

土砂流送における傾斜管の摩擦抵抗

小川元*
小室正人**

である。

1. 序

本文は傾斜管の場合の土砂水流送の摩擦抵抗を、実験によって検討したものであって、あわせて土砂水流速の摩擦抵抗についての一般的考察を付加した。傾斜管の場合に摩擦抵抗が減ずることは推察からも実験からも認められるのであるが、それではことさらに管路の一部に傾斜管を設ければ全体としての摩擦抵抗が減少し、輸送土量を増加し得るかどうかとなるとそれは問題であり、これらを明らかにする目的で実験的研究を行なったものである。

2. 実験

(1) 設備

写真-1 および 図-1 に示すように、高さ 7 m の高水槽から砂を混入した水を管路に流し、これを低水槽に受けて測定する。低水槽を台秤上に載せ、砂水の容積と重量をはかって流量と砂量を実測する。流量は制水弁で加減し、砂量は砂槽からの落下量で加減する。管路途中にマンノメーターを取り付け、損失水頭をはかると同時に、3 ヶ所に長さ 50 cm のガラス管をそう入して砂流の状態を観察する。管は内径 4.14 cm, 5.27 cm, 8.12 cm の 3 種を用い、水平、上り 45°, 上り 70°, 下り 30° の 4 種の状態について実測した。

(2) 砂

砂は川砂をふるい分けた 5 種類および豊浦標準砂、相馬標準砂を用いた。その物理特性は 表-1 および 図-2 のようである。表-1 中沈降速度は d_{50} に対する値を実測値の曲線から推定したもの

* 正会員 工博 日本大学教授 理工学部交通工学科
** 佐伯建設(株)名古屋支店支店長

写真-1 実験設備全景

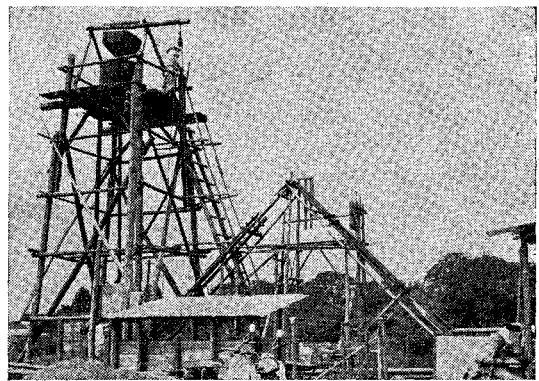


表-1 砂の物理特性

砂 No.	粒径範囲 (mm)	d_{50} (mm)	沈降速度 w (cm/sec)	比重
1	1.2 以下	0.46	5.8	2.74
2	0.3~0.6	0.40	5.2	2.74
3	0.6~1.2	0.78	8.7	2.65
4	1.2~3.0	1.70	14.0	2.65
5	3.0~5.0	3.60	21.0	2.63
6	豊浦砂	0.23	2.9	2.68
7	相馬砂	0.84	9.0	2.67

図-1 実験設備概要図

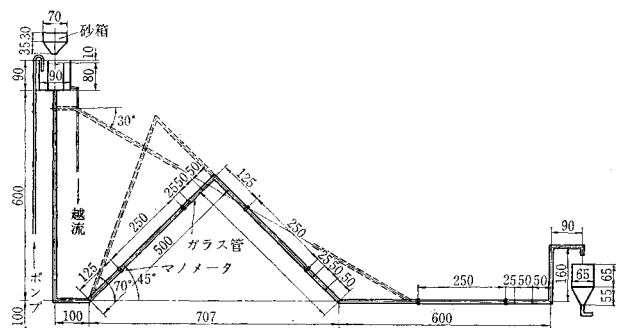
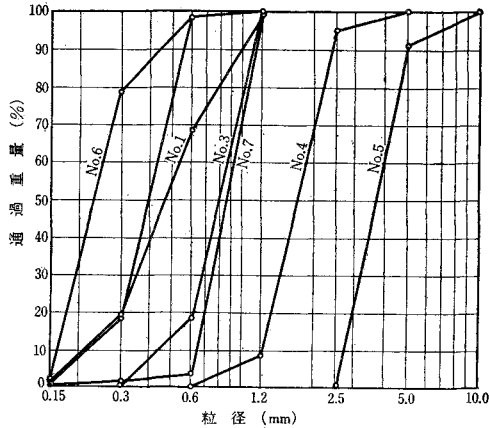


