連続格子桁橋の解析と設計への応用

川　上　博　夫*
阪　部　孝　治**

1. まえがき

連続格子桁橋の設計は，従来から Leonhardt の近似解法[1] がよく用いられてきた。この方法は注目する径間を等価な単純支持の格子桁に置換して，荷重分配係数を求め，計算を簡易化したものであるが，変断面桁の取扱いができないことと，横桁の設計においてよい近似を与えるような計算方法がないなどの問題点がある。このような問題を解決するためには，厳密解法による必要があるが，最近の電子計算機の発展普及によって，厳密計算を行なうことが実用上可能となりつつある。

電子計算機を用いる場合，プログラムの簡易化のためには，計算式を行列の形に書いて置くことが望ましいが，電子計算機の容量を考えた場合，行列式の次数はあまり高くない方が能率的である。

Homberg[2] は多数の横桁を持つ格子桁の厳密解法に，群荷重を用いる方法を提案し，高次の行列を分解することを考えた。この方法は，その計算の過程で，固有値を求める必要があり，さらに断面力の計算まで考えると，かなりまわりくどい手順をふまねばならず，プログラミングがかなりはん雑となる。また，電子計算機を用いる場合，行列の次数をここまで低下させる必要はなく，単純格子桁であれば，むしろ，弾性方程式を用いて解く方がてっとり早い。しかし，多径間の連続格子桁の場合を考えると，弾性方程式の次数は，場合によって，いちじるしく高次なものとなり，したがって，当然二重精度の計算を必要とするため，莫大な記憶容量を要することになり，電子計算機を用いても実用的な方法とはいい難い。

連続格子桁の解法としては，ほかに主桁がねじり剛度をもつ場合に対して，小松・大山の方法[3] があり，任意形の格子桁についての解法が示されている。しかし，径間数，主桁数および横桁数がともに大きい場合は，行列式がかなり高次のものとなり，標準的な形状で主桁がねじり剛度をもたない場合に対しては，記憶容量と演算時間の節約という点で得策ではない。

なお，厳密解法によって，各種断面力または変形量の影響面縦距の計算を行なった場合，設計荷重を載荷したときの断面力または変形量の計算は，手動計算機では，ほとんど不可能である。したがって，電子計算機を用いる必要があるが，これらの計算も含めた一連のものとして，連続格子桁橋の設計計算用のプログラムを考えなければならない。

われわれは，このような点を考えて，連続格子桁に対する計算式を誘導し，各種断面力と変形量の計算を行なうプログラムの開発を行なった。連続格子桁の解法としては，各主桁の支点上にピンを挿入した単純格子桁を基本系にとり，格子桁橋に対する3連モーメント式を行列表示して用いた。

格子桁の3連モーメント式については，田原ら[5] の算式がある。この方法は主桁の変形をフーリエ級数で表現した点に特徴があるが，そのため，変断面桁の取扱いが不可能となっている。われわれは3連モーメント式を導くに当って，変断面桁についての取扱いが可能なように考慮した。

2. 格子桁の弾性方程式

m 本主桁，n 本横桁をもつ格子桁の平面形状を **図―1** のように考える。この場合，格点 kl に作用する格点力を x_{kl} とする。

各横桁に関する2つのつりあい条件式，すなわち，格点 $1l$ および ml に関するモーメントのつりあい条件式をつくると，**図―2** を参照して次式が得られる。

$$\sum_{k=2}^{m}(k-1)\cdot b\cdot x_{kl}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\sum_{k=1}^{m-1}(m-k)\cdot b\cdot x_{kl}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

