

連続曲線桁橋の模型実験*

橋 善 雄*・角水 駿 一 郎**
山 野 繁 行***・目 加 田 保****

1. ま え が き

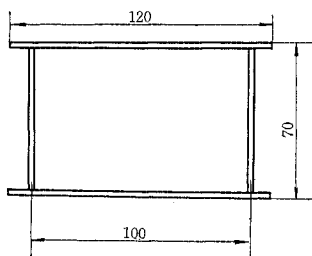
最近の交通量の急激な増加に対応して、市街地における道路の立体化が必要となり、道路の曲線部分に曲線桁橋、しかも連続曲線桁橋が多く架設されるようになった。

曲線桁橋の解析は、多くの人々によって行なわれてきたが、特に代表的な解析法として、曲げねじり理論を用いた解法¹⁾があげられる。これは、その拘束の影響を考慮に入れ、かつ立体的に解かれた理論であるが、数値計算が非常に複雑になるうらみがある。この曲げねじり理論は、ねじり抵抗の小さい、すなわち曲げねじりの影響の大きい並列主桁や、 π 型断面の桁、あるいは2箱桁断面に対しては有効であるが、本実験桁の対象となった1箱桁断面を有する曲線桁橋では、曲げねじりの影響はわずかであると予想される。したがって、この場合1本の棒として解く理論が十分使用できると考え、その妥当性を検討するために、実験を行なったものである。

2. 実 験 目 的

阪神高速道路公団中の島ランプ用曲線桁橋は、1箱桁断面の3径間連続桁橋（支間長 40.608 m+58.305 m

図-1 供試体断面図



*土木学会第22回年次学術講演会にて発表

**正会員 工博 大阪市立大学教授

***正会員 阪神高速道路公団

****正会員 春本鉄工所

*****学生会員 大阪市立大学学生

+42.545 m, 半径 203 m+ ∞ m+140 m) であるために、1本の棒として解く Fickel の理論²⁾を設計に使用することが妥当であるかを照査するために、模型桁（実橋の約 1/30）について実験を行ない、計算値との比較を行なったものである。

3. 供 試 体

実橋の模型桁は B 桁で、他の 4 模型桁は、B 桁との比較のために、製作したものである。供試体を 図-1, 2 に示す。

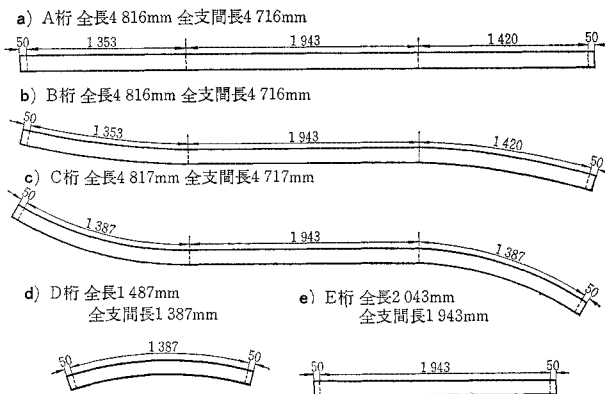
板 厚: $t=3.2$ mm

断面 2 次モーメント: $I=99.46$ cm⁴ } 実橋との比約
ねじり抵抗: $J=171.21$ cm⁴ } (1/18)⁴

表-1 供試体形状寸法

形状寸法	供試体名	A	B	C	D	E
半 径 R_1 (cm)	R_1 (cm)	∞	676.5	277.4	277.4	∞
	R_2 (cm)	∞	∞	∞	—	—
	R_3 (cm)	∞	466.7	277.4	—	—
支間長 L_1 (cm)	L_1 (cm)	135.3	135.3	138.7	138.7	194.3
	L_2 (cm)	194.3	194.3	194.3	—	—
	L_3 (cm)	142.0	142.0	138.7	—	—
中心角 θ_1 (rad)	θ_1 (rad)	0	0.200000	0.500000	0.500000	0
	θ_2 (rad)	0	0	0	0	—
	θ_3 (rad)	0	0.304264	0.500000	0	—

