

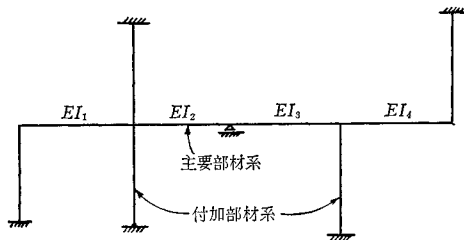
Reduction 法によるリブ アーチの解析

桑 山 八 洲 彦*
成 岡 昌 夫**

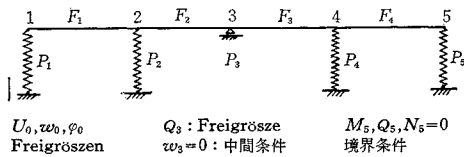
1. はじめに

Reduction 法 (還元法) による構造物の解析については、すでに文献 1) が刊行されており、これによってその大要が理解できる。この著書には、連続ばり、開ラーメン (offene Rahmentragwerke)、閉ラーメン (geschlossene Rahmentragwerke)、フィレンデール桁、格子桁の解析が含まれている。著者の一人 (成岡) は、文献 2) において、reduction 法の考え方を連続ばりを例にとって解説し、ねじり剛性のない格子桁に対する解法を示した。文献 1) では、ラーメンに対しては、図-1 の

図-1 ラーメンとその置き換えられた構造
(1) もとのラーメン



(2) 置換された けた



$$\begin{pmatrix} u_k(l_k) \\ w_k(l_k) \\ \varphi_k(l_k) \\ M_k(l_k) \\ Q_k(l_k) \\ N_k(l_k) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(l_k/EF_k) \\ 0 & 1 & -l_k & (1/2)(l_k^2/EI_k) & (1/6)(l_k^3/EI_k) & 0 & w_{k0}(l_k) \\ 0 & 0 & 1 & -(l_k/EI_k) & -(1/2)(l_k^2/EI_k) & 0 & \varphi_{k0}(l_k) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & l_k & 0 & M_{k0}(l_k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & Q_{k0}(l_k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & N_{k0}(l_k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k(0) \\ w_k(0) \\ \varphi_k(0) \\ M_k(0) \\ Q_k(0) \\ N_k(0) \\ 1 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (1)$$

ように、主要部材系 (Hauptstrang) と付加部材系 (Nebenstrang) に分割し、この付加部材系をすべてばねに置換し、主要部材系がこのばねによって支持されるものとし、連続ばりの場合と同様な手法で解析している。

連続ばり、開・閉ラーメンなどが reduction 法で解析しようとなると、残る平面構造物は、さしあたり、アーチ、および、アーチ系構造物 (タイド アーチ、ランガーガーター、ローゼ ガーター) である。

この見地から、まず、リブ アーチ (単一アーチ、および、連続アーチ) の reduction 法による解析を試みたので、ここに発表し、批判を仰ぎたいと思う。

2. スパン伝達マトリックス (Feldmatrix), および、支承点伝達マトリックス (Punktmatrix)

部材 k のたわみ曲線の微分方程式は

$$[EI_k \cdot w_k''(x_k)]'' = q_k(x_k)$$

である。アーチ系部材では、このほかに部材に軸方向力が作用するので、軸方向における力のつりあいを考える必要がある。これは次式で表わされる。

$$-[EF_k \cdot u_k'(x_k)]' = p_k(x_k)$$

断面一定の場合についてこれを解き、 u, w を求め、ついで、 $\varphi = -dw/dx, M_k = EI \cdot d^2w/dx^2, Q = EI \cdot d^3w/dx^3, N = -EF \cdot u'$ を求める³⁾。これらの式に、部材の左端と右端の条件を導入し、これを matrix の形式に書き改めると、つぎのようになる。

* 正会員 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻修士課程
** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

ここで、 (u, N) , (w, Q) , (φ, M) は、おのおの共役対 (konjugierten Paar) で、それぞれ、部材の軸方向、軸方向に対して垂直方向、回転の変形量、および、断面力である。