* 正会員　工修　日本橋梁株式会社設計部　課長
** 正会員　　　　日本橋梁株式会社設計部

つぎに，端主桁を除いた中桁の格点 ij における適合条件式，すなわち，たわみに関する条件式をつくると，**図—3** を参照して，

$$d_{ij}=d'_{ij}+d''_{ij} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

が成立する。なお，d_{ij} は主桁 i の x_{il} によるたわみと外力によるたわみ $\delta_{ij,P}$ との合計であり，次式から求められる。

$$d_{ij}=-\sum_{l=1}^{n}\delta_{ij,l}\cdot x_{il}+\delta_{ij,P} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

d'_{ij} は端主桁のたわみから **図—4** を参照して求められる。

すなわち，

$$\begin{aligned}d'_{ij}&=\left(\frac{m-i}{m-1}\right)d_{1j}+\left(\frac{i-1}{n-1}\right)d_{mj}\\&=-\sum_{l=1}^{n}\left(\frac{m-i}{m-1}\right)\delta_{1j,l}x_{1l}+\frac{m-i}{m-1}\delta_{1jP}\\&\quad-\sum_{l=1}^{n}\left(\frac{i-1}{m-1}\right)\delta_{mj,l}x_{ml}+\frac{i-1}{m-1}\cdot\delta_{mjP}\end{aligned}$$

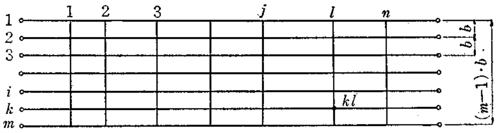
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

である。d''_{ij} は横桁の格点 ij における x_{kj} によるたわみで，次式から求められる。

$$d''_{ij}=\sum_{k=1}^{m}\bar{\delta}_{ij,k}\cdot x_{kj} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

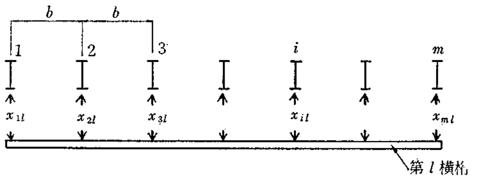
ここに

図—1 基本系格子桁

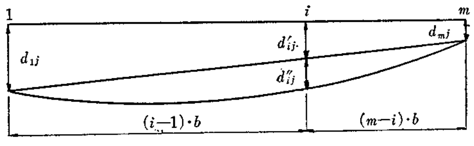


図—2 格 点 力

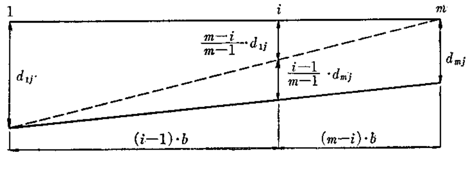
(図示のとき正)



図—3 格点におけるつりあい



図—4 外主桁のたわみによる格点の相対変位



$\delta_{ij,l}$；第 i 主桁，第 j 節点における主桁のたわみ影響線縦距

$\bar{\delta}_{ij,k}$；第 j 横桁，第 i 節点における横桁のたわみ影響線縦距

である。

つぎに，式 (4),(5),(6) を式 (3) に代入すると，格点 ij に関する適合条件式として，次式を得る。

$$\begin{aligned}&\sum_{l=1}^{n}\delta_{ij,l}\cdot x_{ij}-\sum_{l=1}^{n}\left(\frac{m-i}{m-1}\right)\cdot\delta_{1j,l}x_{1l}\\&\quad-\sum_{l=1}^{n}\left(\frac{i-1}{m-1}\right)\delta_{mj,l}x_{ml}+\sum_{k=1}^{m}\bar{\delta}_{ij,k}x_{kj}\\&=\delta_{ij,P}-\left(\frac{m-i}{m-1}\right)\delta_{1j,P}-\left(\frac{i-1}{m-1}\right)\delta_{mj,P}\cdots(7)\end{aligned}$$

式 (1)，(2) はつぎのようにかき直すことができる。

$$x_{1l}=\frac{-1}{m-1}\sum_{k=2}^{m-1}(m-k)x_{kl} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$$x_{ml}=\frac{-1}{m-1}\sum_{k=2}^{m-1}(k-1)x_{kl} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