図-2 供試体平面図



断面積： $A=11.75\text{ cm}^2$

せん断応力分布に関する係数： $\kappa=1.03$

$\mu=EI/GJ=1.5104$

これらの値は表-1 に示す実験桁すべてに対して、共通である。

4. 実験方法

表-2 に示す荷重強度で、応力、反力、たわみについて測定を行なった。荷重方法は図-3、荷重位置などは図-4 に示す。

測点位置は、ひずみは中間支点および各支間中央断面

図-3 荷重方法

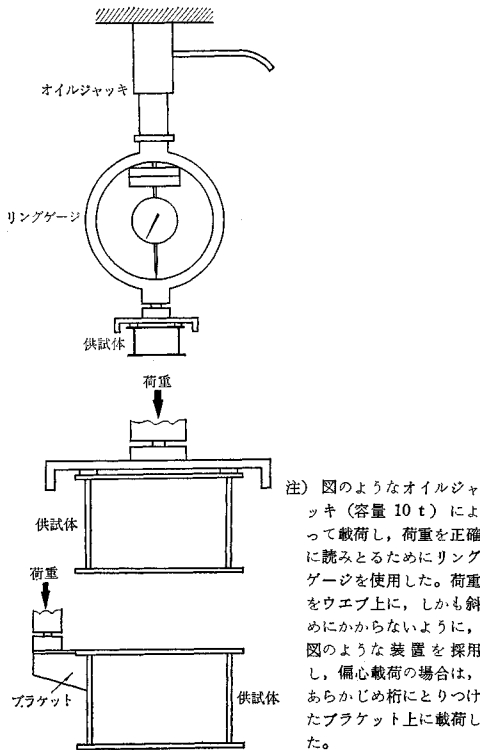


図-4 荷重位置、支点番号、支間番号、載荷点記号

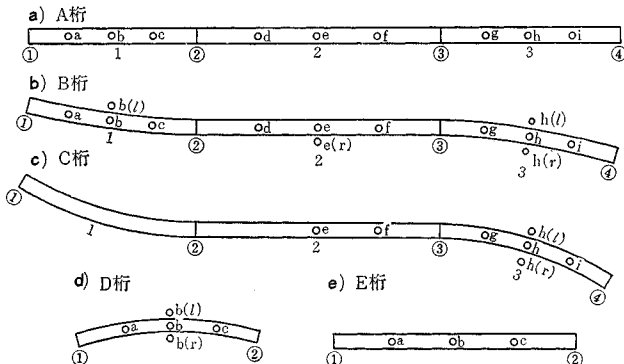
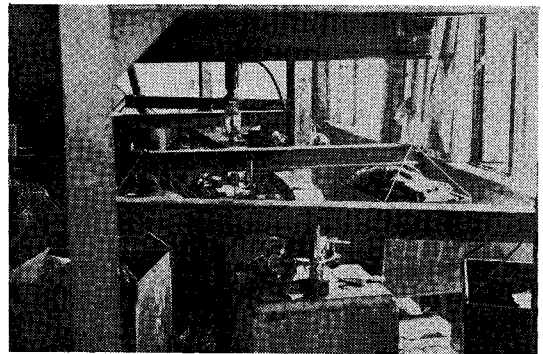


表-2 荷重強度 (単位:t)

供試体名 載荷位置	A	B	C	D	E
a	1	1	—	1	0.8
b	1	1	—	1	0.8
c	1	1	—	1	0.8
d	1	1	—	—	—
e	1	1	1	—	—
f	1	1	1	—	—
g	1	1	1	—	—
h	1	1	1	—	—
i	1	1	1	—	—
b(l)	—	—	—	0.3	—
b(r)	—	0.5	—	0.5	—
e(r)	—	0.5	—	—	—
h(l)	—	0.5	0.4	—	—
h(r)	—	0.5	0.4	—	—

