

けた橋の固有振動周期とその固有関数を 求めるプログラムについて

— transfer matrix 法 —

山 田 善 一*
小 堀 為 雄**

1. ま え が き

構造物の動的応答は、構造物に作用する外力のもつ性質と構造物の振動性状、すなわち固有振動周期、固有振動関数（モード）、振動減衰などによって決まる。特に走行荷重による橋げたの振動性状や衝撃係数の問題では、車の振動特性、車の速さ、路面の平滑性など外力に支配される要因も多いが、特に最近では橋げたのもつ振動特性が求まるならば、不規則振動論の立場から割合に簡単に荷重走行時における橋げたの振動の様子を求めることが可能になった¹⁾。このような意味で、実際橋梁設計時において橋梁の固有周期や固有関数を計算しておくことが重要な意義をもつことになる。

しかるに、従来このような計算を複雑な変断面形状をもっている橋げたについて行なうことはかなり面倒であったので、特に長大な橋梁や振動実験を行なった橋梁以外では、あまり行なわれていない。しかし、最近振動解析によく用いられる transfer matrix を用い、電子計算機を利用することによりけた橋の固有周期と固有関数は簡単に、短時間に求めることができる。われわれは変断面性、多スパン連続性については制限なく、途中にヒンジを持つ場合、固定端の場合などいづれにも適用可能なプログラムを作成したのでここに紹介したい。

なお、実際の計算結果は割合にスパン長の長い琵琶湖大橋と新十三大橋について行なったものを例示するが、プログラムの照査はさらに多くの橋梁（ゲルバーけた橋、Dywidag 方式の橋梁などを含めて）について行なったことを付記する。

まず計算の基礎になる transfer matrix 法から説明する。

2. Transfer matrix 法

この方法は、Pestel and Leckie²⁾、Hurty³⁾ や Tho-

*正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科

**正会員 工修 金沢大学助教授 工学部土木工学科

mson⁴⁾ の本に述べられているが、ここでは簡単にその内容を紹介する。

まず、けたを 図-1 のようにモデル化する。このとき質量は各質点 m_i に集中され、はり部は質量がなく剛度のみをもっているものとする、この場合けた全体をはり部と質点部に分けて考える。各点の番号を支点および質量の中心に選び、各質点の左側の断面諸量には L を、

図-1 振動系の模型

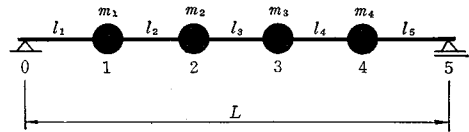
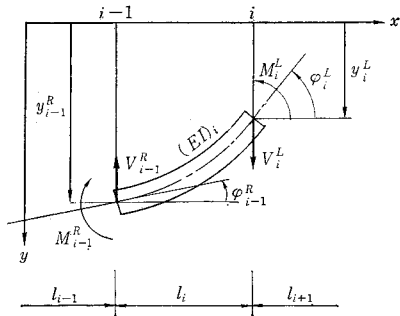
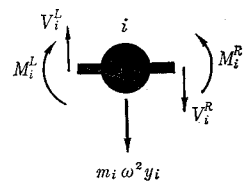


図-2 はり部のつりあい



右側のそれには R をつける 図-3 質点部のつりあい

ものとする。 $i-1$ 点と i 点の間のはり部について (図-2)、はりの左側に作用する断面諸量と右側の断面諸量の間にはつぎの関係がある (図-2 では、 L, R が逆のように見えるが、 L, R は各質点を中心に考えられており、はり中心ではないことに注意されたい)。



$$\begin{bmatrix} -y \\ \varphi \\ M \\ V \end{bmatrix}_i^L = \begin{bmatrix} 1 & l_i & \frac{l_i^2}{2(EI)_i} & \frac{l_i^3}{6(EI)_i} \\ 0 & 1 & \frac{l_i}{(EI)_i} & \frac{l_i^2}{2(EI)_i} \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -y \\ \varphi \\ M \\ V \end{bmatrix}_{i-1}^R \quad \dots (1)$$

ここに、 y は各点のたわみを、 φ は各点におけるたわみ角を、 M は各断面の曲げモーメントを、 V は各断面のせん断力をあらわす。また、 l_i ははり部の長を、 $(EI)_i$ ははり部の剛度をあらわす。さらに、式(1)をつぎのようにあらわす。

$$Z_i^L = [F]_i Z_{i-1}^R \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 Z_i^L および Z_{i-1}^R は各質点の両側のたわみ、たわみ角、曲げモーメントおよびせん断力をあらわす列ベクトルであり state vector と呼ばれ、 $[F]_i$ は式(1)のマトリックスをあらわし、はりに関するマトリックスであり field matrix と呼ばれる。

一方、質量 m の両側では図-3のようにあらわされ、左右の state vector の間の関係は、

$$\begin{bmatrix} -y \\ \varphi \\ M \\ V \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -m_i \frac{d^2}{dt^2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -y \\ \varphi \\ M \\ V \end{bmatrix}_i^L \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 m_i は各質点の質量である。

すなわち、

$$Z_i^R = [P]_i Z_i^L \dots\dots\dots (4)$$

ここに、式(2)の Z_i^L と式(4)の Z_i^R は同じものであり、 $[P]_i$ は式(3)のマトリックスであり、point matrix と呼ばれる。いま円振動数 ω の自由振動を考えて $[P]_i$ の左下の要素は、

$$-m_i \frac{d^2}{dt^2} = m_i \omega^2 \dots\dots\dots (5)$$

とおける。

式(2)と式(4)を組み合わせることで、 $i-1$ 点におけるたわみ、たわみ角、曲げモーメントおよびせん断力がマトリックス $[F]$ および $[P]$ を通して i 点の右側のそれぞれの値に移行されることがわかる。このことからこれらのマトリックスを transfer matrix という。