式 (8)，(9) を式 (7) に代入すると，x_{1l} および x_{ml} の項が消えて，中桁の格点力に関するつぎの弾性方程式を得る。

$$\begin{aligned}&\sum_{l=1}^{n}\delta_{ijl}x_{il}+\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=2}^{m-1}\frac{m-i}{m-1}\cdot\frac{m-k}{m-1}\delta_{1jl}x_{kl}\\&\quad+\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=2}^{m-1}\frac{i-1}{m-1}\cdot\frac{k-1}{m-1}\delta_{mjl}x_{kl}+\sum_{k=2}^{m-1}\bar{\delta}_{ijk}x_{kj}\\&=\delta_{ij,P}-\frac{m-i}{m-1}\delta_{1jP}-\frac{i-1}{m-1}\delta_{mjP} \quad\cdots\cdots(10)\end{aligned}$$

影響係数の計算を行なう場合には，式 (10) はつぎの行列の形にかくことができる。

$$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{P} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

ここに

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}A_{22} & A_{23} & A_{24}\cdots\cdots A_{2,m-1}\\ A_{32} & A_{33} & A_{34}\cdots\cdots A_{3,m-1}\\ \vdots & & \vdots\\ A_{m-1,2} & A_{m-1,3} & A_{m-1,4}\cdots A_{m-1,m-1}\end{bmatrix}\cdots(12)$$

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}P_{21} & P_{22} & & & P_{2m}\\ P_{31} & & P_{33} & \boldsymbol{O} & P_{3m}\\ \vdots & \boldsymbol{O} & & \ddots & \vdots\\ P_{m-1,1} & & & P_{m-1,m-1} & P_{mm}\end{bmatrix}\cdots(13)$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}X_{21} & X_{22} & X_{23}\cdots\cdots X_{2m}\\ X_{31} & X_{32} & X_{33}\cdots\cdots X_{3m}\\ \vdots & & \vdots\\ X_{m-1,1} & X_{m-1,2} & X_{m-1,3}\cdots X_{m-1,m}\end{bmatrix}\cdots(14)$$

$$A_{ik}=\frac{1}{(m-1)^2}\{(m-i)(m-k)[\delta_1]+(i-1)(k-1)[\delta_m]\}+\mathrm{diag}(\bar{\delta}_{ik})\quad\cdots(15)$$

$$A_{ii}=\frac{1}{(m-1)^2}\{(m-i)^2[\delta_1]+(i-1)^2[\delta_m]\}+\mathrm{diag}(\bar{\delta}_{ii})+[\delta_i]\quad\cdots\cdots\cdots(16)$$

$$[\delta_i]=\begin{bmatrix}\delta_{i11} & \delta_{i12} & \delta_{i13}\cdots\cdots\delta_{i1n}\\ \delta_{i21} & \delta_{i22} & \delta_{i23}\cdots\cdots\delta_{i2n}\\ \vdots & & \vdots\\ \delta_{in1} & \delta_{in2} & \delta_{in3}\cdots\cdots\delta_{inn}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(17)$$

$$\mathrm{diag}(\bar{\delta}_{ik})=\begin{bmatrix}\bar{\delta}_{i1,k} & & \\ & \bar{\delta}_{i2,k} \ddots & O \\ O & & \bar{\delta}_{in,k}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(18)$$

$$X_{ik}=\begin{bmatrix}x_{ik11} & x_{ik12} & x_{ik13}\cdots\cdots x_{ik1s}\\ x_{ik21} & x_{ik22} & x_{ik23}\cdots\cdots x_{ik2s}\\ \vdots & & \vdots\\ x_{ikn1} & x_{ikn2} & x_{ikn3}\cdots\cdots x_{ikns}\end{bmatrix}\cdots\cdots(19)$$

$$P_{i1}=-\frac{m-i}{m-1}[\delta_1']\cdots\cdots\cdots(20)$$

$$P_{im}=-\frac{i-1}{m-1}[\delta_m']\cdots\cdots\cdots(21)$$

$$P_{ii}=[\delta_i']\cdots\cdots\cdots(22)$$

$$[\delta_i']=\begin{bmatrix}\delta'_{i11} & \delta'_{i12} & \delta'_{i13}\cdots\cdots\delta'_{i1s}\\ \delta'_{i21} & \delta'_{i22} & \delta'_{i23}\cdots\cdots\delta'_{i2s}\\ \vdots & & \vdots\\ \delta'_{in1} & \delta'_{in2} & \delta'_{in3}\cdots\cdots\delta'_{ins}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(23)$$

