

格子桁橋の荷重分配とラーメン橋脚 ばりのたわみとの関係

米 沢 博*・玉 野 治 光**
小 林 優***・三 上 市 蔵*

1. ま え が き

格子桁橋の設計計算によく使われる理論としては、Homberg, Leonhardt の方法、あるいは Guyon-Massonnet の方法等があるが、各主桁支点の不等沈下の荷重分配に対する影響について論じたものはあまり見当たらないようである。一方都市に架設される高速道路橋では、桁下空間を有効に使用する目的で鋼製ラーメン構造の橋脚がさかんに使用されている。このような場合、橋脚ばり上に各主桁の支点が設置されるが、はりのスパンが非常に大きなものもあり、各主桁の支点ははりのたわみだけ相当量沈下することになる。これに対し実際の設計計算においては、各主桁の支点は沈下しないものとして荷重の横方向分配その他を計算しているようであるが、果たしてこれで妥当であるかどうか、あるいは橋脚ばりのたわみがどの程度になるまでは沈下を無視した計算が許容されるかどうかなど明らかでない。

この研究は、首都高速道路公団にて架設中の活荷重格子合成桁橋に対して生じたこのような疑問点を解明し、ラーメン橋脚ばりのたわみと格子桁の荷重分配との関係を知るため、理論的計算、および模型載荷実験を行なったものである。

2. 格点力の理論式

対象となった架設中の格子桁橋と同様に主桁5本、横桁3本の場合を扱かうことにする。図-1 に示すように支間 $l=4\lambda$ 、主桁間隔 $4a$ の格子桁が支間 $6a$ の両端固定ばり上に単純支持された場合を考えよう。ここでは計算を簡単にするため、ラーメンばりを固定ばりに置き換えたが、各主桁支点の沈下の差が荷重分配に影響するわけであるから、固定ばりとして扱ってもさしつかえな

いであろう。

各格点は主桁、横桁間に反力のみ伝えてモーメントは伝達しないものとし、格点の番号、各桁の断面二次モーメントその他を図に示しておいた。各格点に作用する外力を P_{mn} ($m=1\sim 5, n=1\sim 5$)、主桁が分担する荷重(格点力)を X_{mn} 、各格点のたわみを w_{mn} とする。

計算を簡単にするため図-2 に示すように4種類の対称、逆対称荷重に分けて、各荷重状態に対する格点力の式を誘導すると以下ようになる。

(1) 荷重 a の場合

図-3 に示すように主桁 $m=1, 2, 3$ について力のつりあいからつぎの式が得られる。

$$X_{m1} = -(X_{m2} + \frac{1}{2}X_{m3}), m=1, 2, 3 \dots (1)$$

図-1 格子桁の寸法・その他

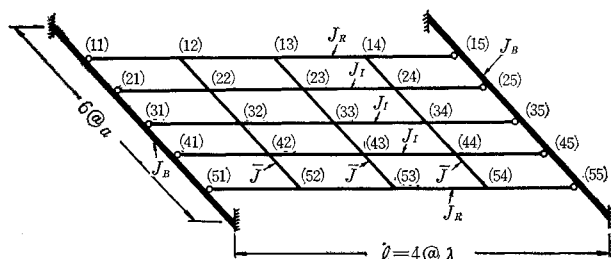
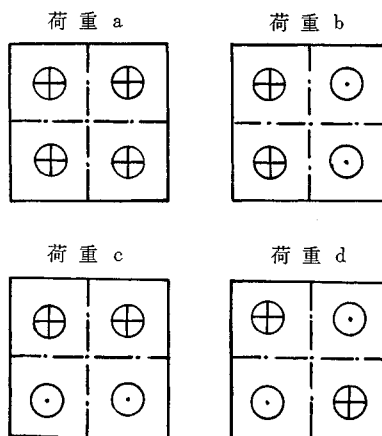


