図—4 に示すものがある。図—4 (a) はマーチャント[1]，石井[2]，ギブソン・ロー[3]などが仮定した線形モデル，図—4 (b) は村山・柴田[4]による非線形モデルである。前者では一定の η_s を仮定するに対し，後者では変形が増大してダッシュポットの分担応力が減少するにつれて η_s が増大する性質を付与されており，二次圧密段階では η_s が η_c より相対的に効くとする見解をもつものである。

図—4　ばね系の修正モデル

（a）線形モデル　　（b）非線形モデル



まず 図—4 (a) を 図—3 の E_s に置きかえたものを考える (図—5)。各要素のひずみを求める式は,

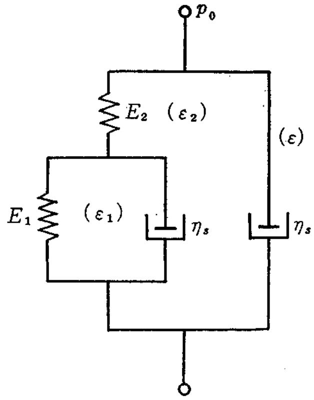
$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2\\&E_2\varepsilon_2=E_1\varepsilon_1+\eta_s\dot{\varepsilon}_1\\&E_2\varepsilon_2+\eta_c\dot{\varepsilon}=p_0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

であるから, ε_1, ε_2 を消去した結果

$$\eta_c\eta_s\ddot{\varepsilon}+\{(E_1+E_2)\eta_c+E_2\eta_s\}\dot{\varepsilon}+E_1E_2\varepsilon=p_0(E_1+E_2)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

が得られる。これが等価圧密変形 ε を定める微分方程式である。$t=0$ で $\varepsilon=0$ は明らか。また ε_2 も 0 だから式 (4) の第 3 式から $t=0$ で $=\dot{\varepsilon}$ p_0/η_c である。これらを初期条件として式 (5) の解を求めると, それがマーチャントや石井などの解の略近的なものであることは容易に確かめられる。

図—5 修正圧密モデル



なお見やすくするため $E_2\to\infty$ として E_2 のばねを考えないものとする。このとき, $E_1\equiv E_s$ として式 (5) は

$$(\eta_c+\eta_s)\dot{\varepsilon}+E_s\varepsilon=p_0$$

$$\therefore\frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_f}=1-\exp\left(\frac{-E_st}{\eta_c+\eta_s}\right),\quad \varepsilon_f=\frac{p_0}{E_s}\quad\cdots\cdots(6)$$

したがって, 式 (2) と比べると構造粘性を考えたとき遅延時間が η_c/E_s から $(\eta_c+\eta_s)/E_s$ に増加することがわかる。また, 粘土層厚が大きく

$$\eta_c\gg\eta_s \text{ または } H^2\gg\frac{k\eta_s}{\gamma_w}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

ならば式 (6) は式 (2) と同じになる。すなわち, 厚い自然粘土地盤が一次元的に圧縮されるとき粘性効果が無視されて二次圧密が目だたなくなる。これは一次圧密が長時間継続するため粘性による遅延は, その間に含まれてしまうからである[2)]。

図—4 (b) の非線形モデルではアイリング粘性および塑性効果を意味するスライダーを仮定している。すなわち, 降伏応力 σ_0 を越えた応力部分のみが, ばね E_1 およびダッシュポット η_s の変形に有効であると仮定している。アイリングによれば, ダッシュポット部分のひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ がニュートン粘性においては $\dot{\varepsilon}=\sigma_s/\eta_s$ であるのに対し

$$\dot{\varepsilon}=A_1n\sinh\left(\frac{B_1}{N}\sigma_s\right)$$

と表わされる。式中 A_1, B_1 は定数であり, n や N は液体分子群の中に存在する分子欠損部あるいは分子が, その位置を変えてマクロな変形が起こる原因となる活性分子数の密度を意味する。さらに村山・柴田は n, N が構造の有効応力 $\sigma-\sigma_0$ に比例すると推論して

$$\dot{\varepsilon}=A(\sigma-\sigma_0)\sinh\left(\frac{B\sigma_s}{\sigma-\sigma_0}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