写真-1 実験装置



の上下フランジにおける左右ウェブの位置、および上下フランジ中央点で1断面につき6点、反力は各支点到2点ずつ、たわみは各支点およびスパン4等分点に左右2点ずつである。なお、曲線桁の場合には、ねじりモーメントによる負反力のため一部の支筋に浮き上がりを生じるので、それを防止するために、カウンターウエイトを各支点に載荷する (両側にそれぞれ 200 kg ずつ、計 1 支点につき 400 kg)。

5. 計算式

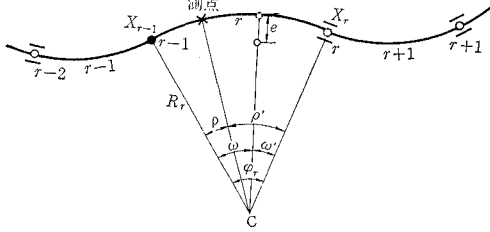
記号は、図-5 に示すとおりである。

(1) 応力 (曲げモーメント)

$$M_r = \frac{\sin \omega \cdot \sin \rho'}{\sin \varphi_r} (R_r - e) + \left(\cos \rho - \frac{\cos \varphi_r}{\sin \varphi_r} \sin \rho \right) X_{r-1} + \left(\cos \rho' - \frac{\cos \varphi_r}{\sin \varphi_r} \sin \rho' \right) X_r \quad 0 \leq \omega \leq \rho$$

$$M_r = \frac{\sin \omega' \cdot \sin \rho}{\sin \varphi_r} (R_r - e) + \left(\cos \rho - \frac{\cos \varphi_r}{\sin \varphi_r} \sin \rho \right) X_{r-1}$$

図-5 記号



$$+ \left(\cos \rho' - \frac{\cos \varphi_r \sin \rho'}{\sin \varphi_r} \right) X_r \quad \rho \leq \omega \leq \varphi$$

応力 $\sigma = \frac{M_r}{W}$, W : 断面係数

(2) 反力

$$V_{r-1} = \left(\frac{\omega'}{\varphi_r} + \frac{X_r - X_{r-1}}{R_r \varphi_r} - \frac{X_{r-1} - X_{r-2}}{R_{r-1} \varphi_{r-1}} \right) \times \frac{1}{2} \pm \frac{T_{r-1}}{l}$$

$$V_r = \left(\frac{\omega}{\varphi_r} - \frac{X_r - X_{r-1}}{R_r \varphi_r} + \frac{X_{r+1} - X_r}{R_{r+1} \varphi_{r+1}} \right) \times \frac{1}{2} \pm \frac{T_r}{l}$$

ただし, l は左右のシユ-間隔

(反力の値は, 上向きを正とする)

応力 (曲げモーメント), および反力の式の誘導過程は, 参考文献 2) を参照されたい。

(3) たわみ

計算式をつぎのように誘導した。

a) 単純曲線桁の荷重 P によるたわみ

W をたわみ, ψ を断面の回転角とすると, 参考文献 3) によって, 曲げモーメントとねじりモーメントの関係は, 次式で表わされる。

$$EI \left(\frac{d^2 W}{R^2 d \rho^2} - \frac{\psi}{R} \right) = -M, \quad M: \text{曲げモーメント}$$

$$GJ \left(\frac{d \psi}{R d \rho} + \frac{1}{R} \cdot \frac{dW}{R d \rho} \right) = -T, \quad T: \text{ねじりモーメント}$$