図-2 砂の粒径加積曲線



(3) 測定項目

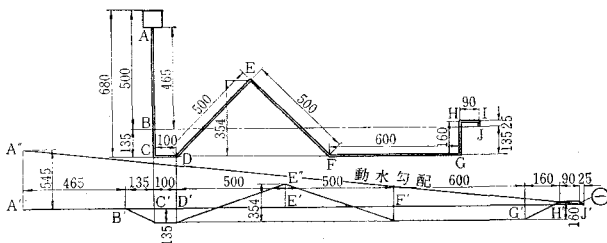
摩擦損失水頭 h と、砂の浮遊限界流速を実測した。実測は水と砂水の流れを交互に繰り返す、始めに水だけで適当な流速で測定し、後これに砂を投入する。砂流の状態をガラス管で観察して、流速を加減しながら実験を繰り返す。

実測期間は昭和 42 年 6 月 9 日～同 42 年 8 月 23 日で、測定回数は水と砂水を合計して 1410 回、浮遊限界流速の測定値 150 個であった。

浮遊限界流速を測定する意義は、砂水の流れは砂と水との一種のつり合いであり、その平衡は浮遊限界時にはっきり現われるので、これを測定するものである。摩擦抵抗も後記するように、浮遊限界流速から推定するのが合理的である。ただガラス管による観察によって浮遊限界流速を判定する場合に個人差が入り、特に傾斜管ではそれが著しく、その点で測定値に分散が多く、結論を得るのが困難であった。

なお、傾斜管における内部圧力とマンメーターの圧力差との関係は 図-3 のようであり、管路 ABC……J を同図下部のように直線に伸ばした場合、終点 J の高さを基準に取って、管内各部の圧力は図の各対応点での縦距で表わされる。もし E' 点が動水勾配線 A'J' より上に出ると、その部分は負圧となって、マンメーターのビニール管がつぶれて測定ができなくなる。つぶれさせない

図-3 管路内の圧力変化



ければ、管勾配に関係なくマンメーターの圧力差は常に動水勾配である。

(4) 測定結果

a) 摩擦損失係数 f

砂水流の摩擦損失係数は、砂水流の状態によって全く不規則で $f=0.01\sim 0.09$ にわたっており、特に下り管の場合は、負圧になったりして測定値は信頼できなかった。よって、水流の場合だけを示すと 表-2 のようである。管は理論的には粗管と滑管との中間に属し、 f の値はレイノルズ数と相対粗度とに対して考えなければならないのであるが、この実験の場合流速範囲がせまいので、表-2 には簡単にするため管ごとの平均実測値を示してある。

表-2 摩擦損失係数 (水のみの流れ)

管径 (cm)	4.14	5.27	8.12
f	0.0165	0.0145	0.0120

b) 浮遊限界流速

実測された浮遊限界流速約 150 個は、それぞれ管径、粒径、濃度、管勾配が異なる。そのすべての数値を示すことは省略して値の範囲だけを示すと、水平 4.14 cm 管で 155~264 cm/sec、水平 5.27 cm 管で 164~240 cm/sec、水平 8.12 cm 管で 295~327 cm/sec で、上り管および下り管では傾斜角に応じて一般的に水平の場合より小さくなった。砂の濃度は水平、上り、下りいずれも 5, 10, 15, 20% を標準とした (ただし、濃度は砂の見かけ体積と全流量との比)。流した砂の種類は各管について 表-3 のようである。表-3 中 1~7 は 表-1 の全砂種を意味する。

表-3 流送砂種

管径 (cm)	流送砂種 (No.)			
	水平	上り 45°	上り 70°	下り 30°
4.14	1~7	1~7	—	1~7
5.27	1~7	1~7	1~3	1~7
8.12	1~3	1~3	—	1~3

3. 実測値の整理

(1) 浮遊限界流速の無次元表示

浮遊限界時における管内の土砂濃度 C と流れの諸要素との関係を示した小川の式¹⁾

$$C = \frac{1}{1.9} (e^{-0.027\phi} + e^{-0.063\phi}) \dots\dots(1)$$

$$\phi = \frac{r^{0.6} \omega}{f^{0.2} \nu^{0.6} v_c^{0.4}} \dots\dots(2)$$

において、式 (2) の両辺を -2.5 乗するとつき

のようになる。

$$\frac{1}{\phi^{2.5}} = \frac{f^{0.5} \nu^{1.5} v_c}{r^{1.5} w^{2.5}} \dots (3)$$