図-1 に示すような単純けたについては各はり質点に関するマトリックスを順次かけあわせることによって、支点0から支点5へと移行して行くことができる。すなわち、

$$Z_5^L = [F]_5 [P]_4 [F]_4 [P]_3 [F]_3 [P]_2 [F]_2 [P]_1 [F]_1 Z_0^R = [A] Z_0^R \dots\dots\dots (6)$$

としてあらわされる。

式(6)の $[A]$ は一般に、

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

とあらわされ、未知数として円振動数 ω が含まれている。

いま、支点0および5が単純支持されているものとすれば、その境界条件式は、

$$y_0^R = y_5^L = 0, M_0^R = M_5^L = 0 \dots\dots\dots (8)$$

であり、式(6)の中、

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_5^L = \begin{bmatrix} a_{12} & a_{14} \\ a_{32} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ V \end{bmatrix}_0^R \dots\dots\dots (9)$$

が成立しなければならぬ。このためには、マトリックス

$$\begin{bmatrix} a_{12} & a_{14} \\ a_{32} & a_{34} \end{bmatrix} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

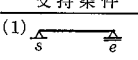
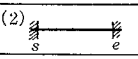
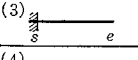
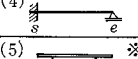
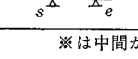
が成立しなければならぬことになり、これが振動数方程式として用いられる。

つぎに、はりの中間に弾性支点(ばね定数 k)がある場合には、支点の位置を質点と考えて $[P]$ マトリックスの左下の要素を $-k$ とおけばよい。

中間支点のある場合には上の k を ∞ としてこの方法を利用することは数値計算上好ましくない、そこで中間支点を通るごとに $y=0$ の条件から state vector の変数間の関係を整理する。また途中にヒンジのある場合には φ についての連続性がなくなるが $M=0$ の条件から整理することができる。いずれもくわしくは参考文献2)を参照されたい。

以上のように、けた橋について支持条件、スパン割、ヒンジの有無、変断面の可否に関係なく機械的に transfer matrix を導くことが可能である。なおけたの支持条件とつりあい式を表-1に示した。

表-1 支持条件とつりあい式

支持条件	境界条件	釣合い式
(1) 	$y_s^R = y_e^L = 0$ $M_s^R = M_e^L = 0$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_e^R = \begin{bmatrix} a_{12} & a_{14} \\ a_{32} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ V \end{bmatrix}_s^L$
(2) 	$y_s^R = y_e^L = 0$ $\varphi_s^R = \varphi_e^L = 0$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_e^R = \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ V \end{bmatrix}_s^L$
(3) 	$y_s^R = \varphi_s^L = 0$ $M_e^R = V_e^L = 0$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_e^R = \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ V \end{bmatrix}_s^L$
(4) 	$y_s^R = \varphi_s^L = 0$ $y_e^R = M_e^L = 0$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_e^R = \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ V \end{bmatrix}_s^L$
(5) 	$M_s^R = V_s^L = 0$ $M_e^R = V_e^L = 0$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}_e^R = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \varphi \end{bmatrix}_s^L$

※は中間が2点以上で支持されている場合のみ

さて、実際の計算では各マトリックスの係数を無次元化した方が計算しやすいので、各はりの長さ l_i 、断面2次モーメント I_i および各質点の質量 m_i をそれぞれの規準値 l_s, I_s および m_s との比、 l_i', I_i' および m_i' をもちいて、たわみ、たわみ角、曲げモーメントおよびせん断力を無次元化する。すなわち、

$$\bar{y} = y/l_s \dots\dots\dots (11)$$

$$\bar{\varphi} = \varphi \dots\dots\dots (12)$$

$$\bar{M} = l_s M / EI_s \dots\dots\dots (13)$$

$$\bar{V} = l_s^2 V / EI_s \dots\dots\dots (14)$$

とあらわす。このとき式(1)および式(3)は、

$$\begin{bmatrix} -\bar{y} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{M} \\ \bar{V} \end{bmatrix}_i^L = \begin{bmatrix} 1 & l_i' & \frac{(l_i')^2}{2 I_i'} & \frac{(l_i')^3}{6 I_i'} \\ 0 & 1 & \frac{l_i'}{I_i'} & \frac{(l_i')^2}{2 I_i'} \\ 0 & 0 & 1 & l_i' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\bar{y} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{M} \\ \bar{V} \end{bmatrix}_{i-1}^R \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{bmatrix} -\bar{y} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{M} \\ \bar{V} \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_i \omega^2 \alpha_s & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\bar{y} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{M} \\ \bar{V} \end{bmatrix}_i^L \quad \dots (16)$$

ここに、 $\alpha_s = m_s l_s^3 / EI_s$ である。

実際の計算では、まず円振動数 ω を仮定し式 (15) および式 (16) をくり返し用いて、両端の支持条件から固有値問題として固有振動数をもとめることができる。

固有振動数 ω が求められると式 (6) の最終段階で支点 5 における条件から、支点 0 における $\bar{\varphi}_0$ と \bar{V}_0 の関係が求められ、その一方をとたとえば 1.0 と仮定することによって順次式 (15) および式 (16) を用いて各質点における \bar{y}_i , $\bar{\varphi}_i$, \bar{M}_i および \bar{V}_i を求めることができる。このときの \bar{y}_i の値が固有関数である。