を提案した。これから, 見掛けの粘性係数は

$$\eta_s=\frac{\dot{\varepsilon}}{\sigma_s}\sim\frac{1}{1+C\sigma_s^2}\quad(C:\text{係数})$$

に見られるごとく非線形で, ダッシュポットの分担応力 σ_s が減ると増大する性質がある。さて, 二次圧密段階では脱水よりも粘性遅延効果が大きいので, $\eta_c\to0$ として図—4 (b) のモデルが外応力 p_0 を受けたとして解析すると

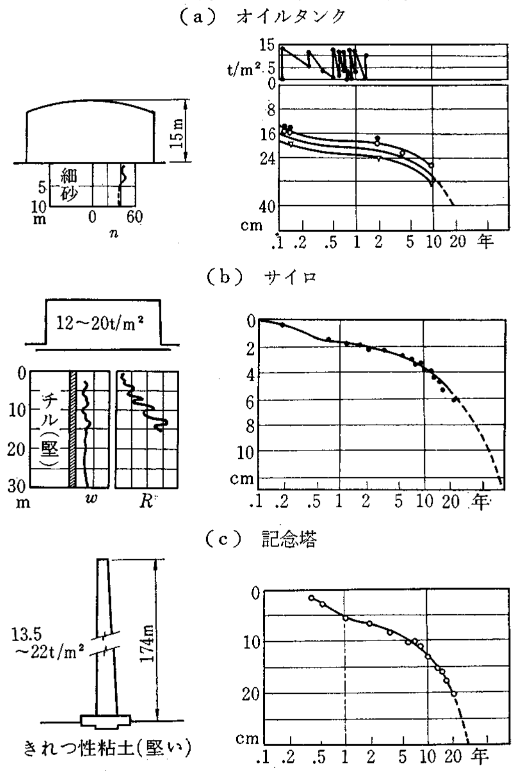
$$\varepsilon=\frac{p_0}{E_2}+\frac{p_0-\sigma_0}{E_1}+\frac{p_0-\sigma_0}{BE_1}\log\frac{ABE_1}{2}t\cdots\cdots(9)$$

となる。これは二次圧密部分で沈下が $\log t$ に比例するという実験事実を証明するものである[4)]。

実際問題に粘弾性の考察を適用することは, さほど簡単でない。粘弾性係数は粘土が分散性であるか棉毛性であるか, というような初期構造, 粘土鉱物や電解質溶液の種類, 荷重増分率の値, 載荷履歴などによって影響されるからである。

特に構造粘性にはせん断応力, せん断ひずみが大きく関係するから, 載荷条件や境界条件が問題となる。ビエラム[5)]は繰り返し荷重が加わるオイルタンク, サイロ,

図—6 異常な二次圧密沈下の実測



塔状構造物のような場合，二次圧密が起こりにくい地盤でも，長期間にわたって大きな二次的圧縮が続く事例を報じている。このような場合，側方流動が起こりやすい拘束状態であると同時に，大きい荷重振幅が加わるので安定化に向って，非可逆的な粒子再配列が継続的に起こるものと考えられる。**図—6** は，また二次的圧縮沈下が $\log t$ のかわりに t に比例する傾向を示している。この種の変形特性を説明できるような粘弾性係数は，オエドメーターテストでは求めにくく，ビエラムによれば，三軸圧密試験で，繰り返し軸差応力を加えるといった試験方法が必要であるという。また，実測値を解析するうえで今後の検討にまつ点が少なくないように思われる。

3. 塑性流れの法則と極限解析定理

土の塑性力学においても最近，極限解析定理が確立されるようになり，具体的問題を近似的に解く場合に解が含む誤差を評価することが可能となってきた。またウーやリー教授の著書[6)7)]にも，極限解析定理の記述が見られるようになるなど，この種の問題に関する理解は土質力学を学ぶ人にとって常識化されつつあるといって過言ではない。