式 (1) の 7 行 7 列の matrix をスパン伝達マトリックスという。

部材の左・右端の断面力・変形量は、図-2 に示すものが正である。支承点伝達マトリックスは、部材の中間に支点あるいはばねが介在する場合、部材の格点の左・右の断面力と変形量の関係を示す matrix で、式 (2) に示す 7 行 7 列の matrix である。

$$\begin{pmatrix} u_{k+1}(0) \\ w_{k+1}(0) \\ \varphi_{k+1}(0) \\ M_{k+1}(0) \\ Q_{k+1}(0) \\ N_{k+1}(0) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & a_{43} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{52} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{61} & 0 & a_{63} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k(l_k) \\ w_k(l_k) \\ \varphi_k(l_k) \\ M_k(l_k) \\ Q_k(l_k) \\ N_k(l_k) \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ w_k^s \\ \varphi_k^s \\ M_k^s + M_{k0} \\ Q_k^s + Q_{k0} \\ N_{k0} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots (2)$$

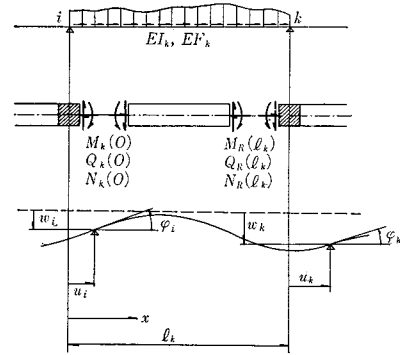
ここにおいて、 $w_k^s, \varphi_k^s, M_k^s, Q_k^s$ は飛躍量 (Sprunggröße) であって、前述の中間支点において生じた変位が拘束されることによって生じた未知量である。 M_{k0}, Q_{k0}, N_{k0} は中間支点またはばねに作用する外力、あるいは格点力である。また、 $a_{41}, a_{43}, a_{52}, a_{61}, a_{63}$ などばね定数である。

連続ばりの場合には、第 1 行 (列)、第 6 行 (列) が消失し、文献 1), p. 16 に示すように、 $a_{52} = -k_k, a_{43} = -K_k$ であり、 $M_{k0} = Q_{k0} = 0$ である。

3. 回転点マトリックス (Verdrehende Punkt-matrix)

アーチ系構造物のアーチの曲線部分をそのまま取り扱おうのでなく、アーチ部材をある間隔に区切って、その区間は直線とみなし、アーチ部材を多角形部材におきかえる。連続ばりの場合には、部材が直線であるから問題ないが、アーチの場合には格点の左右において、部材の

図-2 桁の要素 l_k の断面力, 変形の正の方向



傾斜が異なっているから、特別の配慮が必要である。

図-3 において、格点 k の左側から、各断面力、変形量が右側へ伝達される時、その格点において、なんら条件がなく、また、外力も作用しない場合には、格点の左・右における変形量および断面力は式 (3), (4) のように表わされる。

$$\begin{pmatrix} u_{k+1}(0) \\ w_{k+1}(0) \\ \varphi_{k+1}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_k - \theta_{k+1}) & \sin(\theta_k - \theta_{k+1}) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_{k+1}) & \cos(\theta_k - \theta_{k+1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k(l_k) \\ w_k(l_k) \\ \varphi_k(l_k) \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots (3)$$

および、

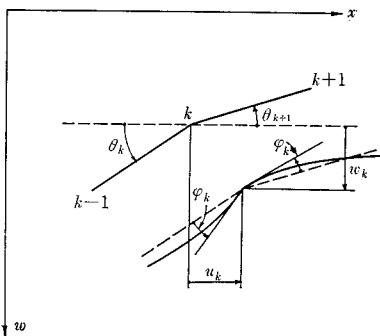
$$\begin{pmatrix} Q_{k+1}(0) \\ N_{k+1}(0) \\ M_{k+1}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_k - \theta_{k+1}) & -\sin(\theta_k - \theta_{k+1}) & 0 \\ \sin(\theta_k - \theta_{k+1}) & \cos(\theta_k - \theta_{k+1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_k(l_k) \\ N_k(l_k) \\ M_k(l_k) \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots (4)$$

つぎに格点に作用する外力の項を考えよう。ただし、これらの記号の正符号の方向は、図-4 に示すとおりである。外力は格点に作用し、これが新しくつぎに考える部材の左端における断面力として導入されることになる。したがって、各外力をつぎに考える部材の各成分 (M, Q, N) に分割すると、

$$\left. \begin{aligned} M_k' &= M_{k0}' \\ Q_k' &= Q_{k0}' \cdot \cos \theta_{k+1} + N_{k0}' \cdot \sin \theta_{k+1} \\ N_k' &= -Q_{k0}' \cdot \sin \theta_{k+1} + N_{k0}' \cdot \cos \theta_{k+1} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