もし中間に支点またはヒンジがある場合は、その点で一度切って、支点では $y=0$ を、ヒンジでは $M=0$ の条件を用いて、変数間の関係を求めて単純げたの場合と同様に順次各質点における諸量を求めて行けばよい。

以下に著者が組んだプログラム [FMB] の概要を説明する。

3. プログラム [FMB] について

FMB とは、Natural Frequencies and Modes of Girder Bridges の略であり、transfer matrix 法を用いてけたの振動解析に必要な最小限のデータから、簡単に、短時間でしかも高精度の結果をえられるよう開発したサブプログラムである。その適用範囲はつぎのように広

図-4 フローチャート

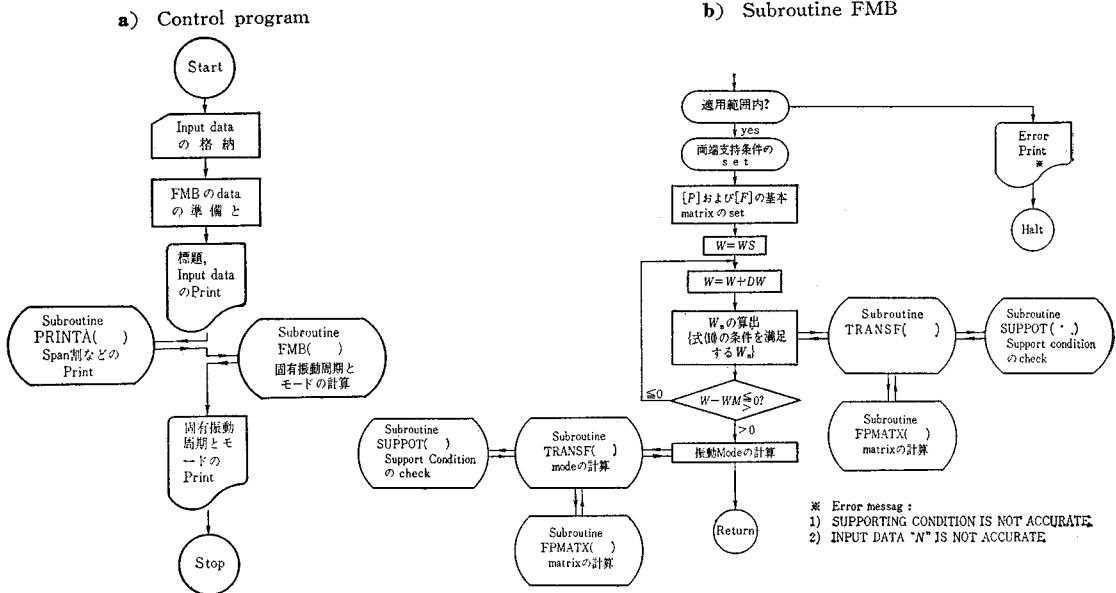


表-2 サブプログラム FMB とコントロールプログラムに使用されている記号

記号	摘要	諸注	意	例題
FMB の インプ ット デ ー タ	NSCA	けたの左端の支持条件	単純支持 SIMPL (ビット数の関係で5文字とする)	=5 HSIMPL
	NSCB	けたの右端の支持条件	固定支持 bb FIX 自由 b FREE	(b は空白) =5 HSIMPL
	N	質点数+中間支点数(弾性支持点を含む)+ヒンジ数	≤100, I4 (4桁)	0065
	WS	計算される振動数の下限 (cps)		0.6
	WM DW	計算される振動数の上限 (cps) 計算される振動数の最初の step の間隔 (cps)	各次数の振動数の間隔より小さくすること、FMB ではこの間隔よりさらに小さい 0.0001 cps の精度で計算されている。	10.0 0.1
FMB の アウ ット デ ー タ	FL	各質点、中間支点 (または弾性支持点) またはヒンジの間隔 (cm)	≤101, 等間隔がよい	
	FI	FL 間の断面2次モーメント (cm ⁴)	≤101, 鋼に換算した値	
	FW	質点上ではその重さ (kg) 中間支点上では 0.0 ヒンジ点では -1.0 E+0.8 弾性支持点では -k (ばね定数 kg/cm)	≤100, この内容によって FMB プログラム中でスパン割などが決められることに注意を要する、FL および FI より必ず1つ小さい。	
コントロール プログラ ムの イン プ ッ ト デ ー タ	WF	計算結果 固有振動数 (cps)	WS と WM の間に含まれる6コまでの数、それ以上については WS と WM をずらして再び FMB で計算すればよい。	330.0 500.0 0033
FLS	計算結果 固有関数 (モード)			
NH	計算された固有振動数の個数			
	構長 (m) 質点間隔 (cm) データ (FL, FI, FW) 読み込数	等間隔のときのみ 例題では対称であるので半数のみ読み込んであとがプログラム中で作成する。 間隔割が奇数か偶数かに注意すること I4 (桁4)		

範囲にわたっている。

(1) 計算できる範囲および用いられている記号

- a) 単けた橋および多スパン連続けた橋
- b) ヒンジを有する多スパン連続けた橋
- c) 多くの弾性支持を有するけた
- d) a), b) および c) の混合
- e) 両端の支持条件: 両端単純支持, 両端固定, 1 端固定他端自由, 1 端固定他端支持, 両端自由 (ただし中間支点 2 以上)
- f) 断面形状: 等断面および変断面
- g) 質点の間隔: 任意
- h) スパン割: 任意 (FW (I) の内容によって自動的に定められる (表-2 参照))。