さて，土の剛塑性理論ではせん断強さがモール・クーロンの破壊規準に従うとする。これは，平面ひずみ条件に対して

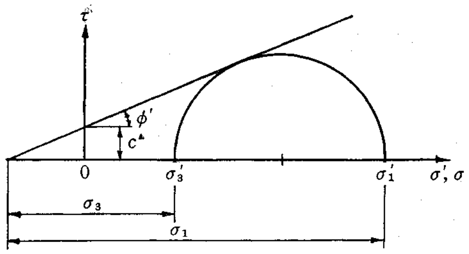
$$\sigma_1=N_\phi\cdot\sigma_3 \quad ただし\ N_\phi=\frac{1+\sin\phi'}{1-\sin\phi'} \cdots\cdots\cdots(10)$$

のように表わされる。ここに応力は換算応力を意味し，実有効応力 σ_1', σ_3' との間に

$$\sigma_i=\sigma_i'+c'\cot\phi' \ (i=1,\ 3)$$

の関係がある（図—7 参照）。これらの式で c' は有効粘着力，ϕ' はせん断抵抗角である。

図—7 破壊のモール円



次に，塑性流動すなわち剛塑性体としての土要素が降伏後に示す塑性ひずみ増分，または塑性ひずみ速度は，ニュートンの粘性則とフック則とを組み合わせた次の形式，すなわち

$$\left.\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1&=\lambda\{\sigma_1-\mu(\sigma_2+\sigma_3)\}\\ \dot{\varepsilon}_2&=\lambda\{\sigma_2-\mu(\sigma_3+\sigma_1)\}\\ \dot{\varepsilon}_3&=\lambda\{\sigma_3-\mu(\sigma_1+\sigma_2)\}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

で規定されるものとする。式 (11) で $\mu=0$ とすればニュートンの粘性式と対応したものとなる（ただし，λ は η と異なり定数でなくてよい），また $\mu\fallingdotseq 0$ なるときに μ を塑性流れにおけるポアソン比と称すれば式 (11) は塑性ひずみ増分を規定するフック式と類似なものになる。

平面ひずみでは $\dot{\varepsilon}_2=0$，ゆえに式 (11) より

$$\frac{\dot{\varepsilon}_3}{\dot{\varepsilon}_1}=\frac{1-\mu-\mu N_\phi}{(1-\mu)N_\phi-\mu}$$

したがって $\mu=(1+\sin^2\phi')/2$ ならば

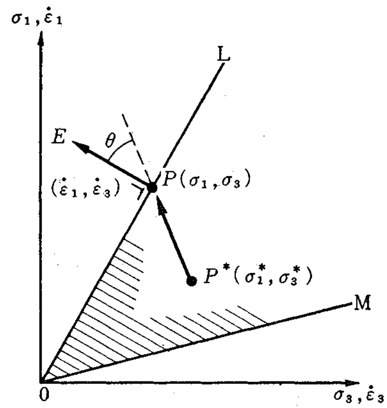
$$\dot{\varepsilon}_3=-N_\phi\dot{\varepsilon}_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

式 (10)，(12) から $\dot{\varepsilon}_1$, $\dot{\varepsilon}_3$ を成分とするベクトルと σ_1, σ_3 を成分とするベクトルとは，直交することがわかる。この場合，応力ベクトルとひずみ速度ベクトルの終始点が同じであれば，応力とひずみ速度は適合するという。すなわち，降伏曲面上に考えた応力点と，そこで生ずる塑性ひずみ速度は適合し，速度ベクトルは降伏曲面の法線の方向に向かう。なお，前述の塑性流動ポアソン比の値は特性曲線の議論からも結論されるのである[8)]。

