

年間第2位以下の生起事象を考慮した確率 水文量の推定に関する一考察*

高瀬信忠**
射場正和***
布本博****

1. はじめに

水工計画の基礎となる降雨量や河川流量などの水文諸量は、自然界における物理的要素と確率的要素に支配される不定量であって、諸般の水工計画に際し、これをいかに推定し計画にとり入れるかは、基本的な問題ながらむずかしい問題であるといわなければならない。こうした問題に対する一つの接近方法として、これら水文諸量の観測系列を、ある自然法則にしたがう確率過程ないし確率系列の実現値とみなし、その間に内在する統計的法則を追求し、これを水工計画に役立てようとする研究が有用視される。このような水工計画に有用な情報を提供できるような手法を研究する応用統計学の一分野を水文統計学と呼んでいる。

水文諸量のとり扱いに統計的概念の導入が試みられたのは 19 世紀の終りないし 20 世紀の初期といわれているが¹⁾、1930 年前後より欧米各国で各種の具体的方法が研究され、わが国でも 1945 年ごろより石原、岩井両博士の研究^{2)~5)}以来活発な研究と実際問題への具体的な応用が試みられてきており、現在のところ石原、岩井両博士の提唱による確率洪水、確率渇水など確率水文量の概念は広く普及し、水工計画上大きな役割を果たすに至っている。これら従来の研究ならびにその応用のほとんどのものは、水文諸量の年最大値の資料を対象にして対数正規分布など適当な分布形を仮定し、確率計算を行なっている現状である。しかし一方、このように年最大値のみをとり扱かうということは、大きな値でも年最大値でないばかりに、ほかの年の最大値より大きくて無視されるものがかなりあり、また大きな値のものが年に 2

~3 度も起こったり、比較的小さなものばかりが 1 年の間に起こったりすることもあるが、本来推定の必要あるものは、すべての水文諸量についての生起確率である。このような問題については、うまい説明がなされていなかったのであるが、角屋博士は⁶⁾、事象をある程度数学的に模型化して年間の全雨量分布や年最大雨量の分布形を誘導し、極値分布の方から理論的に解明して確率雨量の推定に際し採用すべき分布形、全雨量分布と年最大雨量分布との間に簡明ながら有用な関係のあること、確率水文量の概念の定義などを明示した。しかし現在のところ、水文諸量を一変数の問題として統計的にとり扱かう場合、これにどのような分布形式があてはめられるかについての実際問題の処理に対数正規分布が主用されている。対数正規分布の実用は、まず経験的に進められたもので、水文量の非対称分布は「その変量の対数変換によって正規分布に近似できる」ところから利用されたもので、したがって、理論的に解明することはできないので、本研究は石川、富山、福井各県の北陸河川における流域内 10 地点の日雨量資料について、年間第 2 位以下の生起確率をも考慮した雨量の確率計算を行ない、従来の計算法と実際資料について経験的に比較検討したものである。

2. 年間第2位以下の生起確率を考慮した確率水文量の推定

(1) 同一水文量に対する確率年の計算

いま、 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ を n 組の数の集合とし、この n 組の集合のいずれかに属する数の集合を $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$ で表わすとすれば、 x の可能な数値からなる n 組の数集合 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ が共通な数をもたない場合には、 x が $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$ に属する確率は、 x が S_1 に属する確率、 x が S_2 に属する確率、…、 x が S_n に属する確率、これら全部の和に等しいと

* 第4回災害科学総合シンポジウム(1967年)にて一部発表したるものである。

** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 清水建設(株) (元金沢大学大学院工学研究科学生)

**** 正会員 石川工業高等専門学校助手

いう確率の排反事象に関する法則がある。ここでこの問題を考えると、ある値 x が生起する全確率は x が S_1 、すなわち年間第 1 位の系列資料で生起する確率 x が S_2 (年間第 2 位の系列資料で生起する確率), x が S_n (年間第 n 位の系列資料で生起する確率)、これらは互いに排反事象であり、したがって、これら全部の和に等しいということができる。これを数字によって具体的に示すところである。

F_r を超過確率とすれば、従来の年最大を抽出しての計算において、 T を洪水年として 100 年確率といえば $T=100=1/F_r=1/0.01$ (1)