これらを総合して、多角形部材の格点において、いわ

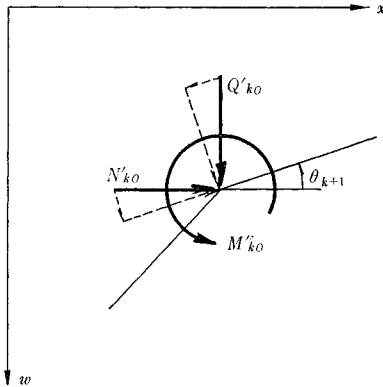
図-3



ゆる直線部材の支承点マトリックスに対応するものとして、部材の傾斜角 θ が変化していることを考え、式 (3)、

$$\begin{matrix} u_{k+1}(0) \\ w_{k+1}(0) \\ \varphi_{k+1}(0) \\ M_{k+1}(0) \\ Q_{k+1}(0) \\ N_{k+1}(0) \\ 1 \end{matrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi_k & \sin \psi_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \psi_k & \cos \psi_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \psi_k & -\sin \psi_k & Q_k' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \psi_k & \cos \psi_k & N_k' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} u_k(l_k) \\ w_k(l_k) \\ \varphi_k(l_k) \\ M_k(l_k) \\ Q_k(l_k) \\ N_k(l_k) \\ 1 \end{matrix} \quad \dots\dots\dots (6)$$

図-4



式 (6) の 7 行 7 列の matrix を回転点マトリックス (Verdrehende Punktmatrix) ということにしよう。

4. 単純リブ アーチの解析

単純リブ アーチを多角形状の剛節構造物として、スパン伝達マトリックス、回転点マトリックスを用いて解析しよう。対象とするアーチを図-5に示す。このアーチを図-6のような剛節多角形部材に変換して解くのである。

初期条件のうち、伝達されるべき未知量 (Freigröße) は、起拱点における曲げモーメント M_0 、せん断力 Q_0 、および、軸方向力 N_0 であり、これを初期ベクトルと称する。初期ベクトルを $\eta_1(0)$ 、スパン伝達マトリックスを F_k 、回転点マトリックスを O_k とすると、

$$\begin{matrix} \eta_1(l_1) = F_1 \cdot \eta_1(0) \\ \eta_2(0) = O_1 \cdot F_1 \cdot \eta_1(0) \\ \vdots \\ \eta_n(l_n) = F_n \cdot O_{n-1} \cdot F_{n-1} \cdot \dots \cdot F_2 \cdot O_1 \cdot F_1 \cdot \eta_1(0) \end{matrix} \quad \dots\dots\dots (7)$$

この $\eta_n(l_n)$ に含まれる未知量 (M_0 , N_0 , O_0) を右端の境界条件 $u=w=\varphi=0$ で求めるのである。

この解析法を東京大学大型計算機 HITAC 5020 に対してプログラムした。その Flow Chart を図-7に示す。

(4), (5) を総合して、もし、この格点がばねで支えられていないとすれば、 $\psi_k = Q_k - Q_{k+1}$ として、

図-5 計算の対象とした 1 スパン固定アーチ

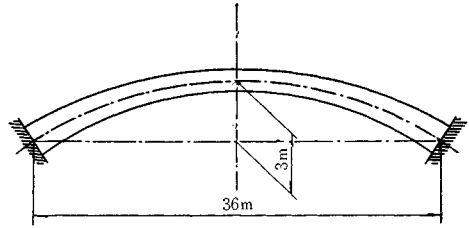


図-6 置き換えられた多角形剛節構造

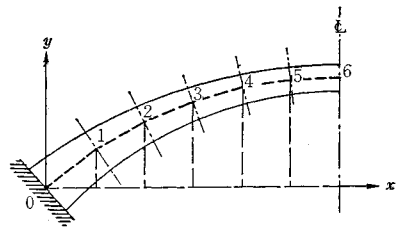
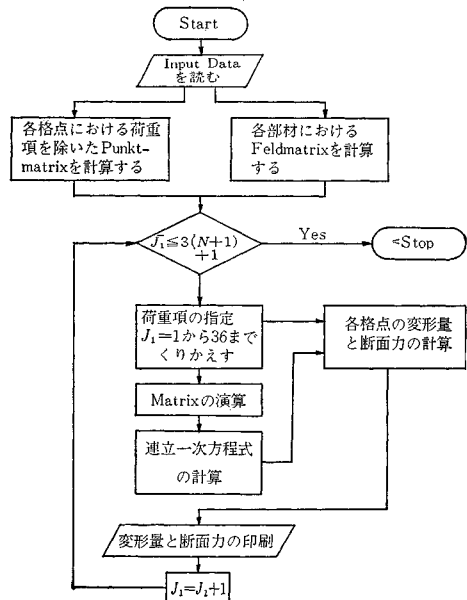