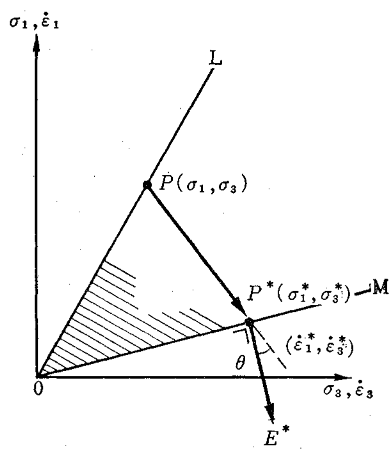
以上のことを図式的に表わすと **図—8** (a) のようにな

図—8 塑性流れの法則の図示

(a)



(b)



る。等方性体の場合，応力やひずみ速度の主軸は一致するから両者を重ねて示せる。$\sigma_1>\sigma_3$ なる場合の式 (10) は OL 線で，$\sigma_1<\sigma_3$ なるときは OM 線で塑性状態が表わされ，これらの線ではさまれた扇形区域内では非塑性状態が対応することは明らかである。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PE}}$ は適合しているとし塑性条件を満足するか破らない他の応力状態が P* 点で表わされるものとする。破壊規準線 OL, OM が非塑性域に向って凹まないかぎ $\overrightarrow{\mathrm{P^*P}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PE}}$ の 2 ベクトルが挟む角 θ は 90° を越えないことは明らかであるから，これら 2 ベクトルの内積を考えると

$$\overrightarrow{\mathrm{P^*P}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PE}}=\overline{\mathrm{P^*P}}\times\overline{\mathrm{PE}}\cos\theta$$

$$=(\sigma_1-\sigma_1^*)\dot{\varepsilon}_1+(\sigma_3-\sigma_3^*)\dot{\varepsilon}_3\geqq 0$$

$$\therefore\sigma_1\dot{\varepsilon}_1+\sigma_3\dot{\varepsilon}_3\geqq\sigma_1^*\dot{\varepsilon}_1+\sigma_3^*\dot{\varepsilon}_3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

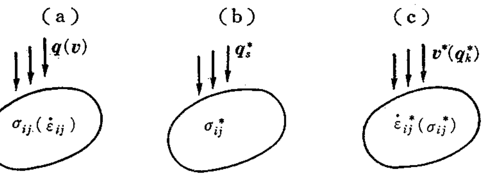
次に一つの適合系 (σ_1^*, σ_3^*), $(\dot{\varepsilon}_1^*, \dot{\varepsilon}_3^*)$ を考えると，これはたとえば **図—8** (b) に示すごとく破壊規準線上の P* 点に関するベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP^*}}$, $\overrightarrow{\mathrm{P^*E^*}}$ で与えられるとしてよい。このとき，破壊線上の他の点 P での応力 (σ_1, σ_3) との間に式 (13) を導いたと同様にして

$$\sigma_1^*\dot{\varepsilon}_1^*+\sigma_3^*\dot{\varepsilon}_3^*\geqq\sigma_1\dot{\varepsilon}_1^*+\sigma_3\dot{\varepsilon}_3^* \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

が成立つことが知られる。ここで P が非塑性応力点（破壊条件を破らない応力）であってもよいことは明らかである。

ここで，具体的問題に関連させながら前述の応力系やひずみ速度系の意味を与えることとする。まず，曲線で囲まれた土塊の境界力による塑性化を考える（**図—9**）。

図—9 土塊の塑性状態



図—9 (a) においては，表面荷重 $\boldsymbol{q}$ によって内部に塑性応力 σ_{ij} が生じ，適合するひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ が求められたものとする[a)]。この $\dot{\varepsilon}_{ij}$ に対応する境界速度 $\boldsymbol{v}$ が境界の拘束条件に異背していなければ，上述の σ_{ij}, $\dot{\varepsilon}_{ij}$ は正解となる。さらにつり合い方程式と破壊条件をみたす（または超過しなければ差支えない）ような応力系 σ_{ij}^* を考えて可容応力と称し，この応力を招来するような境界荷重を $\boldsymbol{q}_s^*$ のように記す。以上述べた応力系とひずみ系は，式 (13) と結びつけられる。すなわち，式 (13) を考える土塊の範囲にわたって面積分するわけであるが，その前に不変量の考えによって式 (13) を

$$\sigma_{11}\dot{\varepsilon}_{11}+\sigma_{22}\dot{\varepsilon}_{22}+2\sigma_{12}\dot{\varepsilon}_{12}\geqq\sigma_{11}^*\dot{\varepsilon}_{11}+\sigma_{22}^*\dot{\varepsilon}_{22}+2\sigma_{12}^*\dot{\varepsilon}_{12}$$