図-2 荷重状態



* 正会員 京都大学工業教員養成所 土木教室
** 正会員 首都高速道路公団 工務部
*** 正会員 (株) 呉造船所 橋梁鉄骨部

図-4 において横桁 $n=2, 3$ についてはつぎの式が得られる。

$$2(P_{1n}-X_{1n})+2(P_{2n}+X_{2n})+P_{3n}-X_{3n}=0, n=2, 3 \dots\dots\dots(2)$$

3連モーメント式としてつぎの2式が得られる。

$$4\bar{M}_{2n}+\bar{M}_{3n}=-\frac{6EJ}{a^2}(w_{1n}-2w_{2n}+w_{3n}) \quad (3)$$

$$2\bar{M}_{2n}+4\bar{M}_{3n}=-\frac{6EJ}{a^2}(2w_{2n}-2w_{3n}) \dots\dots\dots(4)$$

\bar{M} は横桁の格点における曲げモーメントであって、外力 P と格点力 X で置き換え得る。 w は各格点のたわみであるから、主桁の支点に対しては図-5 に示すようにラーメン橋脚ばりを両端固定ばりで見なして P と X で置き換え得る。他の格点のたわみも同様にして、 P と X で置き換えられる。すなわち式(3)、(4)の \bar{M} 、 w はすべて P と X で表わされる。式(1)を式(2)、(3)、(4)へ代入すると、未知数 X_{12} 、 X_{13} 、 X_{22} 、 X_{23} 、 X_{32} 、 X_{33} の合計6個に対して、式(2)、(3)、(4)で $n=2, 3$ において合計6個の方程式がつぎのように得られる。

$$2X_{12}+2X_{22}+X_{32}=2P_{12}+2P_{22}+P_{32} \dots\dots\dots(5)$$

$$2X_{13}+2X_{23}+X_{33}=2P_{13}+2P_{23}+P_{33} \dots\dots\dots(6)$$

$$(\beta-8\alpha)X_{12}+\left(\frac{1}{2}\beta-\frac{11}{2}\alpha\right)X_{13}+(5+3\beta+16k\alpha)X_{22}+\left(\frac{3}{2}\beta+11k\alpha\right)X_{23}+\left(3+\frac{3}{2}\beta-8k\alpha\right)X_{32}+\left(\frac{3}{4}\beta-\frac{11}{2}k\alpha\right)X_{33}=5P_{22}+3P_{32}-\beta\left(P_{11}+3P_{21}+\frac{3}{2}P_{31}\right) \dots\dots\dots(7)$$

$$\beta X_{12}+\frac{1}{2}\beta X_{13}+(6+4\beta-16k\alpha)X_{22}+(2\beta-11k\alpha)X_{23}+\left(5+\frac{7}{2}\beta+16k\alpha\right)X_{32}$$

図-3 主桁 m に作用する力

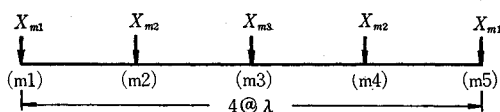


図-4 横桁 n に作用する力

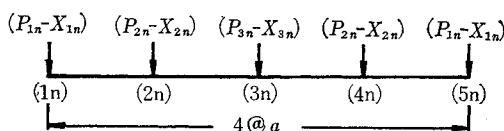
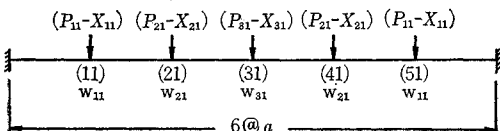