図-7 Flow Chart



このプログラムにおいては、格点にのみ P (鉛直荷重), Q (水平荷重), および、 M (モーメント荷重) が作用し、部材の中間荷重が作用しないものとしてある。

したがって、通常、影響線といえば、鉛直荷重によるものを考えるが、この場合には、上記の $P, Q, M=1$ の三つの荷重の場合が求められる。

計算例(1)

文献4)に示すスパン36mの固定アーチを計算の対象にとる。これを拱軸線の水平投影を図-6のように12等分した場合の座標値は、表-1のようである。部材の両端における値(I, F)の平均値をもって、一定とみなすべき部材の I, F とすれば、表-2のようになれる。

表-1 拱軸線格点の座標値

	0	1	2	3	4	5	6
x	0.	3.00000	6.00000	9.00000	12.00000	15.00000	18.00000
y	0.	1.56771	2.71944	3.53911	4.08537	4.39816	4.50000

表-2 計算に用いる断面の諸値

部材	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
$F(m^2)$	1.2145	1.0480	0.9145	0.8145	0.7480	0.7145
$I(m^4)$	0.14305	0.08845	0.05665	0.03985	0.03000	0.02565

この場合 Input Data として与えるものは、つぎの表-3のようである。

表-3 Input Data

Input Data						
12						
0.00000	3.00000	6.00000	9.00000	12.00000	15.00000	18.00000
15.00000	18.00000	21.00000	24.00000	27.00000	30.00000	33.00000
30.00000	33.00000	36.00000				
0.00000	1.56771	2.71944	3.53911	4.08537	4.39816	4.50000
4.39816	4.50000	4.39816	4.08537	3.53911	2.71944	1.56771
2.71944	1.56771	0.00000				
1.2145	1.0480	0.9145	0.8145	0.7480	0.7145	0.6800
0.7145	0.7145	0.7480	0.8145	0.9145	1.0480	1.2145
1.0480						
0.14305	0.08845	0.05665	0.03985	0.03000	0.02565	0.02145
0.02565	0.02565	0.03000	0.03985	0.05665	0.08845	0.14305
0.08845						
0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	1.0

つぎに、この内容を説明しよう。

12は部材数、0.0~36.0はおのおのの格点の x 座標(m)、0.0~4.500~0.0はおのおのの格点の y 座標(m)、1.2145~0.7145、0.7145~1.2145はおのおのの部材(多角形に仮想された)の断面積(m^2)、0.14305~0.02565、0.02565~0.14305はおのおのの部材の断面二次モーメント(m^4)を意味する。つぎの4行は

$$\eta_1(0) = \begin{pmatrix} M_1(0) & Q_1(0) & N_1(0) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

を意味する。

最後の1行は

$$\eta_n(l_n) = \begin{pmatrix} u_n(l_n)=0 \\ w_n(l_n)=0 \\ \varphi_n(l_n)=0 \\ M_n(l_n) \\ Q_n(l_n) \\ N_n(l_n) \\ 1 \end{pmatrix}$$

を意味し、変形、断面力が存在するとき1、存在しないときを0としている。

さて、鉛直荷重による影響線の縦距の計算結果を、起拱点、起頂点についてのみ示せば、表-4のようである。

表-4 拱起点(0)、拱頂点(6)の断面力の影響線の値(単位鉛直荷重による)

格点	M_0	Q_0	N_0	M_6	Q_6	N_6
0	0.0000	-0.8562	0.5167	0.0000	0.0000	0.0000
1	2.2801	-0.7807	0.6194	0.0600	0.0116	0.1269
2	3.1977	-0.5721	0.8930	0.1853	0.0488	0.4688
3	2.8398	-0.2600	1.2782	0.2650	0.1169	0.9601
4	1.5100	0.0989	1.6762	0.1321	0.2186	1.4862
5	-0.2528	0.4238	1.9600	-0.4194	0.3501	1.8970
6	-1.8179	0.6330	2.0164	-1.5773	+0.5000	2.0785
7	-2.6539	0.6804	1.8051	-0.4194	-0.3501	1.8970
8	-2.6215	0.5808	1.3853	0.1321	-0.2186	1.4862
9	-1.9504	0.3959	0.8824	0.2650	-0.1169	0.9601
10	-1.0466	0.2005	0.4266	0.1853	-0.0488	0.4688
11	-0.3021	0.0556	0.1146	0.0600	-0.0166	0.1269
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