のことである。しかし、たとえば日雨量 300 mm が今までの推定方法で 100 年確率として計算されたとしても、この 300 mm という値に対しては、年間第 2 位、第 3 位、……、第 n 位の系列の中でも当然起こりうる可能性は十分にあるわけであり、仮に 300 mm が

- ① 年間第 2 位の系列で確率計算した時 $F_{r_2}=0.0010$
- ② 年間第 3 位の系列で確率計算した時 $F_{r_3}=0.0008$
- ③ 年間第 4 位の系列で確率計算した時 $F_{r_4}=0.0002$
- ④ 年間第 5 位の系列で確率計算した時 $F_{r_5}=0.00003$

以下省略してもよい n 位まで続けるとする

$$F_r = \sum_{n=1}^{\infty} F_{r_n} = 0.01 + 0.0010 + 0.0008 + 0.0002 \\ + 0.00003 + \dots = 0.01203 \\ T = 1/F_r = 1/0.01203 = 83 \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

すなわち、従来の計算では 300 mm が 100 年確率と計算されていたが、以上の検討例によると 83 年確率となることがわかるであろう。

(2) 同一確率年に対する水文量の計算

従来の計算において 100 年確率が 300 mm であるとすれば、第 2 位以下を考慮した場合には 2.(1) の例によって 83 年確率となって算出されたのであるが、われわれが実際に必要なのは 2 位以下を考慮して 100 年確率となるような水文量を推定することであろう。この場合には

$$T = \frac{1}{F_r} = \frac{1}{\sum_{n=1}^{\infty} F_{r_n}} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

であるから

$$\sum_{n=1}^{\infty} F_{r_n} = \frac{1}{T} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

すなわち式(4)によって、ある値が各系列において生起する確率 $F_{r_1}, F_{r_2}, \dots, F_{r_n}$ の和が $\frac{1}{T}$ となるような値を試算によってみつけねばよいわけである。かりに 310 mm が

- ① 年間第 1 位の系列で確率計算した時 $F_{r_1}=0.0076$
- ② 年間第 2 位の系列で確率計算した時 $F_{r_2}=0.0015$

- ③ 年間第 3 位の系列で確率計算した時 $F_{r_3}=0.0007$
- ④ 年間第 4 位の系列で確率計算した時 $F_{r_4}=0.0001$
- ⑤ 年間第 5 位の系列で確率計算した時 $F_{r_5}=0.00003$

$$F_r = \sum_{n=1}^{\infty} F_{r_n} = 0.0076 + 0.0015 + 0.0007 \\ + 0.0001 + 0.00003 + \dots = 0.01 \quad \left. \right\} \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$T = \frac{1}{F_r} = \frac{1}{0.01} = 100 \quad \left. \right\}$$

すなわち、従来の計算では 100 年確率が 300 mm と計算されていたのであるが、本研究の解析例では以上のとおり 310 mm となることがわかるであろう。

3. 従来の年間第 1 位のみによる計算と第 2 位以下を考慮した計算値との比較およびその考察

この計算においては表-1 に示すとおり、石川県 5 地点、富山県 3 地点、福井県 2 地点、計 10 地点の北陸河川流域における日雨量資料を用いて解析した。

表-1 解析地点名

No.	地 点	統計年数 (年)	期 間 (年)	備 考
1	金 沢	80	M. 19~S. 40	
2	湯 浦	35	T. 12~S. 40	S. 22, 23, 24, 25, 28, 32, 33, 40 は欠測 があるため資料としては採用しない。
3	大聖寺	36	T. 12~S. 40	T. 12, 13, S. 30 は欠測があるため採用しない。 S. 15, 22, 23, 24 は欠測。
4	小 松	43	T. 12~S. 40	
5	中 宮	43	T. 12~S. 40	
6	富 山	57	M. 40~S. 40	M. 41, T. 12 は欠測。
7	魚 津	44	M. 40~S. 40	M. 41, T. 10, 11, 12, 14, S. 3, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 23 は欠測。
8	中 田	46	M. 42~S. 40	T. 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, S. 6, 7, 8, 9 は 欠測。
9	福 井	70	M. 30~S. 42	S. 20 は欠測。
10	大 野	65	M. 30~S. 42	M. 30, T. 9, S. 2, 3, 19, 20 は欠測。