つぎに，各主桁に端モーメントを作用させた場合については，式 (19)，(23) のかわりに次式を用いるとよい。

$$X_{ik}=\begin{bmatrix}\tilde{x}_{ik10} & \tilde{x}_{ik1,s+1}\\ \tilde{x}_{ik20} & x_{ik2,s+1}\\ \vdots & \vdots\\ \tilde{x}_{ik,n0} & \tilde{x}_{ikn,s+1}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(24)$$

$$[\delta_i']=\begin{bmatrix}\tilde{\delta}_{i10} & \tilde{\delta}_{i1,s+1}\\ \tilde{\delta}_{i20} & \tilde{\delta}_{i2,s+1}\\ \vdots & \vdots\\ \tilde{\delta}_{in0} & \tilde{\delta}_{in,s+1}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(25)$$

ここに

$\tilde{x}_{ikl0}$, $\tilde{x}_{ikl,s+1}$；第 k 主桁の左右支点上に単位モーメント $\mathfrak{M}=1$ を載荷したときの格点 il の格点力

$\tilde{\delta}_{il0}$, $\tilde{\delta}_{il,s+1}$；第 k 主桁の左右支点上に単位モーメント $\mathfrak{M}=1$ を載荷したときの格点 l のたわみ

である。

格点力は式 (11) から次式のように求められる。

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{A}^{-1}\cdot\boldsymbol{P}\cdots\cdots\cdots(26)$$

3. 格子桁の断面力と変形量

第 i 主桁における各種断面力，または，変形量を一般に $\boldsymbol{U}$ とすると，

$$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}_0+\bar{\boldsymbol{U}}\boldsymbol{X}\cdots\cdots\cdots(27)$$

として求めることができる。

ここに

$$\boldsymbol{U}_0=\begin{bmatrix}U_1^0 & & \\ & U_2^0 \ddots & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{O} & & U_m^0\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(28)$$

である。U_i^0 は単桁の U (断面力または変形量) の影響線で，次式のように表わされる。

$$U_i^0=\begin{bmatrix}u^0{}_{i11} & u^0{}_{i12} & u^0{}_{i13}\cdots\cdots u^0{}_{i1s}\\ u^0{}_{i21} & u^0{}_{i22} & u^0{}_{i23}\cdots\cdots u^0{}_{i2s}\\ \vdots & & \vdots\\ u^0{}_{ir1} & u^0{}_{ir2} & u^0{}_{ir3}\cdots\cdots u^0{}_{irs}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(29)$$

ここに，u_{ijl} は，第 i 主桁を単桁と考えたとき，格点 l に単位荷重を載荷したときの格点 j の断面力，または，変形量である。

また，

$$\bar{\boldsymbol{U}}=\begin{bmatrix}\bar{U}_1 & & \\ & \bar{U}_2 \ddots & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{O} & & \bar{U}_m\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(30)$$

であり，$\bar{U}_i$ は単桁において載荷点を格点にとった場合の U の影響線で，次式のように表わされる。

$$\bar{U}_i=\begin{bmatrix}\bar{U}_{i11} & \bar{U}_{i12} & \bar{U}_{i13}\cdots\cdots\bar{U}_{i1n}\\ \bar{U}_{i21} & \bar{U}_{i22} & \bar{U}_{i23}\cdots\cdots\bar{U}_{i2n}\\ \vdots & & \vdots\\ \bar{U}_{ir1} & \bar{U}_{ir2} & \bar{U}_{ir3}\cdots\cdots\bar{U}_{irn}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(31)$$

つぎに，各種断面力，または，変形量は次式のようになる。

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}U_{11} & U_{12} & U_{13}\cdots\cdots U_{1m}\\ U_{21} & U_{22} & U_{23}\cdots\cdots U_{2m}\\ \vdots & & \vdots\\ U_{m1} & U_{m2} & U_{m3}\cdots\cdots U_{mm}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(32)$$

$$U_{ik}=\begin{bmatrix}u_{ik11} & u_{ik12} & u_{ik13}\cdots\cdots u_{ik1s}\\ u_{ik21} & u_{ik22} & u_{ik23}\cdots\cdots u_{ik2s}\\ \vdots & & \vdots\\ u_{ikr1} & u_{ikr2} & u_{ikr3}\cdots\cdots u_{ikrs}\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots(33)$$