これらの値は、文献4)において変形法によって得られている結果とほとんど一致する。

ただし、符号は文献4)の結果と正反対となっている。これは、この報告が文献1)の符号の規約によるからである。

5. 連続リブアーチの Reduction 法による解析

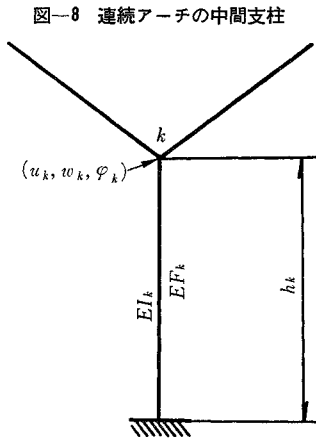
以上においては、単純アーチに対してのみ適用できる式を誘導したが、中間に支点あるいは支柱が介在する場合には、連続ばりの場合と同様な考察が必要となってくる。主要部材系、すなわちスパン伝達マトリックスを用いる部材がアーチであることがきまっている以上、他の部材(たとえば、支柱)はなんらかの方法によって、接合点のつり合い条件式を満足するようにする必要がある。これがいわゆるばねマトリックスで、付加部材系をばねに置換した matrix に相当している。また、支点、ヒンジなどの変形が拘束される点においては、この点に、新たに飛躍量を導入しなければならない。

いま、弾性支柱をもつ連続アーチについて考えよう。主要部材系と付加部材系との接合点での付加部材系の受

け持つ断面力は、その接合点での変形量の関数として表わされる。すなわち、図-8 において、下端が固定の場合

は

$$\left. \begin{aligned} M_k &= -\frac{6}{h_k^2} EI_k \cdot u_k & -\frac{4}{h_k} EI_k \cdot \varphi_k + M_{k_0}{}^{hk} \\ Q_k &= & -\frac{EF_k}{h_k} \cdot w_k & -N_{k_0}{}^{hk} \\ N_k &= -\frac{12}{h_k^3} EI_k \cdot u_k & -\frac{6}{h_k^2} EI_k \cdot \varphi_k + Q_{k_0}{}^{hk} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$



下端がヒンジの場合には、

$$\left. \begin{aligned} M_k &= -\frac{3}{h_k^2} EI_k \cdot u_k & -\frac{3}{h_k} EI_k \cdot \varphi_k + M_{k_0}{}^{hk} \\ Q_k &= & -\frac{EF_k}{h_k} \cdot w_k & -N_{k_0}{}^{hk} \\ N_k &= -\frac{3}{h_k^3} EI_k \cdot u_k & -\frac{3}{h_k^2} EI_k \cdot \varphi_k + Q_{k_0}{}^{hk} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

式 (8) を matrix 表示すると、式 (10) となる。

$$\begin{pmatrix} M_k \\ Q_k \\ N_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(6 EI_k/h_k^2) & 0 & -(4 EI_k/h_k) \\ 0 & -(EF_k/h_k) & 0 \\ -(12 EI_k/h_k^3) & 0 & -(6 EI_k/h_k^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k \\ w_k \\ \varphi_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{k_0}{}^{hk} \\ -Q_{k_0}{}^{hk} \\ -N_{k_0}{}^{hk} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $M_{k_0}{}^{hk}$ 、 $N_{k_0}{}^{hk}$ 、 $Q_{k_0}{}^{hk}$ は支柱における外力による項を示している。