と改めて計算する。すなわち，これは

$$\iint\left\{\sigma_{x_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\sigma_{x_2}\frac{\partial v_2}{\partial x_2}+2\tau_{x_1x_2}\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2}+\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)\right\}dx_1dx_2$$

$$\geqq\iint\left\{\sigma_{x_1}^*\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\sigma_{x_2}^*\frac{\partial v_2}{\partial x_2}+2\tau_{x_1x_2}^*\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2}+\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)\right\}dx_1dx_2$$

であるが，部分積分を行ない応力のつり合い方程式を利用した結果，境界での次の線積分不等式が得られる。

$$\int\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{v}ds\geqq\int\boldsymbol{q}_s^*\cdot\boldsymbol{v}ds \quad \therefore|\boldsymbol{q}|\geqq|\boldsymbol{q}_s^*| \cdots\cdots\cdots(15)$$

すなわち，可容応力を与える表面荷重の大きさ $|\boldsymbol{q}_s^*|$ は，正解荷重値 $|\boldsymbol{q}|$ の下限として位置づけられることがわかるので，式 (15) は下界定理と呼ばれる。

同様に，式 (14) を面積分して

$$\iint\sigma_{ij}^*\dot{\varepsilon}_{ij}^*dx_1dx_2\geqq\iint\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^*dx_1dx_2$$

となるが，この場合 $\dot{\varepsilon}_{ij}^*$ は境界の変位増分条件と式 (12) をみたすひずみ速度であり，このようなものを導く土塊内の速度は可容速度と呼ばれる。$\dot{\varepsilon}_{ij}^*$ と適合する塑性応力が σ_{ij}^* で，これらに対応して境界面上で $\boldsymbol{v}^*$, $\boldsymbol{q}^*_K$ が定まるものとしよう（**図—9** (c)）。さて，前式の積分は式 (15) と類似な結果を与えるが，左辺で可容速度が不連続線 (s_D) を含むとき，それはすべり線であって，$\dot{\varepsilon}_{ij}^*$ が無限大となり，細い不連続帯上の積分値は消失しない。くわしい解析によると

$$\iint\sigma_{ij}^*\dot{\varepsilon}_{ij}^*dx_1dx_2+c'\int\delta v^*ds_D\geqq\int\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{v}^*ds\cdots(16)$$

となることが知られている。ただし，δv^* はすべり線に沿う速度の飛躍値であって，上式が上界定理なるものである。なお，自重や間げき水圧の分布が既知な場合の上，下界定理も得られている[9)]。

（例題） 粘土地盤上の帯基礎に対する急速載荷問題を上，下界定理で議論する[7)]。ただし，粘土の非排水強さを c_u とする。

まず，**図—10** (a) に示すような可容応力場が考えられる。これは，各域での破壊条件，応力のつり合い条件をみたし，かつ自由表面での応力条件に異背しない。また応力不連続系を鎖線で示すが，当然のことながら，この線に関する垂直応力成分の連続性は保持されている。以上のことから，$|\boldsymbol{q}_s^*|$ は $4c_u$ に等しい。よって正解の $|\boldsymbol{q}|\geqq 4c_u$。