ここに、 f ：摩擦損失係数、 ν ：水の動粘性係数、 r ：管半径、 w ：砂粒の沈降速度、 v_c ：浮遊限界流速

式(3)は無次元であるので、右辺は v_c の無次元表示であると考えることができる。よって同式の右辺に水平管の場合の各実測値を入れ、得られた値をそのときの実測濃度に対して図示すると、水平管におけるすべての r, w に対する v_c と濃度との関係を統一して示すことができる。これを今回の実測値に小川の実測値²⁾をあわせて示したものが図-4である。一方、上記計算から求められる ϕ の値を式(1)に代入すると、対応する計算濃度 C が得られ、これを同図に入ると破線の曲線となる。図中の点はかなり分散しているが、限界流速測定の困難さを考慮に入れると式(3)がほぼ水平管の浮遊限界流速を表わしているといえる。

図-4 濃度と浮遊限界流速（無次元表示）との関係

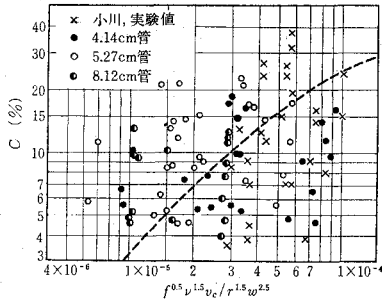


図-4の実測値を計算する場合、 f は表-2の値を用い、 ν は実験水温に対する値を用いたが、 w は砂の粒度組成のうちどの粒径をとるかが問題となる。これに対しては、まず実測した各水平管の v_c と濃度を式(1)、(2)に適用して計算から w を求め、それに対応する粒径 d を実測した沈降速度曲線から求めて、その d が各砂の粒度加積曲線の何%に当たるかを求めて、その平均的な値としてつぎの値を得た。すなわち、 $d_{50} \geq 0.7 \text{ mm}$ の砂に対しては d_{50} を、同じく $d_{50} = 0.6 \text{ mm}$ の砂に対しては d_{70} 、 $d_{50} \leq 0.5 \text{ mm}$ の砂に対しては d_{90} をとることとした。すなわち細砂になるほど大きめの粒径をとる。これは統一を欠くが、実験的な補正として、やむをえない。

(2) 傾斜管の浮遊限界流速

傾斜管の浮遊限界流速を水平管のそれとの比によって表わすことにし、各実測値は濃度が異なるのでまず濃度についてつぎのような調整をする。

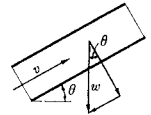
図-5に示すように、傾斜管の場合には沈降速度 w のために、砂粒の流速は水の流速 v より $w \sin \theta$ だけ

遅くなる。したがって、傾斜管内の砂濃度 C' は、対応する水平管での濃度を C としてつぎのようになる。

$$C' = \frac{vC}{v + w \sin \theta} \dots (4)$$

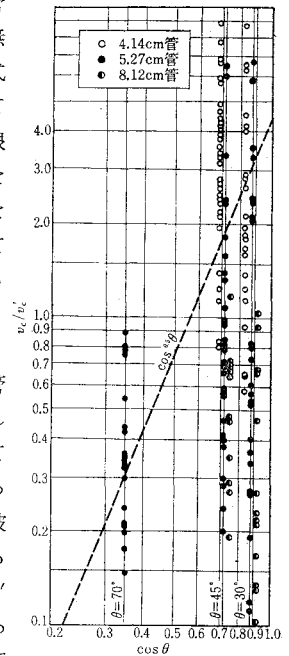
ここに、 θ は傾斜管の傾斜角で、記号は、上り管は負、下り管は正をとる。実測された砂濃度は、水平管での濃度に相当するので、傾斜管の場合の実測濃度 C を式(4)によって修正する。