図-5 橋脚ばりに作用する力



$$+\left(\frac{7}{4}\beta+11k\alpha\right)X_{33}=6P_{22}+5P_{32}-\beta\left(P_{11}+4P_{21}+\frac{7}{2}P_{31}\right) \dots\dots\dots(8)$$

$$(\beta-11\alpha)X_{12}+\left(\frac{1}{2}\beta-8\alpha\right)X_{13}+(3\beta+22k\alpha)X_{22}+\left(5+\frac{3}{2}\beta+16k\alpha\right)X_{23}+\left(\frac{3}{2}\beta-11k\alpha\right)X_{32}+\left(3+\frac{3}{4}\beta-8k\alpha\right)X_{33}=5P_{23}+3P_{33}-\beta\left(P_{11}+3P_{21}+\frac{3}{2}P_{31}\right) \dots\dots\dots(9)$$

$$\beta X_{12}+\frac{1}{2}\beta X_{13}+(4\beta-22k\alpha)X_{22}+(6+2\beta-16k\alpha)X_{23}+\left(\frac{7}{2}\beta+22k\alpha\right)X_{32}+\left(5+\frac{7}{4}\beta+16k\alpha\right)X_{33}=6P_{23}+5P_{33}-\beta\left(P_{11}+4P_{21}+\frac{7}{2}P_{31}\right) \dots\dots\dots(10)$$

ただし、 $\alpha=(\lambda^3 J)/(\alpha^3 J_R)$ 、 $\beta=J/J_B$ 、 $k=J_R/J_I$ である。各式において β を含む項は橋脚ばりのたわみの影響をあらわし、 $J_B=\infty$ すなわち $\beta=0$ とおけば主桁の支点が沈下しない場合となる。

(2) 荷重 b の場合

未知格点力は X_{12} 、 X_{22} 、 X_{32} の3個となり荷重 a の場合と同様にしてつぎの式が得られる。

$$2X_{12}+2X_{22}+X_{32}=2P_{12}+2P_{22}+P_{32} \dots\dots\dots(11)$$

$$\left(\frac{1}{4}\beta-\alpha\right)X_{12}+\left(5+\frac{3}{4}\beta+2k\alpha\right)X_{22}+\left(3+\frac{3}{8}\beta-k\alpha\right)X_{32}=5P_{22}+3P_{32}-\beta\left(\frac{1}{2}P_{11}+\frac{3}{2}P_{21}+\frac{3}{4}P_{31}\right) \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{1}{4}\beta X_{12}+(6+\beta-2k\alpha)X_{22}+\left(5+\frac{7}{8}\beta+2k\alpha\right)X_{32}=6P_{22}+5P_{32}-\beta\left(\frac{1}{2}P_{11}+2P_{21}+\frac{7}{4}P_{31}\right) \dots\dots\dots(13)$$

(3) 荷重 c の場合

未知格点力は X_{12} 、 X_{13} 、 X_{22} 、 X_{23} の4個となり、つぎの式が得られる。

$$2X_{12}+X_{22}=2P_{12}+P_{22} \dots\dots\dots(14)$$

$$2X_{13}+X_{23}=2P_{13}+P_{23} \dots\dots\dots(15)$$

$$\left(\frac{8}{9}\beta-8\alpha\right)X_{12}+\left(\frac{4}{9}\beta-\frac{11}{2}\alpha\right)X_{13}+\left(2+\frac{19}{9}\beta+16k\alpha\right)X_{22}+\left(\frac{19}{18}\beta+11k\alpha\right)X_{23}=2P_{22}-\beta\left(\frac{8}{9}P_{11}+\frac{19}{9}P_{21}\right) \dots\dots\dots(16)$$

$$\left(\frac{8}{9}\beta-11\alpha\right)X_{12}+\left(\frac{4}{9}\beta-8\alpha\right)X_{13}+\left(\frac{19}{9}\beta+22k\alpha\right)X_{22}+\left(2+\frac{19}{18}\beta+16k\alpha\right)$$

$$X_{22} = 2P_{22} - \beta \left(\frac{8}{9}P_{11} + \frac{19}{9}P_{21} \right) \dots\dots\dots(17)$$