上式に参考文献 2) の式 (32 a, b), 式 (33 a, b) を代入して,

$$EI \left(\frac{d^2 W}{R^2 d \rho^2} - \frac{\psi}{R} \right) = -\frac{\sin \omega' \cdot \sin \rho}{\sin \varphi} \cdot P(R-e) \quad 0 \leq \rho \leq \omega \quad (1)$$

$$GJ \left(\frac{d \psi}{R d \rho} + \frac{1}{R} \cdot \frac{dW}{R d \rho} \right) = -\frac{\sin \omega' \cdot \cos \rho}{\sin \varphi} P(R-e) + \frac{\omega'}{\varphi} \cdot PR \quad 0 \leq \rho \leq \omega \quad (2)$$

$$EI \left(\frac{d^2 W}{R^2 d \rho^2} - \frac{\psi}{R} \right) = -\frac{\sin \omega \cdot \sin \rho'}{\sin \varphi} \cdot P(R-e) \quad \omega \leq \rho \leq \varphi \quad (3)$$

$$GJ \left(\frac{d \psi}{R d \rho} + \frac{1}{R} \cdot \frac{dW}{R d \rho} \right) = \frac{\sin \omega \cdot \cos \rho'}{\sin \varphi} P(R-e) - \frac{\omega}{\varphi} \cdot PR \quad \omega \leq \rho \leq \varphi \quad (4)$$

式 (2), (4) を積分して, それぞれ式 (1), (3) に代入することによって, つぎの2式を得る。

$$\frac{d^2 W}{d \rho^2} + W = \alpha \sin \rho - \gamma \rho \quad 0 \leq \rho \leq \omega \quad (5)$$

$$\frac{d^2 W}{d \rho^2} + W = \beta \sin(\varphi - \rho) - \delta(\varphi - \rho) \quad \omega \leq \rho \leq \varphi \quad (6)$$

ここに, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は次式で表わされる。

$$\alpha = -\left(\frac{1}{EI} + \frac{1}{GJ} \right) \frac{\sin \omega'}{\sin \varphi} \cdot PR^2(R-e), \quad \gamma = -\frac{PR^3}{GJ} \cdot \frac{\omega'}{\varphi}$$

$$\beta = -\left(\frac{1}{EI} + \frac{1}{GJ} \right) \frac{\sin \omega}{\sin \varphi} \cdot PR^2(R-e), \quad \delta = -\frac{PR^3}{GJ} \cdot \frac{\omega}{\varphi}$$

式 (5), (6) を一つの式で表わすために, Unit function を用いると,

$$\frac{d^2 W}{d \rho^2} + W = \alpha \sin \rho - \gamma \rho + U(\rho - \omega) \{ \beta \sin(\varphi - \rho) - \delta(\varphi - \rho) - \alpha \sin \rho + \gamma \rho \}$$

$$\text{ただし} \quad \begin{cases} U(\rho - \omega) = 0 & \rho \leq \omega \\ U(\rho - \omega) = 1 & \rho \geq \omega \end{cases}$$

この微分方程式を Laplace 変換を用いて解くと次式が得られる。

$$W_0 = \frac{\sin \rho}{\sin \varphi} \left[-\frac{\alpha}{2} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) + \gamma (\varphi - \sin \varphi) + \frac{1}{2} \{ \beta \cos(\varphi - \omega) + \alpha \cos \omega \} \cdot \{ \sin(\varphi - \omega) - (\varphi - \omega) \cos(\varphi - \omega) \} - (\delta + \gamma) \{ (\varphi - \omega) - \sin(\varphi - \omega) \} \right] + \frac{\alpha}{2} (\sin \rho - \rho \cos \rho) - \gamma (\rho - \sin \rho) + \left[-\frac{1}{2} \{ \beta \cos(\varphi - \omega) + \alpha \cos \omega \} \{ \sin(\rho - \omega) - (\rho - \omega) \cos(\rho - \omega) \} + (\delta + \gamma) \{ (\rho - \omega) - \sin(\rho - \omega) \} \right] \cdot U(\rho - \omega)$$