FMB に用いられている記号, およびその使用上の諸注意を 表-2 に示す。プログラムのフローチャートを 図-4 に示す。

なおこの FMB はサブルーチンプログラムであるので, FMB に入る前に計算に必要な変数 (data) はコントロールプログラムで準備されなければならない。

付録-1-1 コントロールプログラムの一例

```

$YK 1      HARP
C          NATURAL FREQUENCIES AND MODES OF BIWA-
C          KO OHASHI BRIDGE
          DIMENSION FL(101), FI(101), FW(100),
1          YM(6,100), WF(6)
          NSCA=5 HSIMPL
          NSCB=5 HSIMPL
          READ (5,1000) BL, FLS, N, NH, WS, WM, DW
          N1=N+1
          N2=NH+1
          READ (5,1001)(FI(I), I=1, NH)
          READ (5,1001)(FW(I), I=1, NH)
          DO 100 I=N 2, N
          NN=N1-I
          FI(I)=FI(NN+1)
100        FW(I)=FW(NN)
          FI(N1)=FI(1)
          DO 101 I=1, N1
101        FL(I)=FLS
          WRITS (6,2000) BL, NSCA, NSCB
          WRITE (6,2001)(FI(I), I=1, N1)
          WRITE (6,2002)
          WRITE (6,2001) (FW(I), I=1, N)
          CALL PRINTA(N, FL, FW)
          CALL FMB(NSCA, NSCB, N, WS, WM, DW, FL, FI,
1          FW, WF, YM, I 3)
          WRITE (6,2003) (WF(I), I=1, I 3)
          DO 103 I=1, I 3
103        WF(I)=1.0/WF(I)
          WRITE (6,2004)(WF(I), I=1, I 3)
          DO 102 K=1, N
          WRITE (6,2005) K, (YM(I, K), I=1, I 3)
102        CONTINUE
1000       FORMAT (2 F 12.0/2I4/3 F 12.0)
1001       FOMAT (5 F 12.0)
2000       FORMAT (1 H//19 X 19 HNATURAL FREQUENCIES
1          33 HAND MODES OF BIWAKO OHASHI BRIDGE
2          /38 X 19 H (BY SUBROUTINE FMB)/
3          14 HBRIDGE LENGTH E 15.7, 2 H M/
4          21 H SUPPORTING CONDITION A 5, 1 H- A 5//

```

```

5 18 H ** INPUT DATA 1 **
2001      FORMAT (1 H ,18 H ** INPUT DATA W ** )
2002      FORMAT (1 H ,18 H ** INPUT DATA W ** )
2003      FORMAT (1 H1//20X19 HNATURAL FREQUENCIES
1          10 H AND MODFS//2X3 H NO. 13X4 H 1-ST 11X
2          4 H 2-ND 11X4 H 3-RD 11X4 H 4-TH 11X4 H 5-TH
3          11X4 H 6-TH/2X3 HCPS 1X6 E 15.7)
2004      FORMAT (1 H ,6 H PERIOD 6 E 15.7/)
2005      FORMAT (1 H ,16, 6 E 15.7)
          STOP
          END

```

付録-1-2

```

$SUB4      HARP
          SUBROUTINE PRINTA (N, FL, FW)
          DIMENSION FL (70), FW (70)
          WRITE (6,3000)
          SL=0.0
          DO 100 K=1, N
          SL=SL+FL (K)
          FWK=FW (K)
          IF (FWK. GT. 0.0) GO TO 100
          IF (FWK. EQ. 0.0) GO TO 2
          IF (FWK. LE. 1.0E+08) GO TO 3
          J1=1
          GO TO 4
5          WRITE (6, 2000)
          GO TO 100
2          J1=2
          GO TO 4
6          WRITE (6, 2003)
          GO TO 100
4          WRITE (6, 2002) SL
          SL=0.0
          GO TO (5, 6, 7) J1
3          J1=3
          GO TO 4
7          WRITE (6, 2001)
100        CONTINUE
          SL=SL+FL(N+1)
          WRITE (6, 2002) SL
3000       FORMAT (1 H /5X15 H * SPAN LENGTH *)
2000       FORMAT (1 H ,15 HELASTIC SUPPORT)
2001       FORMAT (1 H ,5 HHINGE)
2002       FORMAT (1 H ,E 15.7)
2003       FORMAT (1 H ,14 HSIMPLE SUPPORT)
          RETURN
          END

```

付録-1-3

\$ DATA					
	330.0	500.0			
6 533			0.6	10.0	0.1
42 269 000.0	45 192 000.0	48 840 000.0	52 116 500.0	56 554 500.0	
63 257 500.0	70 782 500.0	77 116 500.0	84 514 000.0	93 043 500.0	
101 123 000.0	111 407 000.0	126 913 500.0	143 121 500.0	161 356 500.0	
181 458 500.0	203 662 000.0	227 478 000.0	250 121 500.0	249 580 500.0	
220 616 800.0	189 243 000.0	158 656 000.0	127 331 500.0	104 112 000.0	
89 487 010.0	78 568 500.0	69 650 500.0	61 164 000.0	55 636 000.0	
51 793 000.0	48 579 500.0	47 007 500.0			
	22 140.0	22 520.0	23 547.0	23 792.0	23 667.0
	25 039.0	25 537.0	25 042.0	25 415.0	26 222.0
	26 160.0	26 088.0	27 677.0	28 127.0	27 857.0
	29 177.0	29 677.0	29 377.0	0.0	30 017.0
	28 215.0	27 825.0	26 422.0	24 652.0	25 037.0
	24 747.0	23 882.0	23 747.0	24 130.0	24 080.0
	23 492.0	24 052.0	24 660.0		