図-5 傾斜角と沈降速度の関係



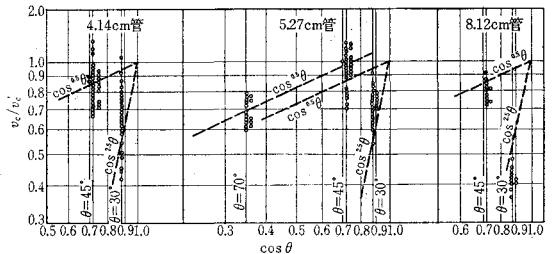
このようにして求めた傾斜管内濃度 C' を図-4に適用して、対応する水平管での浮遊限界流速 v_c' の無次元値を求め、ついで式(3)によって v_c' を求めて傾斜管における実測浮遊限界流速 v_c との比 v_c/v_c' をとり、これを各管各濃度をあわせて傾斜角 θ に対して図示すると、図-6となった。ただし、横軸に $\cos \theta$ をとり、 $\theta = 45^\circ$ および 30° の場合は点が多いので、管ごとに分けて併列して示してある。各管の点はすべて $\theta = 45^\circ, 30^\circ$ の線上に載るべきものである。なお、破線については後記してあるが、いずれにしても $v_c/v_c' > 1$ になるのは不合理であり、これは傾斜管の実測値が過大であるか、または対応水平管計算値が過小であるかによる。

図-6 傾斜管と水平管の浮遊限界流速（計算値）の比



一方別に各水平管での実測 v_c と濃度との関係を各管各砂種ごとに図示し、これから傾斜管の修正濃度 C' に対応する水平管の v_c' を求め、これと傾斜管の実測 v_c との比 v_c/v_c' をとって $\cos \theta$ との関係において図示すると図-7となった。図-7は各管ごとに別図とし、

図-7 傾斜管と水平管の浮遊限界流速（実測値）の比



各砂種をあわせて θ ごとに v_c/v_c' の値を示してあるが、点の多い場合は併列してある。

4. 水平管の摩擦損失

土砂流の摩擦損失水頭を水流のそれとの比によって表わすと、一般につきのように書ける。

$$h = \alpha f \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (5)$$

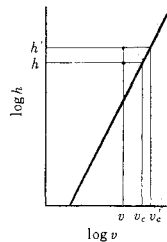
ここに、 h は土砂流の摩擦損失水頭（清水の水頭による）、 α は提案者によって異なる係数で、水平管の場合経験的に土質によって $\alpha = 1.1 \sim 1.3$ としたり、またアメリカ合衆国工兵隊では $\alpha f = 0.02(+C-10/100)$ としている。ただし、 C は濃度(%)。

しかし、これらの α は実験的な値で、前者は濃度を含まず、後者は土質に無関係である。ところで、元来土砂水流の摩擦損失は土砂流の状態によって決まるものであり、その基準は、浮遊限界流速によって与えられる。よって、合理的には浮遊限界流速 v_c を用いる方がよく、O'Brien は土砂水の摩擦損失水頭 h は、 $v \leq v_c$ の場合には式 (5) の v に v_c を代入すれば求められる（ただし α は土砂水の比重にひとしくとる）とし、これは一般に認められている。これによれば、まず式 (1) に濃度を与え、得られる ϕ を用いて式 (3) により v_c を求め、この v_c を式 (5) に代入して h を求めれば、一般的に土砂水の摩擦損失水頭が求められる。ただし、実験的検討の結果、式 (3) の適用範囲は $d_{50} \leq 1 \text{ mm}$ の砂で、 w は 3.(1) 後半に記すような w を用い、かつ濃度は径 4 cm 程度の管で $(5 \sim 10)\% \leq C \leq (20 \sim 30)\%$ 、径 50 cm 程度の管で $(3 \sim 5)\% \leq C \leq (10 \sim 15)\%$ とし、粗粒は低濃度をとる。

5. 傾斜管の摩擦損失

上記の関係は傾斜管にも成り立つと思われるので、これを傾斜管に適用すると、傾斜管の摩擦損失水頭は傾斜管内での濃度に対応する傾斜管の浮遊限界流速を式 (5) に適用すれば求められる。傾斜管の浮遊限界流速の実測値は 3.(2) に示すようであるが、一般に傾斜管の浮遊限界流速は水平管のそれより小さいから、摩擦損失水頭も小さく、両者の関係を図示すると、図-8 のようになる。傾斜管と水平管の浮遊限界流速を v_c, v_c' 、現在の流速を v とすると、土砂水の水頭で表わした両者の摩擦損失水頭 h, h' は 図-8