(4) 荷重 d の場合

未知格点力は X_{12} , X_{22} の 2 個となり, つぎの式が得られる。

$$2X_{12} + X_{22} = 2P_{12} + P_{22} \dots\dots\dots(18)$$

$$\left(\frac{2}{9}\beta - \alpha \right) X_{12} + \left(2 + \frac{19}{36}\beta + 2k\alpha \right) X_{22} = 2P_{22} - \beta \left(\frac{4}{9}P_{11} + \frac{19}{18}P_{21} \right) \dots\dots\dots(19)$$

以上 4 種類の荷重状態に対する X を加え合わせれば, 任意の荷重状態に対する格点力が得られる。これらの式は, 5 主桁 3 横桁の格子桁に対しては任意のスパンと幅員, 各桁の断面 2 次モーメントに対してそのまま適用できる。なお端主桁支点と橋脚ばりの固定点との距離は各橋梁によって異なるわけであるが, ここでは端主桁と中央主桁の支点沈下の差が比較的顕著になるような距離を採用しておいた。

3. 橋脚ばりのたわみと荷重分配の関係

橋脚ばりのたわみが荷重分配にどの程度影響するかが問題となった格子桁橋は, 支間 25.5 m, 主桁間隔 3.525 m, $J_R = 3\,353\,000\text{ cm}^4$, $J_I = 3\,050\,000\text{ cm}^4$, $J = 199\,000\text{ cm}^4$, 主桁 5 本, 横桁 3 本の活荷重合成格子桁橋で, 支間 15.2 m, $J_B = 6\,850\,000\text{ cm}^4$ の橋脚ばり上で支持されたもの, および類似の格子桁が 10 連内外架設されている。この格子桁に近い値を有し, かつ後述の模型実験に使用する目的で $k = J_R/J_I = 1.23$, $\alpha = (\lambda^2 J)/(a^3 J_R) = 0.254$ の格子桁を抜かうことにする。

橋脚ばりのたわみの影響を考察するため, $J_B = \infty$, すなわち支点沈下のない場合 (Model O) と $\beta = J/J_B = 0.0289$ (Model A, 実験に近い値である), 0.0519 (Model B), 0.1032 (Model C), 0.3262 (Model D) の 5 個の場合について, 2. で誘導した式を用いて各格点上に単位荷重が単独に作用した場合の格点力を計算したが, その一例としてスパン中央あるいは $l/4$ 点の端あるいは中央主桁に荷重したときのスパン中央, あるいは $l/4$ 点の格点力を表-1 に示す。

表-1 からわかるように, 支点沈下のない Model O と実橋に近い Model A では荷重分配にほとんど差は生じていない。スパン中央に荷重した場合, 載荷桁の格点力の相違は 0.1~0.2% 程度である。荷重分配の傾向としては端主桁に荷重すると支点沈下のため分配が低下し, 中央主桁に荷重すると逆に分配がよくなる。Model C, D になると橋脚ばりのたわみの影響が相当いちじるしくなり, 最大 3% 前後の差が生じ, 特に中央主桁に荷重した場合にたわみの影響がいちじるしいことがわかる。

表-1

		Model O	Model A	Model B	Model C	Model D
$P_{12}=1$	X_{12}	0.92667	0.92909	0.93099	0.93516	0.95207
	X_{22}	0.11289	0.10996	0.10764	0.10251	0.08121
	X_{32}	-0.01659	-0.01745	-0.01811	-0.01947	-0.02428
	X_{42}	-0.01218	-0.01132	-0.01065	-0.00921	-0.00334
	X_{52}	-0.01080	-0.01027	-0.00986	-0.00898	-0.00566
$P_{13}=1$	X_{13}	0.89725	0.89814	0.89884	0.90034	0.90614
	X_{23}	0.13973	0.13947	0.13926	0.13886	0.13748
	X_{33}	0.00492	0.00375	0.00282	0.00080	-0.00740
	X_{43}	-0.01803	-0.01847	-0.01880	-0.01952	-0.02216
	X_{53}	-0.02387	-0.02290	-0.02212	-0.02048	-0.01405
$P_{32}=1$	X_{12}	-0.02037	-0.01671	-0.01386	-0.00762	0.01738
	X_{22}	0.18433	0.18348	0.18280	0.18130	0.17491
	X_{32}	0.67208	0.66649	0.66212	0.65266	0.61542
$P_{33}=1$	X_{13}	0.00604	0.00811	0.00972	0.01319	0.02682
	X_{23}	0.17277	0.17161	0.17072	0.16883	0.16136
	X_{33}	0.64239	0.64056	0.63912	0.63597	0.62364

