

# 論 文 紹 介

今月は論文集第138号(42年2月発行) 登載論文としてつぎの5編を紹介いたします。今月紹介した論文に対する討議は、42年8月20日まで受け付けます。次号では第139号(42年3月発行) 登載予定論文として下記の4編を紹介いたします。

- 嶋 祐之・玉井伸往：海岸滞水層内の塩水くさびの運動(英文)
- 高松武一郎・内藤正明：く形沈殿池効率におよぼす流体混合の影響
- 松尾新一郎・河野伊一郎：湖水面などの変化に起因する自由地下水の水位変動の解析に関する研究
- 成岡昌夫・大村 裕・中川建治・山口富夫：直格子斜桁橋の固有振動数に関する研究

## 大径鋼管ぐいの沈下に関する基礎的研究

後藤尚男・勝見 雅

本研究は、いわゆる大径鋼管ぐいの沈下を対象としたものであり、ぐいの先端が開放された鋼管ぐいの沈下と先端が開鎖された状態との関連において解析し、これにぐい体周囲の摩擦をもあわせ考えて沈下量に関する算定式を導き、模型・実物両実験の結果と比較考察して算定式の妥当性について検討したものである。

### 1. 沈下に関する理論式

ぐいの先端支持層を半無限弾性体と仮定し、これに先端閉鎖なるぐいに荷重がかかるときの沈下  $w_c$  を、Timoshenko などによる半無限弾性体に円形等分布荷重が作用したときの平均沈下で近似的に表わせるものと考え、すでに知られている関係より次式が書ける。

$$w_c = \frac{16}{3\pi^2} \frac{P_c(1-\nu^2)}{RE_s} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $P_c$ ：先端閉鎖ぐいの全荷重、 $R$ ：ぐいの半径に相当する円形等分布荷重の半径、 $E_s$ 、 $\nu$ ：支持層の地盤の弾性係数、ポアソン比。

一方、ぐい先の開放されている場合の沈下  $w_0$  は同様に、半無限弾性地盤上の肉厚の小さい円環状の等分布荷重が作用する場合の平均沈下に近似的であると考え、式(1)の考え方を適用拡張して演算を進めることにより次式が導かれる。

$$w_0 = \frac{8}{3\pi^2} \frac{P_0 R_0^3(1-\nu^2)}{(R_0^2 - R_i^2)^2 E_s} I_1 - \frac{8}{\pi^2} \frac{P_0 R_i(1-\nu^2)}{(R_0^2 - R_i^2)^2 E_s} I_2 \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 $P_0$ ：先端開放ぐいの全荷重、 $R_0$ 、 $R_i$ ：ぐいの外、内半径。

$$I_1 = \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{1}{\sin^2 \psi} \left( 1 - \frac{R_i^2}{R_0^2} \sin^2 \psi \right)^{3/2} - \frac{\cos^2 \psi}{\sin^2 \psi} \right\} d\psi$$

$$I_2 = \int_{R_i}^{R_0} \int_0^{\sin^{-1}(R_i/r)} r \left( 1 - \frac{r^2}{R_i^2} \sin^2 \psi \right)^{1/2} d\psi dr$$

したがって、閉鎖と開放の両状態において同一の沈下量を生ずる荷重  $P_c$  と  $P_0$  の比率は式(1)と式(2)における  $w_c$  と  $w_0$  を等置することにより次式で書ける。

$$\frac{P_0}{P_c} = \frac{2(R_0^2 - R_i^2)^2}{R_0^4 I_1 - 3 R_0 R_i I_2} \dots\dots\dots(3)$$

つぎに、ぐいの周囲摩擦応力  $f$  はそれぞれ弾性域・弾塑性域・塑性域にある場合を対象とし、ぐいの周囲摩擦力を考慮した場合の沈下量を、それぞれ理論的に導いた。ここでは一例としてぐいの周囲摩擦応力が弾性域にある場合を示す。すなわち、Seed と Leese も示している次式から出発した。

$$\frac{d^2 u}{dx^2} - \frac{fU}{AE_p} = 0 \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 $u$ ：深さ  $x$  におけるぐいの沈下量、 $f$ ：ぐいの周囲摩擦応力、 $U$ ：ぐいの周長、 $E_p$ ：ぐいの弾性係数、 $A$ ：ぐいの断面積、しかして、中間層が粘土またはシルトからなり、ぐいの周囲摩擦応力  $f$  が弾性域にある場合は  $f$  は沈下量  $u$  に比例するものと考えてよいので、 $f = \beta u$  ( $\beta$ ：摩擦弾性比例定数) と書ける。したがって式(4)に  $f = \beta u$  を入れて解き、ぐいの両端における境界条件を適用すると、ぐいの先端閉鎖、開放の両状態についてそれぞれつぎの結果をうる。

$$\bar{w}_c = \frac{\alpha_c r \cosh r l + \sinh r l / AE_p}{r \cosh r l + \alpha_c \beta U \sinh r l} \bar{P}_c \dots\dots\dots(5)$$