また計算された結果も, このコントロールプログラムで印刷して取り出されなければならない。コントロール

プログラムの一例として琵琶湖大橋の解析に用いたものを付録-1に示す。この例では質点を対称形に選んだので、dataの読み込みは半数となりあとは計算機中で作成している。

(2) 計算結果の例

われわれが計算した琵琶湖大橋および新十三大橋の振動模型とその結果を図-5および図-6に示す。計算結果の一例を付録-2に示す。また表-3にはスパン長50mの等断面けたについて行なった結果を分布質量とした場合の理論値 $= (2l^2/m^2\pi) \sqrt{w/EIq}$ と比較し、さらに、新十三大橋を変断面とした場合と等断面とした場合との比較をあげた。

この表-3から、まず単純けた ($L=50m$) について分布質量とした場合の理論値と比較すると1次および5次で1%~2%程度の差であったが、それ以外ではほとんど差が認められない(6次は質点数が少ないので、計算しなかった)*。また新十三大橋については断面変化は少ないので、等断面とした場合も変断面とした場合も大差はない。琵琶湖大橋については計算結果をも付録に示したので、ここでは固有関数について見ると、いずれの次

数についても対称性、逆対称性が1/10000から1/1000の程度で満足されていることがわかる。また固有関数の形は、図-5および図-6の下部に示した。計算時間は質点数にもよるが、この精度を保って1分から2分といった短時間であることはこの計算法およびプログラムの有利性を裏づけるものと思われる。

図-5 新十三大橋の振動模型と振動周期

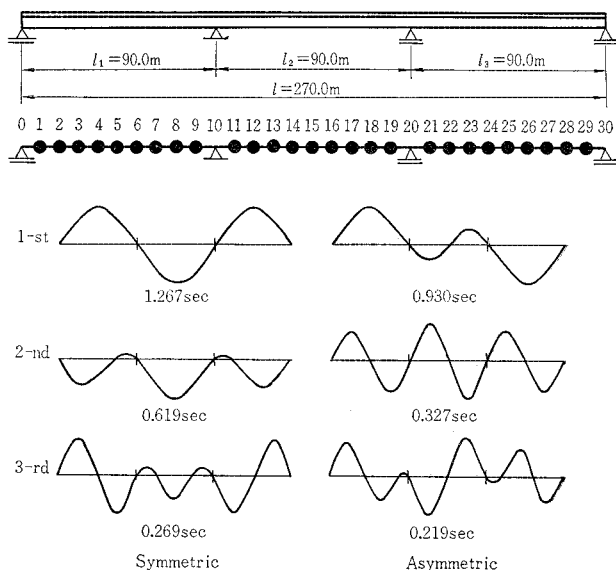
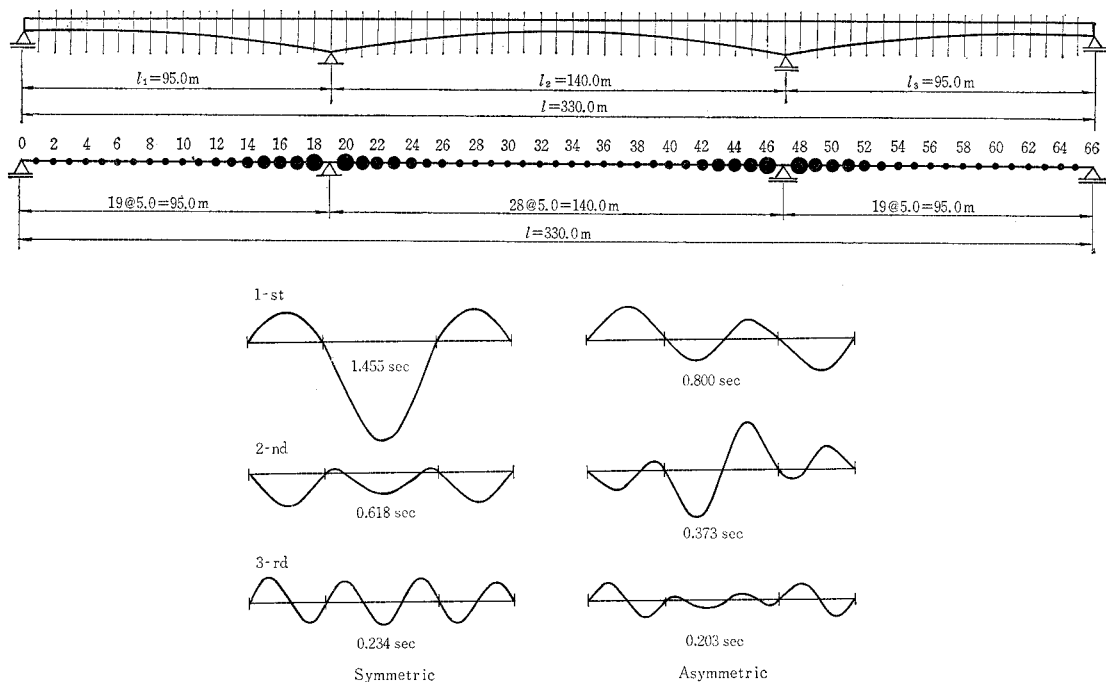


図-6 琵琶湖大橋の振動模型と振動周期



* 分布質量系とデスクリートの相似系との関係は、文献 5), 6) で論ぜられている。

付録—2—1 計算結果の一例
 NATURAL FREQUENCIES AND MODES OF BIWAKO OHASHI BRIDGE
 (BY SUBROUTINE FMB)