b) 連続曲線桁の荷重 P によるたわみ

上式と文献 2) の式 (59 a, b) により連続曲線桁のたわみが求まる。

$$W_r = W_{0r} + \frac{PR_r^2 \varphi_r^2}{EI} \left[\left(\frac{\sin \omega}{2 \varphi_r \sin^2 \varphi_r} - \frac{\omega \cos \omega'}{2 \varphi_r^2 \sin \varphi_r} \right) (1 + \mu) \left(1 - \frac{e}{R_r} \right) + \left(\frac{\omega'}{\varphi_r^3} - \frac{\sin \omega'}{\varphi_r^2 \sin \varphi_r} \right) \mu \right] \cdot X_{r-1} + \frac{PR_r^2 \varphi_r^2}{EI} \left[\left(\frac{\sin \omega'}{2 \varphi_r \sin^2 \varphi_r} - \frac{\omega' \cos \omega}{2 \varphi_r^2 \sin \varphi_r} \right) (1 + \mu) \left(1 - \frac{e}{R_r} \right) + \left(\frac{\omega}{\varphi_r^3} - \frac{\sin \omega}{\varphi_r^2 \sin \varphi_r} \right) \mu \right] \cdot X_r$$

ここに, W_{0r} は, 第 r スパンの単純ばりとしてのたわみ

6. 測定記録

応力は表-3に, 反力は図-7に, たわみは図-8に示した。ただし A, B, C 桁の代表的なもののみについて示してある***)。

*) 応力の測点番号, および測点位置は図-6のとおりである。

**) 反力の値は, 第1スパンの方向からみたものをそのまま図示した。

図-6 応力の測点番号および測点位置

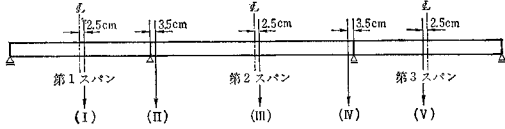


表-3 応力 (フランジ)

測点	A 桁-b			A 桁-e			A 桁-h		
	実	計	比	実	計	比	実	計	比
I	880	949	93	-287	-305	94	63	66	95
II	-383	-392	99	-518	-526	98	114	117	97
III	-135	-131	103	985	1 086	91	-147	-159	92
IV	105	105	100	515	510	101	-411	-422	97
V	42	42	100	277	296	94	903	981	92

測点	B 桁-b			B 桁-e			B 桁-h		
	実	計	比	実	計	比	実	計	比
I	900	939	96	-291	-306	95	61	68	90
II	-371	-395	94	-502	-524	96	110	120	92
III	-126	-138	91	1 036	1 089	95	-158	-164	96
IV	103	106	97	-537	-504	107	-410	-432	95
V	54	61	89	-275	-296	93	905	983	92

測点	B 桁-b (r)			B 桁-h (L)			B 桁-h (r)		
	実	計	比	実	計	比	実	計	比
I	453	473	96	37	35	106	32	32	100
II	-196	-204	96	58	62	94	53	57	93
III	-67	-71	94	-86	-85	101	-72	-78	92
IV	56	55	102	-219	-226	97	-194	-207	94
V	28	31	90	466	496	94	462	486	95

測点	C 桁-e			C 桁-h			C 桁-h (L)		
	実	計	比	実	計	比	実	計	比
I	-275	-303	91	60	67	90	28	29	96
II	480	-507	95	98	116	84	49	50	98
III	1 012	1 080	94	-154	-171	90	-68	-71	96
IV	-483	-507	95	-411	-434	95	-184	-186	99
V	-275	-303	91	905	964	94	355	393	90

実=実験値 (kg/cm²)
 計=計算値 (kg/cm²)
 比= $\frac{\text{実験値}}{\text{計算値}} \times 100 (\%)$

7. 考 察

(1) 応力について (表-3 参照)