相当している。このばねマトリックスを使用して、連続アーチに適用できる回元点マトリックスを導入すると、式 (11) となる。

この係数 matrix が、この場合のばねマトリックスに

$$\begin{pmatrix} u_{k+1}(0) \\ w_{k+1}(0) \\ \varphi_{k+1}(0) \\ M_{k+1}(0) \\ Q_{k+1}(0) \\ N_{k+1}(0) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi_k & \sin \psi_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \psi_k & \cos \psi_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 & \cos \psi_k & 0 & M_k' + M_k^s & M_k(L_k) \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & \sin \psi_k & -\sin \psi_k & Q_k' + Q_k^s & Q_k(L_k) \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & 0 & \sin \psi_k & \cos \psi_k & N_k' + N_k^s & N_k(L_k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k(L_k) \\ w_k(L_k) \\ \varphi_k(L_k) \\ M_k(L_k) \\ Q_k(L_k) \\ N_k(L_k) \\ 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、支柱が下端で固定されている場合には、

$$\begin{aligned} a_{41} &= -\frac{6}{h_k^2} EI_k \cdot \cos \theta_k, & a_{42} &= -\frac{6}{h_k^2} EI_k \cdot \sin \theta_k, & a_{43} &= -\frac{4}{h_k} EI_k, \\ a_{51} &= \frac{1}{h_k} EF_k \cdot \cos \theta_{k+1} \cdot \sin \theta_k - \frac{12}{h_k^3} EI_k \cdot \cos \theta_k \cdot \sin \theta_{k+1} \\ a_{52} &= \frac{1}{h_k} EF_k \cdot \cos \theta_k \cdot \cos \theta_{k+1} - \frac{12}{h_k^3} EI_k \cdot \sin \theta_k \cdot \sin \theta_{k+1}, & a_{53} &= -\frac{6}{h_k^2} EI_k \cdot \sin \theta_{k+1} \\ a_{61} &= -\frac{1}{h_k} EF_k \cdot \sin \theta_k \cdot \sin \theta_{k+1} - \frac{12}{h_k^3} EI_k \cdot \cos \theta_k \cdot \cos \theta_{k+1} \\ a_{62} &= \frac{1}{h_k} EF_k \cdot \cos \theta_k \cdot \sin \theta_{k+1} - \frac{12}{h_k^3} EI_k \cdot \sin \theta_k \cdot \cos \theta_{k+1}, & a_{63} &= -\frac{6}{h_k^2} EI_k \cdot \cos \theta_{k+1} \end{aligned}$$

M_k' 、 Q_k' 、 N_k' は、式 (5) に示されているものである。また、 M_k^s 、 Q_k^s 、 N_k^s は支点が介在する場合に新たに生ずる飛躍量である。

また、支柱が下端でヒンジの場合には、式 (11) において、要素 $a_{41} \sim a_{63}$ だけが異なり、以下のようになる。

$$\begin{aligned} a_{41} &= -\frac{3}{h_k^2} EI_k \cdot \cos \theta_k, & a_{42} &= -\frac{3}{h_k^2} EI_k \cdot \sin \theta_k, & a_{43} &= -\frac{3}{h_k} EI_k \\ a_{51} &= \frac{1}{h_k} EF_k \cdot \cos \theta_{k+1} \cdot \sin \theta_{k+1} - \frac{3}{h_k^3} EI_k \cdot \cos \theta_k \cdot \sin \theta_{k+1} \\ a_{52} &= -\frac{1}{h_k} EF_k \cdot \cos \theta_k \cdot \cos \theta_{k+1} - \frac{12}{h_k^3} EI_k \cdot \sin \theta_k \cdot \sin \theta_{k+1}, & a_{53} &= -\frac{3}{h_k^2} EI_k \cdot \sin \theta_{k+1} \end{aligned}$$

$$\alpha_{61} = -\frac{1}{h_k} EF_k \cdot \sin \theta_k \cdot \sin \theta_{k+1} - \frac{3}{h_k^3} EI_k \cdot \cos \theta_k \cdot \cos \theta_{k+1}$$

$$\alpha_{62} = \frac{1}{h_k} EF_k \cdot \cos \theta_k \cdot \sin \theta_{k+1} - \frac{3}{h_k^3} EI_k \cdot \sin \theta_k \cdot \cos \theta_{k+1}$$

$$\alpha_{63} = -\frac{3}{h_k^2} EI_k \cdot \cos \theta_{k+1}$$

計算例 (2)

対象としたのは、図-9 に示す 2 スパン連続アーチで、図-5 の単純固定アーチの断面の諸性質をそのまま用いて 2 スパンとし、中間支柱で連続としたものである。連続アーチの両端、支柱の下端ともに固定である。