注: ① No. 1~No. 5 は石川県、No. 6~No. 8 は富山県、No. 9~No. 10 は福井県内の資料。

② 期間と備考欄における M. は明治、T. は大正、S. は昭和を意味する。

(1) 同一雨量値に対する確率年の比較

確率の計算にはいくつかの方法があるが⁷⁾、水文関係で代表的と考えられている順序統計学的方法 (Hazen Plot の場合) と積率法の 2 方法によって計算した。まず年最大値の系列について、それぞれ 100 年、80 年、60 年、10 年確率雨量値を求め、そして、その計算されたそれぞれの値に対して年間第 2 位以下の系列について F_r を計算し、前述の要領で確率年を推定した。その結果の比較は表-2 に示すとおりである。

(2) 同一確率年に対する雨量値の比較

前述の要領で同じく 2 方法によって推定し、その結果の比較は表-3 に示すとおりである。

表-2 同一雨量に対する確率年の比較表

No.	地 点	資料数 (n)	洪 水 年 T(年)			
			100	80	60	10
1	金沢	80	100 99	80 79	60 59	10 9
2	湯浦	35	99 95	79 76	59 56	9 8
3	大聖寺	36	100 99	80 79	60 59	10 9
4	小松	43	100 89	80 71	60 54	10 9
5	中宮	43	100 100	80 80	60 60	10 10
6	富山	57	100 100	80 80	60 60	10 10
7	魚津	44	100 99	80 79	60 59	10 9
8	中田	46	94 83	75 67	56 47	8 7
9	福井	70	100 100	80 80	60 60	10 10
10	大野	65	100 98	80 78	60 58	10 9

注：① 資料数 n は年単位である。

② 洪水年欄の上段は順序統計学的方法、下段は積率法によるもの。

(3) 考 察

表-2, 3 をみると、No. 8 の中田が多少差がある程度で、全体としてはそんなに大きな差のないことがわかる。特に No. 5 の中宮、No. 6 の富山、No. 9 の福井では、従来の計算値と全く一致している。これは年間第1位の占める比率が非常に大きく、第2位以下の占める比率の小さいことを示している。以上の検討結果より従来の計算と比較すると、大小の差はあれ同一雨量値に対する確率年は低く、同一確率年に対する雨量値は当然大きくなり、したがって、従来の方法では洪水など水文諸量の生起頻度、またはその値を多少なりとも過小評価していたことになるわけである。このことは、わが国のように計画の対象として超過確率 1/100 程度、すなわち 100 年確率以下の比較的生起頻度の大きい洪水などの水文諸量をとり扱かう場合には、この点を十分検討しなければならないものといわなければならぬであろう。しかし全体としてみれば、確率年においても、あるいは同一確率年で値を比較した場合でも大きな差ではなく、ただ確率年が小さくなるほど、その差の割合が大きくなつてゆく傾向があるようである。

4. おわりに

水文諸量の統計的解析方法は、水工計画に有用な資料を提供するための一つの有力な手段であって、これまでにも多くの研究者によって多彩な研究が進められてきた。しかし従来の計算では、年間最大値のみを対象として確率計算しているため、2位以下の生起事象が全く考慮されていないという不合理性がある。本研究は、この問題に対する考察として、水文諸量の分布関数として

表-3 同一確率年にに対する雨量の比較表

(a) 順序統計学的方法

No.	地 点	資料数 (n)	確 率 雨 量 (mm)			
			100 年	80 年	60 年	10 年
1	金沢	80	178.0 178.0	174.3 174.3	168.3 168.3	132.4 132.4
2	湯浦	35	173.3 173.7	169.1 169.4	163.5 164.0	127.4 129.5
3	大聖寺	36	234.5 234.5	227.0 227.0	217.5 217.5	157.9 157.9
4	小松	43	172.9 172.9	168.3 168.3	162.4 162.4	124.4 124.4
5	中宮	43	291.1 291.1	280.9 280.9	267.9 267.9	187.7 187.7
6	富山	57	238.5 238.5	230.3 230.3	219.9 219.9	155.7 155.7
7	魚津	44	199.5 199.5	193.8 193.8	186.4 186.4	139.6 139.6
8	中田	46	162.4 163.5	158.1 159.3	152.6 153.9	116.9 120.7
9	福井	70	186.0 186.0	180.9 180.9	174.4 174.4	132.6 132.6
10	大野	65	228.0 228.0	220.9 220.9	211.8 211.8	154.7 154.7