		NATURAL FREQUENCIES AND MODES					
NO.	1-ST	2-ND	3-RD	4-TH	5-TH	6-TH	
CPS	0.6875097E+00	0.1249573E+01	0.1618116E+01	0.2679740E+01	0.4273758E+01	0.4923821E+01	
PERIOD	0.1454525E+01	0.8002737E+00	0.6180027E+00	0.3731706E+00	0.2339861E+00	0.2030943E+00	
1	0.9932250E+00	0.9909662E+00	0.9890295E+00	0.9825509E+00	0.9721212E+00	0.9687281E+00	
2	0.1947644E+01	0.1930370E+01	0.1915582E+01	0.1866303E+01	0.1791531E+01	0.1762514E+01	
3	0.2830025E+01	0.2775080E+01	0.2728183E+01	0.2573088E+01	0.2342393E+01	0.2254691E+01	
4	0.3612756E+01	0.3491190E+01	0.3387880E+01	0.3049849E+01	0.2561231E+01	0.2381043E+01	
5	0.4274064E+01	0.4054778E+01	0.3869423E+01	0.3271173E+01	0.2438207E+01	0.2143521E+01	
6	0.4800600E+01	0.4455033E+01	0.4164788E+01	0.3243123E+01	0.2017739E+01	0.1607053E+01	
7	0.5186389E+01	0.4692395E+01	0.4280444E+01	0.2996414E+01	0.1380511E+01	0.8752209E+00	
8	0.5428189E+01	0.4772585E+01	0.4230174E+01	0.2574407E+01	0.6212351E+00	0.6301628E-01	
9	0.5524929E+01	0.4705553E+01	0.4033456E+01	0.2028644E+01	-0.1633517E+00	-0.7189572E+00	
10	0.5479246E+01	0.4506456E+01	0.3715837E+01	0.1416139E+06	-0.8844613E+00	-0.1377532E+01	
11	0.5295556E+01	0.4193103E+01	0.3905774E+01	0.7939205E+00	-0.1469965E+01	-0.1846074E+01	
12	0.4980089E+01	0.3785283E+01	0.2833334E+01	0.2155053E+00	-0.1870060E+01	-0.2089726E+01	
13	0.4543184E+01	0.3305379E+01	0.2329402E+01	-0.2738078E+00	-0.2063497E+01	-0.2109177E+01	
14	0.3996990E+01	0.2775597E+01	0.1822709E+01	-0.6398533E+00	-0.2053892E+01	-0.1935636E+01	
15	0.3352868E+01	0.2215967E+01	0.1338367E+01	-0.8559026E+00	-0.1861978E+01	-0.1614122E+01	
16	0.2621634E+01	0.1644309E+01	0.8978088E+00	-0.9070154E+00	-0.1520700E+01	-0.1201904E+01	
17	0.1813294E+01	0.1076050E+01	0.5187409E+00	-0.7834499E+00	-0.1069456E+01	-0.7584122E+00	
18	0.9368709E-00	0.5242580E-00	0.2155130E-00	-0.4815079E-00	-0.5495014E-00	-0.3406136E+00	
19	0.3056871E-06	-0.2806105E-05	0.2514664E-05	0.8863193E-05	-0.1591285E+04	-0.3653974E-04	
20	-0.9917651E+00	-0.4874600E+00	-0.1181404E+00	0.6582491E+00	0.5445344E+00	0.2237931E+00	
21	-0.2031726E+01	-0.9326342E+00	-0.1401936E+00	0.1460165E+01	0.1053031E+01	0.3276598E+00	
22	-0.3113489E+01	-0.1328341E+01	-0.6686909E-01	0.2364294E+01	0.1490085E+01	0.3145787E+00	
23	-0.4228929E+01	-0.1665227E+01	0.1011163E+00	0.3319056E+01	0.1815072E+01	0.1911501E+00	
24	-0.5367026E+01	-0.1930698E+01	0.3627294E+00	0.4258144E+01	0.1981953E+01	-0.2975426E-01	
25	-0.6511603E+01	-0.2110699E+01	0.7130988E+00	0.5095833E+01	0.1946000E+01	-0.3229871E+00	
26	-0.7640044E+01	-0.2191141E+01	0.1138101E+01	0.5735388E+01	0.1681186E+01	-0.6463268E+00	
27	-0.8724546E+01	-0.2166287E+01	0.1614478E+01	0.6082894E+01	0.1192246E+01	-0.9433664E+00	
28	-0.9733326E+01	-0.2032221E+01	0.2121234E+01	0.6058540E+01	0.5176345E+00	-0.1124400E+01	
29	-0.1063042E+02	-0.1789609E+01	0.2596526E+01	0.5605898E+01	-0.2713008E+00	-0.1244824E+01	
30	-0.1137848E+02	-0.1445663E+01	0.3028672E+01	0.4707058E+01	-0.1072536E+01	-0.1157160E+01	
31	-0.1194368E+02	-0.1016350E+01	0.3371519E+01	0.3402810E+01	-0.1767184E+01	-0.8950945E+00	
32	-0.1229685E+02	-0.5247489E+00	0.3592663E+01	0.1786891E+01	-0.2241216E+01	-0.4886922E+00	
33	-0.1241705E+02	0.8871815E-05	0.3669458E+01	0.1803559E-04	-0.2409748E+01	-0.1578082E-03	
34	-0.1229685E+02	0.5247667E+00	0.3592720E+01	-0.1786870E+01	-0.2241220E+01	0.4890150E+00	
35	-0.1194368E+02	0.1016361E+01	0.3371623E+01	-0.3402828E+01	-0.1767185E+01	0.8953147E-00	
36	-0.1137848E+02	0.1445673E+01	0.3028802E+01	-0.4707089E+01	-0.1072538E+01	0.1157216E+01	
37	-0.1063041E+02	0.1789617E+01	0.2596634E+01	-0.5605759E+01	-0.2713115E+01	0.1244664E+01	
38	-0.9733324E+01	0.2032227E+01	0.2112509E+01	-0.6058602E+01	0.5175973E+00	0.1162160E+01	
39	-0.8724554E+01	0.2166296E+01	0.1614668E+01	-0.6082543E+01	0.1192253E+00	0.9449508E+00	
40	-0.7640069E+01	0.2191153E+01	0.1138302E+01	-0.5735098E+01	0.1681189E+01	0.6457670E+00	
41	-0.6511642E+01	0.2110101E+01	0.7133301E+00	-0.5095488E+01	0.1946032E+01	0.3226519E+00	
42	-0.5367070E+01	0.1930732E+01	0.3629420E+00	-0.4257497E+01	0.1981902E+01	0.2948631E-01	
43	-0.4228972E+01	0.1665241E+01	0.1012789E+00	-0.3318229E+01	0.1815032E+01	-0.1918682E+00	
44	-0.3113517E+01	0.1328372E+01	-0.6671698E-01	-0.2363423E+01	0.1490136E+01	-0.3150569E+00	
45	-0.2031769E+01	0.9326755E+00	-0.1399980E+00	-0.1459267E+01	0.1052963E+01	-0.3301567E+00	
46	-0.9917904E+00	0.4874792E+00	-0.1179381E+00	-0.6572526E+00	0.5446320E+00	-0.2224908E+00	
47	0.9206356E-05	-0.4292771E-05	0.6134587E-04	0.3303082E-03	-0.5914643E-04	0.5930522E-03	
48	0.9368848E+00	-0.5242649E+00	0.2155860E+00	0.4818393E+00	-0.5495768E+00	0.3437989E+00	
49	0.1813313E+01	-0.1076038E+01	0.5188272E+00	0.7838044E+00	-0.1069505E+01	0.7643933E+00	
50	0.2621663E+01	-0.1644287E+01	0.8979015E+00	0.9073832E+00	-0.1520682E+01	0.1210555E+01	
51	0.3352901E+01	-0.2215938E+01	0.1338479E+01	0.8563181E+00	-0.1861897E+01	0.1624983E+01	
52	0.3997029E+01	-0.2775560E+01	0.1822833E+01	0.6398103E+00	-0.2053751E+01	0.1947918E+01	
53	0.4543228E+01	-0.3305330E+01	0.2329540E+01	0.2742999E+00	-0.2063389E+01	0.2122351E+01	
54	0.4980138E+01	-0.3785230E+01	0.2833482E+01	-0.2149943E+00	-0.1869804E+01	0.2101418E+01	
55	0.5295609E+01	-0.4193043E+01	0.3305926E+01	-0.7934073E+00	-0.1469655E+01	0.1855478E+01	
56	0.5479302E+01	-0.4506392E+01	0.3715987E+01	-0.1415645E+01	-0.8841310E+00	0.1383392E+01	
57	0.5524988E+01	-0.4705487E+01	0.4033600E+01	-0.2026196E+01	-0.1630300E+00	0.7203579E+00	
58	0.5438249E+01	-0.4772520E+01	0.4230307E+01	-0.2574026E+01	0.6265101E+00	-0.6650445E-01	
59	0.5186447E+01	-0.4692330E+01	0.4280560E+01	-0.2995118E+01	0.1380715E+01	-0.8834217E+00	
60	0.4800654E+01	-0.4454970E+01	0.4164889E+01	-0.3242928E+01	0.2017848E+01	-0.1619122E+01	
61	0.4274114E+01	-0.4054721E+01	0.3869512E+01	-0.3271084E+01	0.2438208E+01	-0.2157987E+01	
62	0.3612800E+01	-0.3491149E+01	0.3387953E+01	-0.3049860E+01	0.2561133E+01	-0.2395935E+01	
63	0.2830067E+01	-0.2775038E+01	0.2728230E+01	-0.2573215E+01	0.2342224E+01	-0.2267861E+01	
64	0.1947672E+01	-0.1930342E+01	0.1915609E+01	-0.1866486E+01	0.1791336E+01	-0.1772055E+01	
65	0.9932408E+00	-0.9909548E+00	0.9890267E+00	-0.9826652E+00	0.9724787E+00	-0.9734807E+00	