この場合の Input Data は表-5 のようである。

図-9 2 スパン連続アーチ

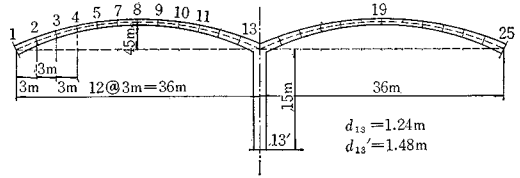


表-5 2 スパン連続アーチ (図-9) の場合の Input Data

1)	24												
2)	0.0	3.0	6.0	9.0	12.0	15.0	18.0	21.0	24.0	27.0	30.0	33.0	36.0
	39.0	42.0	45.0	48.0	51.0	54.0	57.0	60.0	63.0	66.0	69.0	72.0	
3)	0.00000	1.56771	2.71944	3.53911	4.08537	4.39816	4.50000	4.39816	4.08537	3.53911	2.71944	1.56771	0.00000
	2.71944	1.56771	0.00000	1.56771	2.71944	3.53911	4.08537	4.39816	4.50000	4.39816	4.08537	3.53911	2.71944
	4.08537	3.53911	2.71944	1.56771	0.00000								
4)	1.2145	1.0480	0.9145	0.8145	0.7480	0.7145	0.7145	0.7480	0.8145	0.9145	1.0480	1.2145	1.0480
	1.2145	1.2145	1.0480	0.9145	0.8145	0.7480	0.7145	0.7145	0.7480	0.8145	0.9145	1.0480	1.2145
	1.0480	1.2145											
5)	0.14305	0.08845	0.05665	0.03985	0.03000	0.02565	0.02565	0.03000	0.03985	0.05665	0.08845	0.14305	0.05665
	0.08845	0.14305	0.05665	0.03985	0.03000	0.02565	0.02565	0.03000	0.03985	0.05665	0.08845	0.14305	0.05665
	0.03985	0.05665	0.08845	0.14305									
6)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7)	1												
8)	15.0												
9)	1.4662												
10)	0.25704												
11)	1												
12)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13)	0	0	0	1	1	1	1						

上の Data の説明を示そう。

(1) アーチ部材を多角形材と考えた場合の部材数、この場合は x 軸上への投影を、おのおののアーチについて 13 等分しているから、24 となる。

(2) x 方向の座標 (m)

(3) y 方向の座標 (m)

(4) 各部材の断面積 (m^2)。ここでは、各格点における F の平均値をもって、その部材の断面積 (一定) とみなしている。

(5) (4) と同じような意味での、各部材の断面 2 次モーメント (m^4) (一定)

(6) アーチの格点に支柱が存在するときには 1, 存在しないときには 0

(7) (6) と重複するが、支柱の数

(8) 支柱の長さ (m)

(9) 支柱の断面積 (m^2) (一定), ここでも上端と下端の平均値をとって、一定とみなしている。

(10) 支柱の断面 2 次モーメント (m^4)

(11) 支柱下端の支点の形式, 固定の場合は 1, ヒンジの場合 0 である。

表-6 起拱点の断面力の影響線の値 (単位鉛直荷重による)

格点	M		Q		N	
	還元法	変形法	還元法	変形法	還元法	変形法
1	0.0000	0.0000	-0.8562	-0.8562	0.5167	0.5167
2	2.4650	2.4608	-0.8074	-0.8071	0.5736	0.5739
3	3.8756	3.8677	-0.6701	-0.6695	0.7258	0.7263
4	4.2137	4.2151	-0.4579	-0.4579	0.9417	0.9416
5	8.6074	3.6204	0.2019	0.2026	1.1667	1.1662
6	2.3678	2.3830	0.0495	0.0488	1.3298	1.3291
7	0.9466	0.9582	0.2426	0.2420	1.3650	1.3642
8	-0.2049	-0.1986	0.3396	0.3394	1.2446	1.2438
9	-0.8291	-0.8262	0.3377	0.3375	0.9960	0.9954
10	-0.9298	-0.9267	0.2649	0.2647	0.6851	0.6850
11	-0.6810	-0.6782	0.1617	0.1617	0.3829	0.3833
12	-0.3058	-0.3047	0.0648	0.0648	0.1440	0.1443
13	0.0035	0.0036	-0.0002	-0.0002	0.0001	0.0001
14	0.0106	0.0082	-0.0095	-0.0082	0.0292	0.0288
15	-0.3859	-0.3632	0.0384	0.0389	0.0438	0.0445
16	-1.0143	-1.0173	0.1307	0.1308	0.1975	0.1975
17	-1.7868	-1.7881	0.2429	0.2426	0.3895	0.3888
18	-2.4444	-2.4453	0.3410	0.3402	0.5607	0.5597
19	-2.7611	-2.7619	0.3902	0.3898	0.6516	0.6506
20	-2.6235	-2.6243	0.3742	0.3739	0.6303	0.6295
21	-2.0959	-2.0966	0.3007	0.3004	0.5095	0.5090
22	-1.3731	-1.3744	0.1979	0.1978	0.3366	0.3365
23	-0.7757	-0.6799	0.0979	0.0982	0.1671	0.1675
24	-0.1848	-0.1860	0.0268	0.0269	0.0458	0.0460
25	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