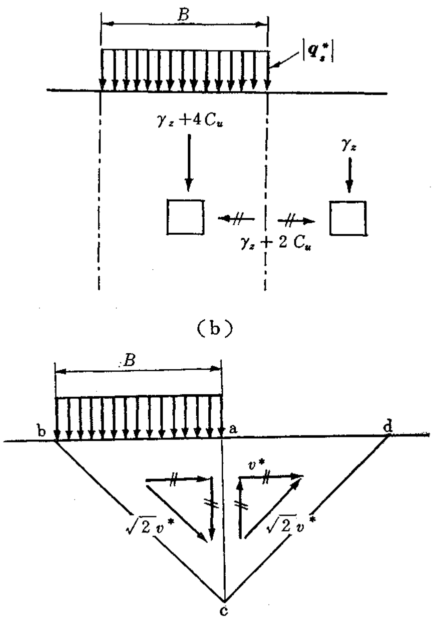
次に **図—10** (b) に示す速度場は可容のものである。これは，流れ場 abcd 内で $\dot{\varepsilon}_{ij}^*\equiv 0$ であるかわりに，bc, cd 線に沿って $\delta v^*=\sqrt{2}v^*$, ac 線に沿って $\delta v^*=2v^*$ の不連続が生じ，垂直速度成分は連続である。したがって，式 (16) より

$$2c_u\sqrt{2}v^*\sqrt{2}B+c_u\cdot 2v^*\cdot B\geqq|\boldsymbol{q}|v^*B$$

a) 二次元座標 (x_1, x_2) で $\sigma_{x_1}=\sigma_{11}$, $\sigma_{x_2}=\sigma_{22}$, $\tau_{x_1x_2}=\sigma_{12}$ のごとく記し，σ_{ij} とつめる。また，要素の速度ベクトル $\boldsymbol{v}(v_1, v_2)$ から $\dot{\varepsilon}_{x_1}=\dot{\varepsilon}_{11}=\partial v_1/\partial x_1$, $\dot{\varepsilon}_{x_2}=\dot{\varepsilon}_{22}=\partial v_2/\partial x_2$, $2\dot{\gamma}_{x_1x_2}=2\dot{\varepsilon}_{12}=\partial v_1/\partial x_2+\partial v_2/\partial x_1$ が導かれ $\dot{\varepsilon}_{ij}$ とつめてかく。

図-10 帯状載荷の例

(a)　(b)



これより $|q|\leqq 6c_u$。

以上により，平均を考えた正解の推定値は $5c_u$ となるが，この値はプラントルの正解値 $5.14c_u$ にきわめて近いことがわかる。

4. おわりに

ここに述べたようなレオロジー論的考察によって土の挙動を解明しつくすことは，もとより不可能である。理論は本来簡明なることを一つの目標としている面もあるから，複雑な土の性質を説明し得ない点があるのも当然である。むしろ，理論が適用されうる条件が，実際問題において，どの程度満たされているかを吟味することのほうが大切であると思う。たとえば，ブシネスクの応力分散式（特に鉛直応力）が，砂地盤よりも粘土地盤に適用される事情などが好例であろう。この辺に土質力学理論のむずかしさと面白さがあるといっても過言ではあるまい。

参考文献

1) Christie, I.F. : A re-appraisal of Merchant's contribution to the theory of consolidation, Geotech. Vol. 14, No. 4, 1964
2) 石井靖丸：大阪地盤の沈下，大阪港湾技術調査会，1954
3) Gibson, R.E. K.Y. Lo : A theory of consolidation for soils exhibiting secondary compression, N.G.I. No. 41, 1961
4) Murayama, S. T. Shibata : Flow and stress relaxation in clays, IUTAM Symp. Rheology and Soil Mechanics, 1966
5) Bjerum, L. : Secondary settlement of structures subjected to large variations in live load, 同上 1966
6) Wu, T.H. : Soil Mechanics (Alley and Bacon), 1966
7) Davis, E.H. : Theory of plasticity and the failure of soil masses : Soil Mechanics edited by I.K. Lee, 1968
8) 山口柏樹：塑性流動における速度場の理論，土木学会論文集，No. 63, 1959.7.
9) 山口柏樹：土の塑性論における極限解析定理（定常透水のある場合），土木学会年次講演会概要集Ⅲ，1969