図-8 傾斜管と水平管の摩擦損失水頭



のようになり、濃度が等しければ $v < v_c'$ の範囲では $h < h'$ 、 $v \geq v_c'$ では $h = h'$ となる。

いま、傾斜管の浮遊限界流速を式 (3) によって求めようとすると、傾斜管では、図-5 に示すように、沈降速度 w のうち $w \sin \theta$ は主流の流速によって受持たれ、 $w \cos \theta$ だけが乱れによって支えられるべき沈降速度となる。よって、式 (3) の w に対して $w \cos \theta$ を代入して、 v_c はつぎのようになる。

$$v_c = \frac{r^{1.5} w^{2.5}}{g^{2.5} f^{0.5} \nu^{1.5}} \cos^{2.5} \theta = v_c' \cos^{2.5} \theta \dots \dots \dots (6)$$

ただし、鉛直管での実験³⁾によって $\theta = 90^\circ$ の場合でも $v_c \geq 3w$ を必要とする。

よって、図-6 および 図-7 に v_c/v_c' の $\cos^{2.5} \theta$ の直線を入れると破線のようになる。図-7 は実測値を整理したものであるが、これによると、下り管 ($\theta = 30^\circ$) の場合は、ほぼ $\cos^{2.5} \theta$ で表わせるが、上り管の場合は、 $v_c/v_c' = \cos^{0.5} \theta$ となっている。

一方、傾斜管において $\theta = 0$ の場合は水平管となり、 $\theta = 90^\circ$ では、上記のように $v_c = 3w$ であるとすれば、 v_c/v_c' は 図-7 の座標 (1,1) の点と、上り管では、 $v_c/v_c' = 3w/v_c' = \cos^{0.5} \theta$ 、下り管では同じく $\cos^{2.5} \theta$ を満足する点とを結ぶ直線によって示されることになる。極限的な値として $w = 10 \text{ cm/sec}$ ($d = 1 \text{ mm}$)、 $v_c' = 200 \text{ cm/sec}$ をとると、 $3w/v_c' = 0.15$ で上り管の場合 $\theta = 77^\circ$ 、下り管の場合 $\theta = 62^\circ$ となる。

以上を総合して、上り管では $v_c/v_c' = \cos^{0.5} \theta$ 、下り管では $v_c/v_c' = \cos^{2.5} \theta$ とする。

すると下り管の場合、下り管と水平管の摩擦抵抗の比は、一定水平距離 l に対して、傾斜管長 $l \sec \theta$ と式 (5) とを使って

$$\frac{h}{h'} = \sec \theta \left(\frac{v_c}{v_c'} \right)^2 = \cos^4 \theta \dots \dots \dots (7)$$

なお、下り管が水平管の場合と同量の砂を流送するものとする、式 (4) による濃度補正は必要がなくなり、下り管の場合には濃度が多少小さくなって摩擦抵抗は式 (7) の値よりさらに小さくなる。しかし、その差はわずかであるから考慮しないことにする。

つぎに、上り管の場合に $v_c/v_c' = \cos^{0.5} \theta$ を式 (7) に適用すると $h/h' = 1$ となり、傾斜角のいかんにかかわらず $h = h'$ となる。これは傾斜による摩擦損失の減少と、管長増加による摩擦損失の増加とが相殺して損も益もないことを意味する。さらに上りでは土砂の上昇による損失を考慮すると、水平距離 l について $(r_s - 1) l \tan \theta$ の余分の水頭を必要とする。ただし、 r_s は土砂水の比重で、水についてはサイホン作用を考慮し、上昇の損失を考えない。

上記によって上り管では効果がないが、下り管では摩擦損失の減少が見られるので、ある一定水平距離を砂を

流送する場合、比較的短区間で上昇させて長い区間で下るようにすると、輸送量の増加が期待できる。水平距離 $l=l_1+l_2$ において、 l_1 を上りの区間（傾角 θ_1 ）、 l_2 を下りの区間（傾角 θ_2 ）とすると、上記を適用して上り区間と下り区間の必要水頭 h_1, h_2 は