(b) 積 率 法

No.	地 点	資料数 (n)	確 率 雨 量 (mm)			
			100 年	80 年	60 年	10 年
1	金沢	80	184.6 184.8	179.8 180.1	173.6 174.0	134.2 135.3
2	湯浦	35	159.3 160.1	155.8 156.6	151.3 152.2	121.6 124.1
3	大聖寺	36	209.8 210.2	204.9 205.2	198.5 198.9	154.9 155.7
4	小松	43	173.4 176.0	168.9 171.2	163.1 165.3	125.0 126.1
5	中宮	43	309.5 309.5	297.0 297.0	282.1 282.1	191.0 191.0
6	富山	57	261.3 261.3	250.7 250.7	237.2 237.2	158.6 158.6
7	魚津	44	207.2 207.4	200.9 201.3	193.0 193.4	142.6 144.0
8	中田	46	159.4 162.6	155.3 158.5	149.9 153.3	115.4 120.6
9	福井	70	207.4 207.4	199.8 199.8	190.1 190.1	133.7 133.7
10	大野	65	264.2 265.5	252.7 253.9	238.2 239.8	157.0 161.0

注：① 資料数 n は年単位である。

② 上段は第2位以下を考慮しなく、下段は考慮したもの。

主用されている対数正規分布について、北陸河川流域における 10 地点の日雨量資料を対象として、年間第2位以下の生起確率をも考慮した確率計算による吟味を行ない、従来の方法と比較検討したものである。その結果、大小の相違はあるが従来の方法では、水文諸量の生起頻度、または同じ生起頻度に対する諸量を多少なりとも過小に評価していたことになるが、しかし全体的にみれば、従来の方法による値でもそんなに大きな差ではなく、実用上は別に大した問題がないように思われるであろうことを実際の資料を用いた計算によって示すことができた。

しかし、ここで年間第1位、2位、3位……の資料に対して、それぞれ適合度の異なるものを同等に判断して解析を進めてよろしいか否かという議論が起こるであろうと思われる。この問題については、確かに適合度は

それぞれ異なるのであるが、確率計算をする場合に実用的な適合度検定の方法も提案されている⁶⁾。この方法は、適合度検定における支配曲線の中に点が入っておれば適合度がよろしいとするもので、この場合も同じく支配曲線内にあれば、これらの資料は同等と考えて差し支えないものと思われる。もし資料値の一部が曲線外にプロットされた場合はだめというわけではなく、そのときは検定の幅をゆるめるなり、あるいは別の観点から考察してみなければならぬわけである。

最後に本研究は、文部省特定研究費（研究代表者：京都大学 角屋 隆教授および大阪大学 室田 明教授）による研究成果の一部であり、有益なご忠言を賜わった京都大学 角屋 隆教授、資料の収集に種々ご援助いただいた富山、金沢および福井地方気象台の担当者各位、ならびに計算に当たってご協力願った当時学生の金沢忠幸（名古屋市役所）、林 勝美（東洋建設株式会社）、

高井竜生（鹿島建設株式会社）の諸君に対して深甚の謝意を表する次第である。

参考文献

- 1) Foster, H.A. : Duration Curve, Trans. ASCE, 99, 1934.
- 2) 石原藤次郎・岩井重久：水文学一水文図学・水文統計学、土木技術, 1946.
- 3) 岩井重久：確率洪水推定法とその本邦河川への応用、統計数理研究 2-7, 1949.
- 4) 石原藤次郎・岩井重久：降雨曲線の決定に関する一統計的方法、建設工学 1, 1947.
- 5) 石原藤次郎・岩井重久・川本正身：流況曲線の統計的推定法、土木研究 1, 1948.
- 6) 角屋 隆：雨量分布とその年最大値の分布、京都大学防災研究所年報 4, 1961.
- 7) 高瀬信忠：水文学における対数正規分布の解法、土木技術資料 2-12, 1960.
- 8) 高瀬信忠：対数正規分布に関する順序統計学的考察、土木学会論文集 47, 1957.