付録—2—2

BRIDGE LENGTH 0.3300000E+03 M
 SUPPORTING CONDITION SIMPL-SIMPL

※※ INPUT DATA I ※※

0.4226900E+08	0.4519200E+08	0.4884000E+08	0.5211650E+08	0.5655450E+08
0.6325750E+08	0.7078250E+08	0.7711650E+08	0.8451400E+08	0.9304350E+08
0.1011230E+09	0.1114070E+09	0.1269135E+09	0.1431215E+09	0.1613565E+09
0.1814585E+09	0.2036620E+09	0.2274780E+09	0.2501215E+09	0.2495805E+09
0.2206160E+09	0.1892430E+09	0.1586560E+09	0.1273315E+09	0.1041120E+09
0.8948701E+08	0.7856850E+08	0.6965050E+08	0.6116400E+08	0.5563600E+08
0.5179900E+08	0.4857950E+08	0.4700750E+08	0.4700750E+08	0.4857950E+08
0.5179300E+09	0.5563600E+08	0.6116400E+08	0.6965050E+08	0.7856850E+08
0.8948701E+09	0.1041120E+09	0.1273315E+09	0.1586560E+09	0.1892430E+09
0.2206160E+09	0.2495805E+09	0.2501215E+09	0.2274780E+09	0.2036620E+09
0.1814585E+09	0.1613565E+09	0.1431215E+09	0.1269135E+09	0.1114070E+09
0.1011230E+09	0.9304350E+08	0.8451400E+08	0.7711650E+08	0.7078250E+08
0.6325750E+08	0.5655450E+08	0.5211650E+08	0.4884000E+08	0.4519200E+08
0.4226900E+08				