ここに，u_{ikjl} は格点 kl に単位荷重を載荷したときの格点 ij の断面力，または，変形量である。

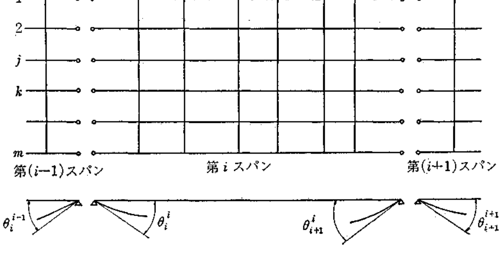
4. 連続格子桁橋における3連モーメント式

前述の格子桁の計算において，基本系を連続桁にとれば，連続格子桁の解を求めることができる。しかし，径間数，主桁数および横桁数が多くなると，電子計算機の記憶容量が大となり，実際的でなくなる。このような観点から，われわれは単純格子桁を基本系にとった，連続格子桁に対する3連モーメント式を誘導し，数値計算を経済的にすることを考えた。

m 本主桁の N 径間連続格子桁を，図—5 のように，支点での連続性を解放する。

第 i 支点における，第 j 主桁の第 $(i-1)$ 径間側のたわみ角を $\theta_{i,j}^{i-1}$，第 i 径間側のたわみ角を $\theta_{i,j}^{i}$ とする

図—5 中間支点上のたわみ角
(図示のとき正)



と，第 i 支点における連続条件から

$$\theta_{ij}^{i-1}+\theta_{ij}^{i}=0 \qquad (34)$$

が成立する。

第 i 支点上の第 j 主桁の支点モーメントを $\mathfrak{M}_{ij}$ とすると，支点上のたわみ角は，それぞれ，次式のように表わされる。

$$\theta_{ij}^{i-1}=\sum_{k=1}^{m}\varphi_{(i,j)(i-1,k)}^{i-1}\mathfrak{M}_{i-1,k}+\sum_{k=1}^{m}\varphi_{(i,j)(i,k)}^{i-1}\mathfrak{M}_{ik}+\varphi_{0(i,j)(r,s)}^{i-1} \qquad (35)$$

$$\theta_{ij}^{i}=\sum_{k=1}^{m}\varphi_{(i,j)(i,k)}^{i}\mathfrak{M}_{ik}+\sum_{k=1}^{m}\varphi_{(i,j)(i+1,k)}^{i}\mathfrak{M}_{i+1,k}+\varphi_{0(i,j)(r,s)}^{i} \qquad (36)$$

式 (35)，(36) を式 (34) に代入すると，連続格子桁に対する3連モーメント式として次式を得る。

$$\sum_{k=1}^{m}\varphi_{(i,j)(i-1,k)}^{i-1}\mathfrak{M}_{i-1,k}+\sum_{k=1}^{m}(\varphi_{(i,j)(i,k)}^{i-1}+\varphi_{(i,j)(i,k)}^{i})\mathfrak{M}_{ik}+\sum_{k=1}^{m}\varphi_{(i,j)(i+1,k)}^{i}\mathfrak{M}_{i+1,k}=-\varphi_{0(i,j)(r,s)}^{i-1}-\varphi_{0(i,j)(r,s)}^{i} \qquad (37)$$

ここに

$\varphi^{k}{}_{(i,j)(i,k)}$；第 i 支点第 k 主桁に単位モーメント $\mathfrak{M}_k=1$ を作用させたときの，第 i 支点における第 j 主桁の，第 k 径間側のたわみ角

$\varphi^{k}{}_{(i,j)(r,s)}$；格点 (r,s) に $P=1$ を載荷した場合の第 i 支点第 j 主桁の第 k 径間側のたわみ角

式 (37) はつぎのような行列の形にかき直すことができる。

$$\boldsymbol{BM}=\boldsymbol{Q} \qquad (38)$$

ここに

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & & & \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & & \boldsymbol{O} \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \boldsymbol{O} & & & B_{N-1,N-2} & B_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \qquad (39)$$