(1968. 5. 7・受付)

土木図書館蔵書目録 第1集・第2集

先に創立 50 周年記念事業の一環として建設されました土木図書館の蔵書目録 第1集・第2集 が土木図書館運営委員会の協力を得て刊行されておりますのでご利用下さい。

内 容:	図書館規程/同利用規定/分類記号/和書/洋書/国際会議論文集/雑誌/土木図書館フィルムライブラリー		
体 裁:	第1集 A5判	タイプ印刷	236 ページ
定 價:	700 円	会員特価: 600 円	200 円 会員特価: 150 円
送 料:	100 円		50 円

鹿島研究所出版会 専門分野別在庫目録

土木・都市・建設経営・施工管理

〈図書目録呈〉

新刊

●道路経済学

モーリング著 松浦義満訳
A 5 判 230頁 ￥1,400

●建築経済

P.A.ストレーン著/古川・藤上共訳
A 5 判 220頁 ￥1,200

●土木新技术選書(第1期・全5巻)

沼田・尾之内・種谷監修
A 5 判 各巻共図版多数 ￥1,000~1,400

●土木一般

●土木年鑑1968 ￥3,500
●土木工事のり面保護工 ￥1,500
●鉄筋コンクリートの耐久性 ￥430
●アーチダム ￥2,000
●基礎反力の解法 ￥800
●山口昇博士論文選集 ￥1,000

●高速道路計画論	￥2,400	●フランスの都市計画	￥ 900
●建設機械手帳1968年版	￥ 300	●都市の新しい運輸計画	￥ 750
●土木・建築の防護防食	￥1,200	●オランダの総合開発計画	￥2,000
●現場技術者のための土質工学	￥2,500	●東京2,000万都市の改造計画	￥1,500
●土地造成	￥1,000	●都市の土地利用計画	￥3,200
●トンネル施工の問題点と対策	￥1,300	●国土と都市の造形	￥5,600
●軟弱粘土の圧密	￥ 800	●高藏寺ニュータウン計画	￥2,700
●軟弱地盤における建築の地下掘削工法	￥ 590	●ランドスケープ・アーキテクチャ	￥5,300
●井筒基礎	￥ 450	建設経営・施工管理	
●簡易渠道の計画と設計	￥ 980	●現場技術者のための わかりやすいPERT・CPM	￥1,600
●建設工事用荷役・運搬の計画と設計	￥1,200	●新しい工程管理 —PERT・CPMの理論と実際—	￥1,300
●アースドリル基礎工法	￥ 600	●建設業成功の秘訣	￥ 680
●構造物基礎の応力調整工法	￥ 580	●新版ジョイント・ヴェンチュア	￥ 480
●道路土工の調査から設計施工まで	￥1,300	●国際ジョイント・ヴェンチュア	￥1,500
●シールド工法	￥1,600	●工事入手から未収金回収まで	￥ 480
●水底トンネル	￥ 840	●建設経営入門	￥ 750
●爆破一付ANFO爆薬	￥ 900	建設業経営選書(全13巻)	
●工事管理	￥ 800	●建築の施工計画	￥ 750
●工事原価管理	￥ 650	●建設業における電子計算機の利用	￥ 700
●都市工学		●建設請負の法律実務	￥ 700
●都市問題事典	￥ 3,500	●建設業の経理(改訂版)	￥ 780
●都市問題概説	￥ 950	●建築の施工管理	￥ 750
●都市開発講座(全3巻)	各 ￥ 980	●建設業の原価管理	￥ 750
●道路と景観—景観工学への序説	￥ 760	●建設業の企画と調査	￥ 750
●駐車場の計画と設計	￥2,500	●土木の見積と工程管理	￥ 980
●新都市の計画	￥2,500	●建設機械と仮設機材の管理	￥ 780
●都市の自動車交通	￥4,800	●建設業の管理組織	￥ 870
●新しい都市の未来像	￥ 920		

鹿島研究所出版会

■ 東京都港区赤坂六丁目 5-13 電話(582)2251 振替東京180883