フランジ左右の応力計算値の差について考えると、文献 1) の式(37)より得る簡易式、

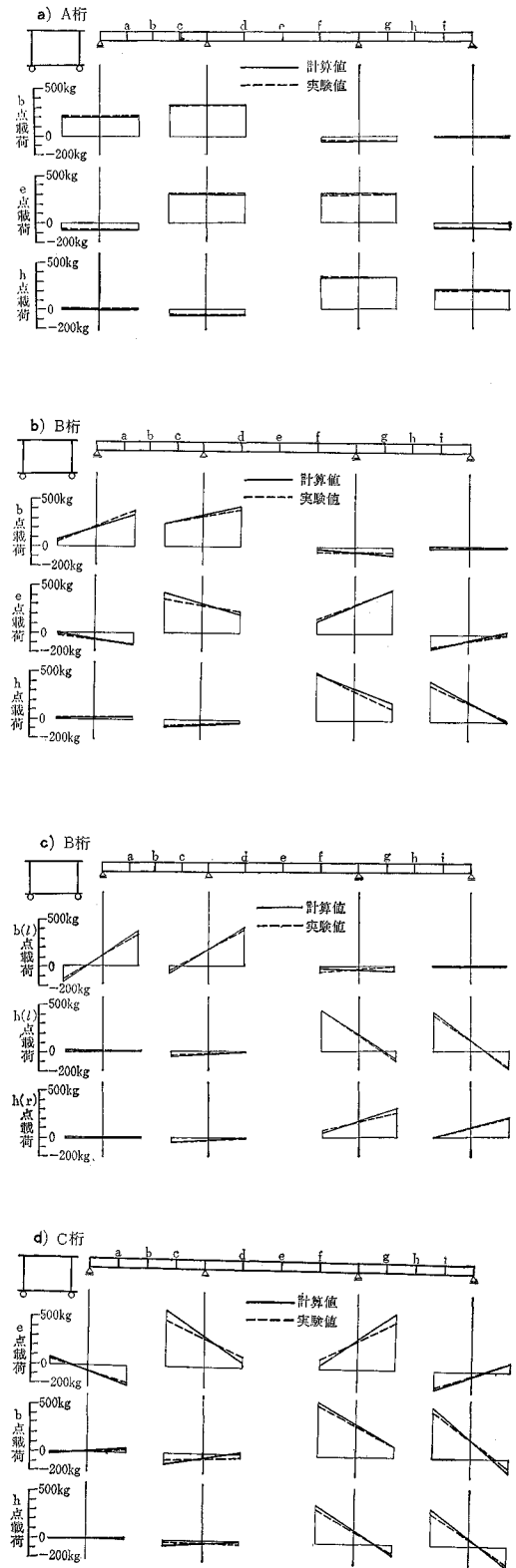
$$\sigma_x = \frac{M}{I} \cdot z \cdot \frac{R}{\rho}$$

R: 曲線桁中心線の曲率半径

ρ: 曲線桁フランジ位置の曲率半径

によって、曲線内側と外側のウェブ位置におけるフランジ応力の略算値の差は、中心角 0.5 ラジアン の C 桁で約 4%, B 桁では約 2.7% に過ぎず、これらは実験誤差に含まれる程度の値であると考えられる。したがって、実測点応力の値は上下フランジ 6 点の平均値を採用した。

図-7 反 力



応力に関しては、実験値は計算値よりも全般にいくぶん低めにでているが、比較的良好結果である(79%~107%)。

なお、実験桁の B, C, D 桁 (いずれも曲線桁) は、桁の各スパンの 8 等分点にダイヤフラムをそう入し断面変形を防いだ。

(1) 反力について (図-7 参照)

曲線桁の場合、支点上にねじりを受けるために、2 個の支承が必要である。したがって反力としては、曲げによる反力 V_B とねじりによる反力 V_T の和および差で表わされる。すなわち、 $V = V_B \pm V_T$ 。

V_T に関しては実験値の全体の傾向としては、計算値よりもやや小さくでている。これはロードセルの機能上ねじりに対して支点を完全固定にすることが不可能であったからである。 V_B の実験値は計算値とほぼ等しい値を示している。

(3) たわみについて (図-8 参照)