※※ INPUT DATA W ※※

0.2214000E+05	0.2252000E+05	0.2354700E+05	0.2379200E+05	0.2366700E+05
0.2500390E+05	0.2553700E+05	0.2504200E+05	0.2541500E+05	0.2622200E+05
0.2616000E+05	0.2608800E+05	0.2767700E+05	0.2812700E+05	0.2785700E+05
0.2917700E+05	0.2967700E+05	0.2937700E+05	0.0000000E-40	0.3001700E+05
0.3021500E+05	0.2782500E+05	0.2642200E+05	0.2465200E+05	0.2503700E+05
0.2474700E+05	0.2388200E+05	0.2374700E+05	0.2413000E+05	0.2408000E+05
0.2349200E+05	0.2405200E+05	0.2466000E+05	0.2405200E+05	0.2349200E+05
0.2408000E+05	0.2413000E+05	0.2374700E+05	0.2388200E+05	0.2474700E+05
0.2503700E+05	0.2465200E+05	0.2642200E+05	0.2782500E+05	0.2821500E+05
0.3001700E+05	0.0000000E-40	0.2937700E+05	0.2967700E+05	0.2917700E+05
0.2785700E+05	0.2812700E+05	0.2767700E+05	0.2608800E+05	0.2616000E+05
0.2622200E+05	0.2541500E+05	0.2504200E+05	0.2553700E+05	0.2503900E+05
0.2366700E+05	0.2379200E+05	0.2354700E+05	0.2252000E+05	0.2214000E+05

※ SPAN LENGTH ※

0.9500000E+04
SIMPLE SUPPORT
0.1400000E+05
SIMPLE SUPPORT
0.9500000E+04

表-3 計算結果の一例

橋形式名 スパン長	単 純 け た 橋 50 m				3 径間連続合成けた橋 (2 本主けた) 新 十 三 大 橋 90+90+90 m			3 径間連続鋼床版箱けた橋 琵琶湖大橋 95+140+95 m		摘 要
	a	b	$\frac{a-b}{b} \times 100$	$\left(\frac{2l^2}{n^2\pi} \sqrt{\frac{w}{EIg}}\right)$	a	b	$\frac{a-b}{b} \times 100$	FMB		
計 算 法	FMB				FMB	FMB		FMB		
振 動 次 数	1	0.4297 sec	0.4305 sec	1.8%	1.237 sec	1.267 sec	2.4%	1.455 sec		対 称
	2	0.1074	0.1075	0.1	0.965	0.930	3.8	0.800		逆 対 称
	3	0.0478	0.0478	0.0	0.661	0.619	6.8	0.618		対 称
	4	0.0269	0.0269	0.0	0.309	0.327	5.4	0.373		逆 対 称
	5	0.0174	0.0172	1.2	0.271	0.269	0.9	0.234		対 称
	6				0.221	0.219	1.0	0.203		逆 対 称
質 点 数	9	等 分 布		27	27		63			
断 面 形 状	等 断 面	等 断 面		等 断 面	変 断 面		変 断 面			
計 算 時 間 sec*	41			54	54		155			コンパイルに必要時間を除く
そ の 他										

* HITAC 5020

4. む す び

以上, transfer matrix 法の理論とその用法について説明し, この方法を用いてわれわれが開発したプログラム [FMB] についてその概要を説明し, その計算結果の一例を示した。この方法は等断面, 変断面いずれの場合もその手続はほとんど変わりなく, また微分方程式などを必要とせず機械的に関係式が導かれ, マトリックスの数としては4列4行のくり返し計算であることから計算機の容量にはさほど支配されないことや, 前もって固有関数を仮定したり, たわみの影響線を計算したりといった準備計算がいらぬ点電子計算機用として便利な方法である。

さらに, われわれが作成した [FMB] は, 高精度でしかも短時間で広範囲なけた橋の固有振動周期と固有関数が自動的に計算ができる。このサブプログラムを用いてけた橋の動力学的問題に進むことができるものと思

われ, この種の解析に何らかの参考になれば幸である。なお紙面の関係で [FMB] のリストをあげることができなかったが, プログラムおよびその使用解説書ご希望の方は著者あてお申し出で下さればお送りする。使用目的およびその結果等をお知らせ頂ければ幸である。

参 考 文 献

- 1) 山田・小堀・中村：“不規則振動論による道路橋の動的応答”, 土木学会第22回年次学術講演会, I-148, 昭 42.
- 2) Pestel, E.C. and Leckie, F.A: “Matrix Methods in Elastomechanics”, McGraw-Hill, New York, 1963.
- 3) Hurty, W.C. and Rubinstein, M.E: “Dynamics of Structures”, Prentice-Hall, Canada, 1964.
- 4) Thomson, W.T.: “Vibration Theory and Applications”, Prentice-Hall, New Jersey, 1965.
- 5) Huang, T.: “On Natural Frequencies of Uniform Beams Analysed as Discrete Systems”, Eighth Progress Report of Highway Bridge Impact Investigation, Univ. of Illinois, 1958.
- 6) 山田善一：“構造物動的解析への応用”, 高速度計算機の土木工学への応用, p. 74~90, 土木学会関西支部講習会テキスト, 昭 36.

(1967.4.3・受付)