(12) 初期ベクトル, 左から順に, $u, w, \varphi, M, N, Q, 1$ となっており, 初期条件においてその値が存在する場合は 1, そうでない場合には 0 としている。

(13) 右端, 格点 25 における境界条件.

還元法による計算結果を, 起拱点についてのみ示すと, 表-6 のようである. 文献 5) と比較して, ほぼ満足すべき結果を得ていると思われる. 符号の相違については, さきに説明したとおりである. したがって, 文献 5) の結果については, すべて符号を変えて比較しやすいようにしてある.

6. む す び

以上, 還元法による単純リブ アーチ, 連続リブ アーチ (中間支柱を有する) の解析法を示した. ほぼ満足すべき成果が得られるものと思う.

還元法による解析においては, マトリックス乗算がくり返して行なわれるので, single precision では, 不正確となって, 所期の結果が得られない. したがって,

double precision を用いている. これによれば, ほぼ信頼できる誤差範囲にとどめることができる.

三菱重工業 (株) の藤野 勉博士は, 「還元法では, 誤差が累積して, あまり好ましい方法ではない」とされているが, 著者らの経験によれば, double precision を用いて, 所期の目的を達することができると思う.

参考文献, その他

- 1) R. Kersten : Das Reduktionsverfahren der Baustatik, Verfahren der Übertragungsmatrizen, Springer, 1962
- 2) 熊野・成岡 : Reduction 法とそれによる振り剛性のない格子桁の解法, 土木学会誌, 50. 7 (昭 40.7), pp. 93~99
- 3) これらの記号の正負については, 文献 1) に従う. p. 10, および p. 72 参照
- 4) 児嶋・山本・成岡 : 変形法によるリブ アーチ構造の解法, 土木学会誌, 46. 10 (昭 36.10), pp. 19~24
- 5) 児嶋・成岡 : 変形法による連続リブ アーチの解法, 土木学会誌, 47. 2 (昭 37.2), pp. 24~29

(1967.1.21・受付)

薄肉弾性ばりの理論

V. Z. ウラソフ著

奥村敏恵・秋山成典・鈴木康弘 訳
落合重俊・佐伯晃一・堀川浩甫
B 5・342 頁 定価=1,800 円

高強度の鋼板を溶接で組立てたいわゆる薄肉断面材について, 材料力学的理論を展開, 基本的な考え方を明確に示して解明したもので, 多くの実例について計算結果を取め単に基礎的勉強に役立つのみでなく, 構造物を設計するとき, またより複雑な構造物設計への手がかりを与えるものとして関係技術者・研究者の座右の名著。

改訂 鋼 橋 III 新版

平井敦著 (東大教授工博) B5・5,500円

好評を博した第 I 巻の続刊で, 主としてローゼ桁・吊橋について, 直接の設計に役立つよう, 多数の図表と諸文献を示して実用的に解説したもので, この度, 最新の研究成果を織りこみ全面的に改訂した新版です。

★ 東京都港区芝西久保桜川町 7 番地

●主要内容

薄肉閉断面ビームシエルの理論 / 閉断面薄肉ばりの計算 / 横方向の結合材で補強された薄肉ビームシエル / 閉断面薄肉ビームシエル, せん断変形の考慮 / 端部に縦方向力とモーメントを受ける薄肉断面ばりの 3 次元安定 / 薄肉ばり, けたにおける面内曲げの安定の一般理論 / 組合せ荷重を受ける薄肉ばりの釣合い / 連続分布した弾性および剛性横方向連結材をもつ薄肉ばりの立体安定性 / 曲げねじり振動と動的安定性の一般理論 / 充実ばり / 熱応力のバイモーメント理論 / 薄肉平面曲線ばりおよび空間曲線ばり



技報堂 振替口座東京・10
電話(591)2276-9