$$h_1=(r_s-1) l_1 \tan \theta_1+h_1'$$

$$h_2=h_2' \cos^4 \theta_2$$

ただし、 h_1', h_2' は l_1, l_2 区間の水平管としての摩擦損失水頭。

よって $h_1+h_2 < h_1'+h_2'$ であれば効果があることになり

$$(r_s-1)l_1 \tan \theta_1+h_2' \cos^4 \theta_2 < h_2' \dots\dots\dots(8)$$

であればよいことになる。

なお、最後に土質との関連について考察すると、土質が微粒の場合には、図-8 において実際の流速 v が v_c' を越える場合が多く、この場合には傾斜管の効果は全くなくなる。また $d_{50} > 1 \text{ mm}$ の粗砂の場合には土砂は主として掃流で流され、流体抵抗によって流されるようになるので、上記した浮遊限界流速の理論は適用できなくなるが、下り管の場合限界掃流力が $\cos \theta$ に比例して小さくなるので、やはりそれだけ流送土量が増加する。ただし、この場合には、上昇管はほぼ鉛直にして、土砂の上昇を容易にすることが必要である。上記の中間の粒径では、実際の流速 v が 図-8 において $v_c < v < v_c'$ の間では効果が増大し、 $v < v_c$ になると効果は一定となり、粗粒になって掃流部分が多くなるにしたがって再び効果が減少して一定値に近づくと考えられる。これらの境界の粒径は管径によって異なり、傾斜管の効果なくなる粒径は実流速 v を v_c' とするような粒径、すなわち式 (3) の v_c に v の値を代入して求められる w に対応する粒径である。同様に効果が一定となる粒径は、実流速 v を式 (6) の v_c に代入し、得られる v_c' の値を式 (3) に代入すればよい。

6. 結 語

以上傾斜管の浮遊限界流速を水平管のそれとの比によって表わし、これを用いて傾斜管の摩擦抵抗を水平管の

それとの比によって表わしたものである。水平管の土砂流の摩擦抵抗は、一般に浮遊限界流速を用いて表わすことができ、浮遊限界流速は適用範囲に注意すれば筆者の式で管径、砂種の異なる場合を統一して表わすことができる。

実験によると、傾斜管の浮遊限界流速は水平管のそれより小であり、その比は上り管ではほぼ傾斜角 θ に対して $\cos^{0.5} \theta$ 、下り管では $\cos^{2.5} \theta$ である。それに応じて摩擦損失も小さくなるが、上り管の場合は傾斜による管長の増加によって相殺されて効果がなく、下り管の場合には土質によって $\cos^4 \theta$ に比例して減少する。したがって一定水平距離に対して、短区間で上昇して長区間で下るようにすれば効果が期待できる。土質との関連では、微粒の場合には効果はなく、粒径 1 mm 以上になると効果はほぼ一定で、その中間に効果が最大になる粒径の領域がある。なお上昇管は、粗粒になるほど急勾配にするのがよく、粒径 1 mm 以上ではほぼ鉛直がよい。なお、水平管での土砂流の摩擦損失水頭は、式(3) で求められる v_c を式 (5) の v に代入し、 α を土砂水の比重に等しくとった値とする。

なお、実験において浮遊限界流速の判定には個人差が入りやすく、特に傾斜管ではそれが著しいので、傾斜角を変えた実験によって、さらに補足されることが望ましい。

付 記

この研究は実験ならびに計算を佐伯建設工業(株)が担当し、結果の考察を小川が行なった。炎天下で実験に従事してくれた同社社員 串部正興君ほか 5 名、および電子計算機による計算を担当してくれた同社 長田絃三君に厚く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 小川：ポンプ船排砂管の経済的管径およびその他の諸問題，土木学会誌，44-5，昭. 34-5，pp. 23~29
- 2) 小川：管による砂輸送における管径の影響について，山口大学工学部学報，4-1，昭. 28，pp. 27~31
- 3) 小川：鉛直上昇流中における粒子沈降に関する実験およびポンプ船吸込管に関する考察，山口大学工学部学報，9-1，昭. 33-12，pp. 87~91

(1968. 6. 18・受付)

水 理 公 式 集 頒 布

—昭和 38 年 増 補 改 訂 版—

水理公式集の初版が発行されたのは昭和 17 年です。それから 2 回の改訂が行なわれましたが、昭和 38 年に刊行された本書は現在世界中で使用されている代表的な公式をすべてとり入れ、第 1 編 河川、第 2 編 発電水力、第 3 編 上下水道、第 4 編 港湾および海岸の 4 つの大項目に分け、それぞれに 7~11 の中項目を設け詳細に解説した世界でも珍しいユニークな公式集です。参考書としてぜひご利用下さい。

体 裁：A 5 判 603 ページ 定 価：1 400 円 会員特価：1 100 円 送 料：150 円