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13}\cdots\cdots & M_{1N} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23}\cdots\cdots & M_{2N} \\ \vdots & & & \vdots \\ M_{N-1,1} & M_{N-1,2} & M_{N-1,3}\cdots\cdots & M_{N-1,N} \end{bmatrix} \qquad (40)$$

$$\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & & & \\ & Q_{22} & Q_{23} & & \boldsymbol{O} \\ & & \ddots & \ddots & \\ \boldsymbol{O} & & & Q_{N-1,N-1} & Q_{N-1,N} \end{bmatrix} \qquad (41)$$

$$B_{i,i-1}=[\varphi_{i-1}] \qquad (42)$$

$$B_{i,i}=[\varphi_{i}-1]+[\varphi_{i}] \qquad (43)$$

$$B_{i,i+1}=[\varphi_{i}] \qquad (44)$$

$$[\varphi_k]=\begin{bmatrix} \varphi_{k11} & \varphi_{k12} & \varphi_{k13}\cdots\cdots & \varphi_{k1m} \\ \varphi_{k21} & \varphi_{k22} & \varphi_{k23}\cdots\cdots & \varphi_{k2m} \\ \vdots & & & \vdots \\ \varphi_{km1} & \varphi_{km2} & \varphi_{km3}\cdots\cdots & \varphi_{kmm} \end{bmatrix} \qquad (45)$$

なお，φ_k は一般に基本系の第 k スパンの支点たわみ角であるが，B_{ij} において，$i=j$ の場合は載荷支点側のたわみ角で，$i \neq j$ の場合は，載荷支点と反対側の支点たわみ角である。すなわち，φ_{kij} は第 j 主桁に単位モーメント $\mathfrak{M}=1$ を載荷したときの第 i 主桁のたわみ角である。

$$Q_{ik}=[\Phi_{k1},\ \Phi_{k2}\cdots\cdots\Phi_{km}] \qquad (46)$$

$$\Phi_{kt}=\begin{bmatrix} \varphi'_{k1t1} & \varphi'_{k1t2} & \varphi'_{k1t3}\cdots\cdots & \varphi'_{k1ts} \\ \varphi'_{k2t1} & \varphi''_{k2t2} & \varphi'_{k2t3}\cdots\cdots & \varphi'_{k2ts} \\ \vdots & & & \vdots \\ \varphi'_{kmt1} & \varphi'_{kmts} & \varphi'_{kmts}\cdots\cdots & \varphi'_{kmts} \end{bmatrix} \qquad (47)$$

ここに，$\varphi'_{ki,tl}$ は格点 tl に単位荷重を載荷したときの，主桁 i の第 k 支点上のたわみ角である。

$$M_{ij}=[\overline{M}_{ij,1}\ \overline{M}_{ij2}\ \overline{M}_{ij3}\cdots\cdots\overline{M}_{ij,m}] \qquad (48)$$

$$\overline{M}_{ijt}=\begin{bmatrix} \mathfrak{M}_{ij1t1} & \mathfrak{M}_{ij1t2} & \mathfrak{M}_{ij1t3}\cdots\cdots & \mathfrak{M}_{ij1ts} \\ \mathfrak{M}_{ij2t1} & \mathfrak{M}_{ij2t2} & \mathfrak{M}_{ij2t3}\cdots\cdots & \mathfrak{M}_{ij2ts} \\ \vdots & & & \vdots \\ \mathfrak{M}_{ijmt1} & \mathfrak{M}_{ijmt2} & \mathfrak{M}_{ijmt3}\cdots\cdots & \mathfrak{M}_{ijmts} \end{bmatrix} \qquad (49)$$

ここに，$\mathfrak{M}_{ijktl}$ は第 j 支間の格点 tl に単位荷重を載荷したときの第 i 支点第 k 主桁の支点モーメントである。

式 (38) より，不静定モーメントは

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{B}^{-1}\cdot\boldsymbol{Q} \qquad (50)$$