$$\bar{w}_0 = \frac{\alpha_0 r \cosh r l + \sinh r l / AE_p}{r \cosh r l + \alpha_0 \beta U \sinh r l} \bar{P}_0 \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $\bar{w}_c$ 、 $\bar{w}_0$ ：先端閉鎖と開放におけるぐい頭の沈下量、 $\bar{P}_c$ 、 $\bar{P}_0$ ：両状態における上載全荷重、 $l$ ：ぐいの長さ(根入長)、かつ

$$r^2 = \frac{\beta U}{AE_p}, \quad \alpha_c = \frac{16}{3\pi^2} \frac{(1-\nu^2)}{R_0 E_s},$$

$$\alpha_0 = \frac{8}{3\pi^2} \frac{R_0^3(1-\nu^2)}{(R_0^2 - R_i^2)^2 E_s} I_1 - \frac{8}{\pi^2} \frac{R_i(1-\nu^2)}{(R_0^2 - R_i^2)^2 E_s} I_2$$

これらよりぐいの先端閉鎖と開放の両状態において同一の沈下量を生ずる荷重  $\bar{P}_c$  と  $\bar{P}_0$  の比率は次式で書ける。

$$\frac{\bar{P}_c}{\bar{P}_0} = \frac{r \cosh r l + \alpha_0 \beta U \sinh r l}{r \cosh r l + \alpha_c \beta U \sinh r l} \cdot \frac{\alpha_c AE_p r \cosh r l + \sinh r l}{\alpha_0 AE_p r \cosh r l + \sinh r l} \dots\dots\dots(7)$$

### 2. 数値計算と実験結果および考察

式(3)と式(7)のように導かれたぐい先端閉鎖と開放の両状態において、同一の沈下量を生ずる荷重の比率を数値計算した結果の一例を図-1、図-2に示した。これらの図によるとぐい径  $2R_0$  が大きくなるほど、肉厚

$t$  が小さくなるほど、根入長  $l$  が小さくなるほど荷重比はいずれも小さくなる傾向を示している。また、中間層が弾塑性域、塑性域に入ると図-2 に図示したごとき曲線は同図の  $l=0$  あるいは図-1 なる曲線に近づくものと推察される。

一方、室内模型実験を行ない、その結果からくいの先端閉鎖と開放の両状態において、同一の沈下量を生ずる荷重の比率の範囲を求めた結果の一例が表-1 であり、模型実験に使用した模型ぐいの寸法を式 (3) に代入して数値計算を行なった結果をも同表に一括表示した。これらの表より支持層の砂が締まっている方が、上記の荷重比  $P_0/P_c$  は大きくなり、それらの値は数値計算値と比較的よく対応している。また現地実物実験の結果を引用することにより、上記 1. で述べた沈下を求める式の妥当性がある程度は認められ、中間層地盤の  $N$  値が大きければ

図-1 くい径-荷重比の数値計算結果 (式(3))

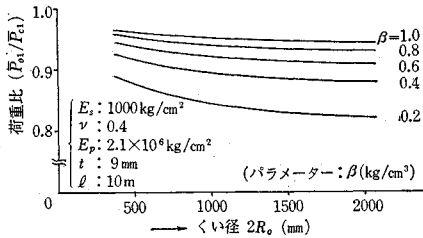


図-2 くい径-荷重比の数値計算結果 (式(7))

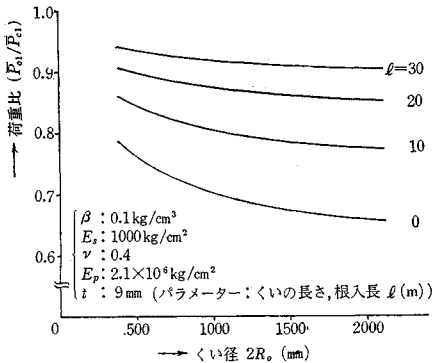


表-1 くい先端開放、閉鎖両状態における同一沈下量に対する荷重比 ( $P_0/P_c$ )

メタクリル酸樹脂製 ぐい (mm)		$\phi 76$	$\phi 45$	$\phi 22$
実験値	loose sand	0.60~0.70	0.75~0.85	0.85~1.00
	dense sand	0.75 前後	0.85~0.90	0.90~1.00
計 算 値		0.844	0.882	0.959
鋼 製 ぐい (mm)		$\phi 76.2$	$\phi 50.8$	$\phi 26.7$
	loose sand	0.65 前後	0.70~0.80	0.95 前後
dense sand	0.70~0.75	0.85~0.90	0.95~1.00	
計 算 値		0.801	0.819	0.939

周面摩擦力を期待してよからうことがわかった。

### 3. 結 び

本研究では、大径鋼管ぐいの沈下に関する基礎的な研究の一環として、くい先支持と周面の摩擦支持に注目して取り扱ったもので、その研究の範囲内においてつぎの結果が得られた。