たわみの実験値は一般に曲線桁の場合、内側よりも外側の方が大きくでるが、内外のたわみの差がもっとも大きい C 桁の第 3 スパン中点に荷重したときのたわみが外側 2.23 mm, 内側 1.99 mm, すなわち平均たわみ (2.11 mm) と内外たわみとの差が ± 0.12 mm, これを比率で表わすと約 $\pm 6\%$ にすぎないので、計算を簡単にするために内外たわみの平均値をその測点のたわみとした。なお計算値としては、曲げによるたわみのほかに、ねじり、およびせん断力によるものも算入した。たわみの場合もほぼ計算値とかわらない結果を得た (80%~117%)。

(4) 偏心荷重について (表-3, 図-7, 8 参照)

偏心荷重についても実験を行なった。その結果、応力については、中心荷重とほとんど変わらない値が得られた。

反力は当然のことであるが、外側偏心の場合には相当大きい値を示すので、設計の際には反力に対して偏心荷重の影響を特に注意する必要があると思われる。

たわみに対しては、中心荷重の場合よりも少し大きい値が得られた。

図-8 たわみ曲線

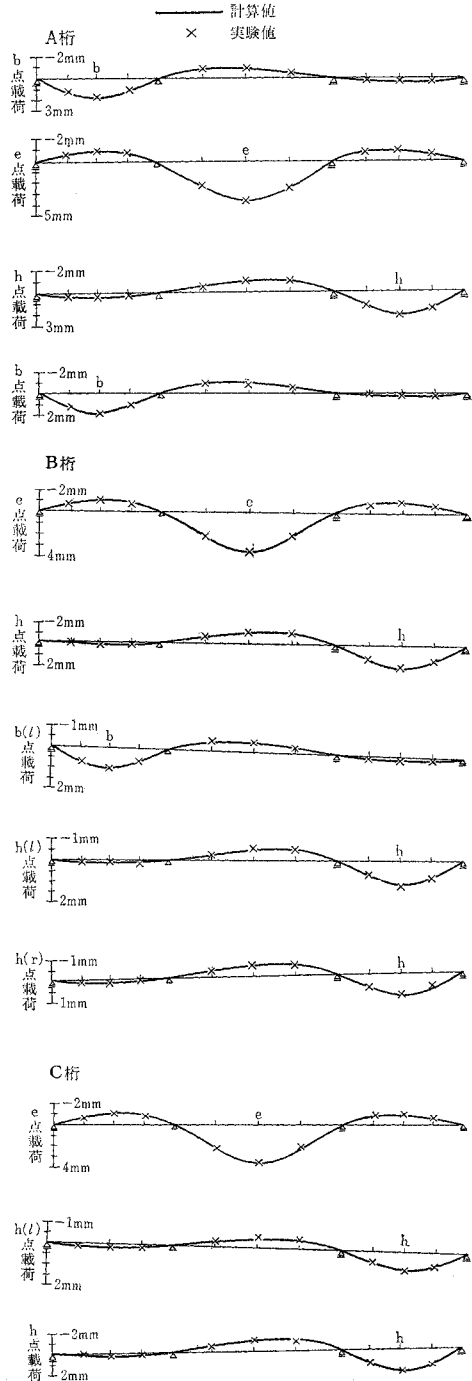


表-4 A 桁と B 桁の比較の例

a) 応力 (h 点荷重, 測点 V)			b) たわみ (h 点荷重, 測点 h)		
	実験値 (kg/cm ²)	計算値 (kg/cm ²)		実験値 (mm)	計算値 (mm)
A 桁	919	981	A 桁	2.17	2.16
B 桁	905	983	B 桁	2.14	2.21
B 桁/A 桁×100(%)	98.5	100.2	B 桁/A 桁×100(%)	98.6	102.3