として求められる。

一般に連続格子桁橋における断面力，または，変形量を表わす行列を $\boldsymbol{V}$ とすると

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}_0+\overline{\boldsymbol{V}}\cdot\boldsymbol{M} \qquad (51)$$

となる。ここに $\boldsymbol{V}_0$ は単純格子桁における断面力，または，変形量であり，$\boldsymbol{V}$ は支点上の単位モーメントによるその支点の断面力，または，変形量であるが，これらはつぎのような行列で表わされる。

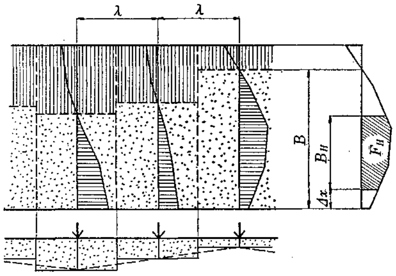
$$\boldsymbol{V}_0=\begin{bmatrix} V_1{}^0 & & & \\ & V_2{}^0 & & \boldsymbol{O} \\ & & \ddots & \\ \boldsymbol{O} & & & V_N{}^0 \end{bmatrix} \qquad (52)$$

$$\overline{\boldsymbol{V}}=\begin{bmatrix} \overline{V}_{11} & & & \\ \overline{V}_{21} & \overline{V}_{22} & & \boldsymbol{O} \\ & \ddots & \ddots & \overline{V}_{N-1,N-1} \\ \boldsymbol{O} & & & \overline{V}_{N,N-1} \end{bmatrix} \qquad (53)$$

5. 設計への適用

以上の計算より得られた影響面から，断面力または変形量を計算する場合，等分布荷重に対しては適当な区間の格間線荷重に置換して載荷することにした。これは，**図—6** に示すように，橋軸方向と横断方向の両方向に台形公式を適用したことになるが，格点（載荷点）の数を各スパンで 10 等分程度にとれば，実務上は十分であろ

図—6 載荷方法



う。

なお，活荷重を載荷する場合で，図—6 における載荷幅Bが，主車線幅 $B_H=5.5\,\mathrm{m}$ を越えるときは，図示の Δx を変化させ，面積 F_H が最大になる位置を格間ごとにみつけて載荷するように，プログラミングした。

6. 数値計算例

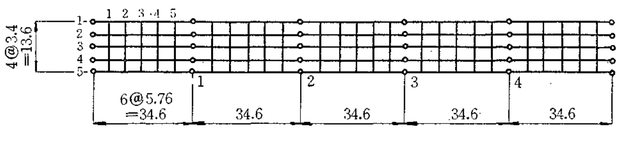
図—7 のような，5スパンの連続格子桁の断面力を計算した結果を示すと，つぎのとおりである。

(1) インプットおよびアウトプット

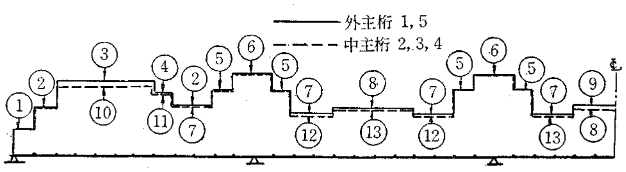
インプットデータはつぎのとおりである。

① スパン数　5
② 主桁本数　5
③ 横桁本数　各スパンとも　5
④ スパン長さ (cm)　各スパンとも　3460
⑤ 主桁間隔 (cm)　340
⑥ 横桁間隔 (cm)　各スパンとも 576.6
⑦ 主桁の断面2次モーメント ($\mathrm{cm^4}$)　(図—8)
⑧ 横桁の断面2次モーメント ($\mathrm{cm^4}$)　$I_Q=276\times10^3$
⑨ 主桁と横桁の弾性係数 ($\mathrm{kg/cm^2}$)　$E=2.1\times10^6$
⑩ 荷重度およびその載荷位置　(図—9)

図—7 骨組図
(単位 m)