スパン $1/4$ 点に荷重した場合は, Model O と A では最大 1%, Model O と D では 9% 程度の差が生じ, スパン中央に荷重したときより, 支点沈下の影響がいちじるしい。支点上に荷重した場合も格点力を生じ, 中央主桁の支点到に荷重したとき Model A で最大 -0.01, Model B で -0.018, Model C で -0.036, Model D で -0.106 程度の格点力が生ずる。なお支点が沈下する場合, 格点力に関しては相反作用の原理は成立しない。

以上は格点に単独に単位荷重が作用する場合について述べたが, つぎに設計荷重 ($L-P$ 荷重) に近い載荷状態としてスパン中央あるいは $1/4$ 点上の全格点に単位荷重が同時に作用する場合を考えてみよう。この場合の各主桁の荷重分担を表-2 に示す。表-2 からわかるように支点沈下のない Model O では各主桁の荷重分担はほぼ等しいのに対し, 支点沈下が大になるにしたがって端主桁の分担が大きく, 中主桁の分担が次第に小になり, 特に $l/4$ 点でその傾向がいちじるしい。しかし Model O と A ではその相違は 1% 内外でほとんど問題にならない。これに対し Model C, D になると相当な差が生じ, 支点沈下を考慮する必要があるように考えられる。

表-2

		Model O	Model A	Model B	Model C	Model D
$l/2$ 点に載荷	X_{13}	1.0288	1.0363	1.0422	1.0547	1.1044
	X_{23}	0.9723	0.9684	0.9655	0.9592	0.9336
	X_{33}	0.9976	0.9905	0.9848	0.9723	0.9241
$l/4$ 点に載荷	X_{12}	1.0192	1.0319	1.0420	1.0638	1.1518
	X_{22}	0.9771	0.9713	0.9671	0.9572	0.9152
	X_{32}	1.0076	0.9932	0.9820	0.9580	0.8660

4. 模型実験および理論値との比較

橋脚ばりのたわみを考慮した格点力の理論式を用いて数値計算を行ない, 支点沈下の影響について考察したが,

ここでは模型格子桁の載荷実験結果と理論値との比較を試みよう。

模型格子桁の寸法は端主桁 20 mm 丸鋼, 中主桁 19 mm 丸鋼でスパンは $4 @ \lambda = 160$ cm, 横桁は 9 mm 丸鋼でスパン $4 @ a = 88$ cm, 橋脚ばりは 22 mm (Model A), 19 mm (Model B), 16 mm (Model C), 12 mm (Model D) の丸鋼でスパン 132 cm とした。丸鋼はいずれも研究して所定寸法に仕上げたものを使用した。格点構造には特に留意し, 主桁と横桁の間で反力のみ伝達してモーメントは伝えないようにするため, 黄銅製ブロックに各丸鋼よりわずかに大きい丸孔を直角に明けたものを使用し, 孔と丸鋼とのガタはビスで防ぐようにした。橋脚ばりの両端固定部は曲げに対してのみ固定になり, 軸力は生じないようにした。

荷重は格点に 20~30 kg の重錘をハンガーで点荷重として作用させ, 各格点のたわみをダイヤルゲージと読取り望遠鏡で測定した。模型および格点構造を写真-1, 2 に示す。