(5) A 桁(直線桁)と B 桁(曲線桁)の比較

直線桁と曲線桁の比較のために断面形状、および各支間長が相等しい A 桁と B 桁について、計算値、実験値をそれぞれ示すと表-4 のようになる。

表-4 のように A 桁, B 桁において実験値, 計算値ともほぼ等しい値を示す。

したがって、この程度の曲率半径をもつ 1 箱桁断面の曲線桁の断面力は、直線桁のそれと大差がないことがわかった。

8. 結 論

本実験桁のような 1 箱桁でかつ曲率半径の比較的大きい曲線桁橋に対しては、1 本の棒として解く Fickel の

理論を使用することが適当であると考えられる。

(6) $\alpha\varphi$ の値

$$\alpha\varphi = R\varphi \sqrt{\frac{G_s J}{EC_w}}$$

C_w : 曲げねじり抵抗, $\alpha\varphi$ の値が 60 程度以上あれば曲げねじりを無視できるといわれる⁴⁾が、本模型桁は約 100, 実際の橋では約 150 であった。

参 考 文 献

- 1) 小松定夫: 曲線桁の理論と設計, 土木学会 関西支部技術講座, 昭 38.9.
- 2) Fickel, H.H.: Analysis of curved girders, Journal of the structural division, ASCE, Sep. 1959. pp. 113
- 3) 倉西正嗣: 応用弾性学.
- 4) 渡辺昇他: 曲線連続桁の曲げねじり 特性について, 土木学会第 22 回年次学術講演会講演概要 (1967.1.25・受付)

人工軽量骨材コンクリート設計施工指針(案)

内 容: 1章 総則/2章 軽量骨材/3章 軽量骨材コンクリートの品質/4章 軽量骨材の取扱い/5章 配合/6章 練りまぜおよび運搬/7章 コンクリート打ちおよび養生/8章 試験/9章 設計に関する一般事項
付 録: 1 骨材中に含まれる粘土塊量の試験方法/付 録 2 軽量粗骨材の浮粒率試験方法/付 録 3 構造用軽量細骨材の比重および吸水量試験方法(案)/付 録 4 構造用軽量粗骨材の比重および吸水量試験方法(案)
体 裁: B6判 53 ページ 定 価: 300 円 会員特価: 250 円(〒50)
申 込 先: 土木学会 東京都新宿区四谷一丁目

J.A. タロブル 著 工博 岡本舜三 監修
進 藤 一 夫 訳 工博 吉越盛次

[好評・発売中]

岩 盤 力 学

A5判 上製 箱入
434頁 定価 2,000円
〒 120 円

本書は「岩盤力学」なる言葉の命名者として、理論的にも実際経験上においても世界的な権威者であるタロブル氏の名著“La Mecanique des roches”の全訳であります。

本書は単なる数式を並べた本ではなく、著者の豊富な経験に基づき「岩盤力学とは何か」「いかにして岩盤工事を行なうか」「岩盤工事にあたってはどのような心構えが必要か」といった基本的な観点から、掘削・トンネル・ダム基礎・グラウト工・爆破工等実際工事への適用法はもとより、岩盤の地質調査と測定に亘って岩盤関係の技術全体を有機的に関連づけている点で極めて有益なものといえる。

[主 要 内 容]

土木工事における岩盤の調査

第 1 部 岩盤力学とその実験——岩盤のひび割れの状態、岩盤の自然内部応力とその測定、岩盤の変形と強度およびその測定、削孔および爆破に対する岩盤の性質、水と岩盤、一般的な岩盤の性質。

第 2 部 岩盤力学とその理論——変形と破壊、基礎岩盤の理論、支保工と覆工の理論、岩盤内部の水の流れ。

第 3 部 岩盤力学とその応用——削孔と掘削、基礎岩盤、岩盤における支保工、覆工、高圧を受けるトンネル、グラウト工および岩盤のしゃ水等。

工博 河上房義 著 土 質 力 学 A5・300頁 800円・〒120
工博 河上房義 著 土質工学計算法 A5・232頁 650円・〒120

理博 小貫義男 著 土 木 地 質 A5・376頁 900円・〒120
工博 内田一郎 著 道 路 工 学 A5・300頁 800円・〒120

◎ 他に関係図書多数 目録呈 ◎

東京都千代田区
神田小川町3の10

森 北 出 版

振替 東京 34757
電話 東京 (292) 2601(代表)