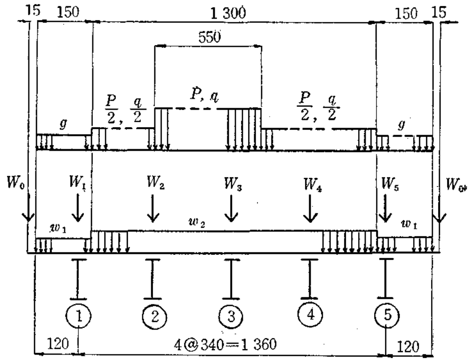


図—8 主桁の断面2次モーメント
(単位 $\times10^3\mathrm{cm^4}$)



① 708.5　④ 1616.9　⑦ 1195.5　⑩ 1712.3　⑬ 1123.1
② 1262.3　⑤ 1674.4　⑧ 1262.3　⑪ 1522.2
③ 1904.6　⑥ 2000.7　⑨ 1402.8　⑫ 1033.6

図—9 荷重度および載荷位置



死荷重	活荷重
橋軸方向線荷重	横断方向線荷重
$W_0=2.48\,\mathrm{kg/cm}$	$P=50.00\,\mathrm{kg/cm}$
$W_1=12.90\,\mathrm{kg/cm}$	
$W_2=5.60\,\mathrm{kg/cm}$	橋面等分布荷重
$W_3=5.30\,\mathrm{kg/cm}$	$q=0.0350\,\mathrm{kg/cm^2}$
$W_4=5.50\,\mathrm{kg/cm}$	$g=0.0350\,\mathrm{kg/cm^2}$
$W_5=12.10\,\mathrm{kg/cm}$	
橋面等分布荷重	衝撃係数
$w_1=0.0419\,\mathrm{kg/cm^2}$	$i=0.236$
$w_2=0.0540\,\mathrm{kg/cm^2}$	

表—1 合計曲げモーメント　(単位 t/m)

桁	着目点	計算結果	Leonhardt
第1主桁	第1径間中央	+512.4	+504
	第1中間支点上	−610.6	−589
第2主桁	第1径間中央	+422.9	+458
	第1中間支点上	−515.2	−530
第3径間中央横桁	支間中央 (第3主桁上)	+ 80.7	+ 56
		− 80.3	− 34

⑪ 載荷点　各スパンとも 12 等分点
⑫ 着目点　各スパンとも6等分点

アウトプットはつぎのとおりとした。

① 基本系の弾性方程式の係数項，および，荷重項の行列
② 3連モーメント式の係数項，および，荷重項の行列
③ 着目点の影響面の縦距
④ 着目点の断面力，および変形量

このうち①と②は，必要に応じてとり出すようにした。

(2) 断面力 (アウトプット④)

アウトプットの詳細については紙面の都合上割愛するが，設計荷重による曲げモーメントの主要なものを，Leonhardt の近似計算法による値と対比して，表—1 に示しておく。この場合，近似計算法では，横桁の載荷幅としては横桁間隔をとった。

表—1 から，横桁については，近似解法が危険

側の値を示していることがわかる。これは，橋軸方向の載荷幅のとり方に関係するが，2本以上の横桁を用いた場合，厳密解法によらなければ，正しい値を求めることは困難であると考える。

7. あとがき

連続格子桁橋の断面力および変形量までの計算を行なうプログラムは，将来の自動設計に備えた一段階として作成したもので，これに断面決定のルーチンを追加すれば,ただちに自動設計が可能である。われわれの意図は，厳密解法による計算に電子計算機を用いて，迅速かつ経済的に行なうことであり，この意味において目的の半分ぐらいは達成できたものと考える。おわりに，この稿をまとめるに当って多大のご指導を賜わった名大 成岡教授，ならびに，プログラムの作成に際してご協力を預いた日本電子計算（株）大阪支店 菊池雅男氏に感謝の意を表したい。

引用文献

1) F. Leonhardt : Die vereinfachte Trägerrostberechnung, 1950. Stuttgart.
2) H. Homberg : Kreuzwerke, 1951. Berlin.
3) 小松・大山：主桁のねじり剛性を考慮した任意形状の格子桁の解法，土木学会論文集，No. 134, 1966, pp. 33～42.
4) 田原・神原・杳掛：連続箱桁の応力解析に関する研究，土木研究所報告，98（昭 32），pp. 59～108.

（1968.2.6・受付）