端主桁あるいは中央主桁のスパン中央またはスパン 1/4 点に載荷した場合の全格点のたわみの測定値, およ

写真-1 模型格子桁

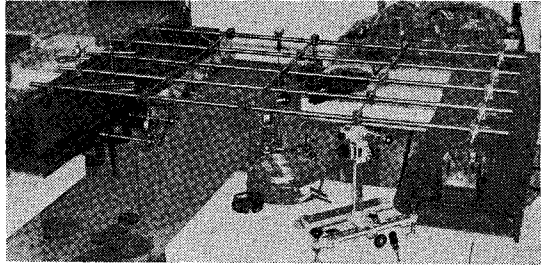


写真-2 格子桁の格点

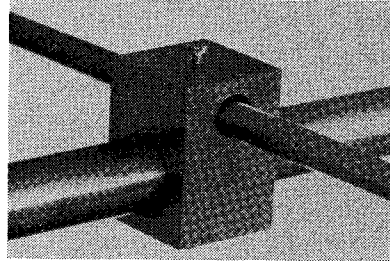
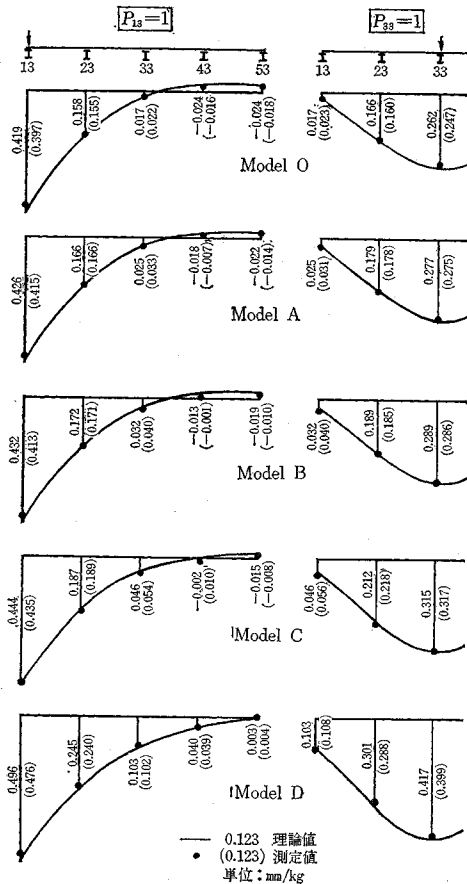


図-6 理論値と実験値との比較



び理論値の比較をしたが, その一例として端あるいは中央主桁のスパン中央に載荷したときの結果を図-6に示す。いずれの場合も両者はほぼ一致した値を示しているが, 測定値の方がわずかに小さい値となっている。これは, 格点の摩擦力のため, わずかではあるがモーメントの伝達が生じ, 荷重分配がよくなるためであることが図からも判断される。

5. むすび

格子桁がラーメン橋脚ばり上に支点を有する場合について, はりのたわみが格子桁の横方向荷重分配に与える影響, および支点が沈下しない場合との相違について理論的ならびに実験的考察を行なった。すなわち, 橋脚ばりのたわみを考慮して格点力の理論式を誘導し, 実橋を対象にして橋脚ばりの曲げ剛度を種々変化させた場合について, 単位荷重が格点に作用したときの格点力を数値計算し, かつ格子桁模型に対する実験結果と比較した。横桁と橋脚ばりの J の比 β の値が 0.05 程度までは支点沈下を無視した場合との格点力の相違はスパン中央で最大 0.5%, スパン 1/4 点で 1.5% 程度になる。ここで問題にした実橋は $\beta = 0.03$ 程度であるから, 橋脚ばりのたわみの影響は無視してさしかえないものと判断される。また全幅員にわたって載荷した場合についても同様なことがいえる。 β の値が 0.1 以上になると, 橋脚ばりのたわみは相当影響するので, それを考慮した格子桁理論で荷重分配を計算する必要があると考えられる。なお, 主桁数がここで扱った数以外の格子桁に対しても, スパンと幅員の比が極端に異なる限り, 同様な結果を予想できるものと考えられる。(1966. 7. 4・受付)