(1) くい先端が開放なる通常の状態とくい先の支持面積を全閉鎖面積に仮想する場合の両者において、同一の沈下量を生ずる荷重の比率を求める算定式を導いた。

(2) くいの周面摩擦を期待できる場合を対象として、上記(1)にくい周摩擦を考慮した場合を組み合わせ、くい先が開放・閉鎖なる両状態における沈下量と荷重比を求める算定式を得た。

(3) 模型実験により(1)の算定式の妥当性をほぼ確かめることができ、また実物実験の資料を引用検討することにより(2)の算定式も比較的意義のあることを裏付けることができた。

しかし大径鋼管ぐいにおいても打込みによって管内に押しこまれた土の影響、極限支持力と沈下の問題などは重要であるので、引続いて研究する予定である。

(1966.6.8・受付)

後藤：正会員 工博 京都大学教授 工学部  
勝見：正会員 工修 立命館大学助教授 理工学部

### 3 次元光弾性問題の数値解法

色部 誠・後藤浩一

3次元弾性問題における力のつりあいをあらわす3つの連立偏微分方程式から、その一部の偏微係数に差分法を用い、3群の線型連立常微分方程式を誘導し、これを解き、逐次計算によって問題の近似解を求める方法を示す。線型連立常微分方程式を解くには、1階の形に改め、マトリックス級数を用いている。

近似解の精度はきわめて高く、たとえば Lamé の問題にこの方法を適用し、理論解と完全なまでに一致する結果を得ている。

本方法の応用性は広く、原理的には不均質物体、異方性体の問題への適用にも別段の困難はない。ただし細部にわたる応力変形の状態を求めるために差分間隔を細くとると、現在の計算機の性能をもってしては、マトリックス級数による連立常微分方程式の求解には限度があるので、弾性の空間的な変化が複雑な不均質物体などの問題に対しては、連立常微分方程式の解法にさらに一考を要する。

(1966.8.11・受付)

色部：正会員 電力中央研究所技術研究所  
後藤：正会員 関西電力 K K 建設部

# 1次化連立式による新管網解法 とその応用

合田 健・雄倉幸昭

管網解法については Hardy-Cross 法以来、その改良法は数多く考案されているが、実用されているものはいずれも流入条件および管路抵抗係数を一定とした特殊の場合しか解けない。しかし、実際の配水系には最初から水位の与えられた配水池を2個以上有している場合が多く、このようなときは流入条件あるいは管路抵抗係数を変数として扱わなければならない。

## 1. 1次化基本式の誘導

- $Q_0$ : 管網への流入量
- $Q_{1...n}$ : 節点からの流出量
- $q_{1...i}$ : 管内流量
- $h_{1...i}$ : 損失水頭
- $r_{1...i}$ : 管路抵抗係数
- $J$ : 節点数
- $N$ : 閉管路数
- $i$ : 管路数

まず、流入点が1カ所で、すべての管路抵抗係数が最初から与えられた場合は、変数および式数はともに  $(2i + 1)$  になる。しかし、損失水頭式  $h_i = r_i q_i^2$  を用いて最初にすべての  $h_i$  を消去しておけば変数は  $i$  個となる。

これに対し式数は、圧力平衡式  $N$  個および節点均衡式  $J$  個であるが、最初に  $Q_0 = \sum Q_n$  を満足するように  $Q_0$  を決定するから総式数は  $N + J - 1 = i$  となり、変数の数と一致する。

この  $i$  個の連立方程式は  $q_i$  に関する  $(J-1)$  個の節点均衡式(1次式)と  $N$  個の圧力平衡式(2次式)とからなっており、これを解くには2次式を1次化しなければならない。

いま、2元高次方程式(1)式があり、

$$\phi(x, y) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$x$  および  $y$  の近似値を  $x_1$  および  $y_1$  とし、その補正値を  $\xi$  および  $\eta$  とする。すなわち、式(1)は

$$\phi(x_1 + \xi, y_1 + \eta) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

となり、この式(2)を  $x_1, y_1$  において Taylor 展開し、その最初の2項のみをとりあげれば、

$$\phi_1 + \left( \xi \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \eta \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right) = 0 \dots\dots\dots (3)$$

と表わせる。ここに、 $\phi_1 = \phi(x_1, y_1)$  である。

式(3)の  $\xi$  および  $\eta$  を、 $x = x_1 + \xi, y = y_1 + \eta$  を用いて消去すれば

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} x + \frac{\partial \phi_1}{\partial y} y = \frac{\partial \phi_1}{\partial x} x_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial y} y_1 - \phi_1 \dots\dots\dots (4)$$

となるが、もし最初に式(1)が1次式であれば、上のような変形を行なってももとの式(1)に還元されるから、1次式および高次式の混合した連立式においては高次式のみを式(4)、すなわち  $x, y$  に関する1次式に変換した1次連立式を解けばよいことになる。 $x$  および  $y$  の真値を求めるには、Taylor 展開において第3項以下を省略したので反復計算が必要である。

管網の圧力平衡式は  $q_i$  に関する2次式で

$$r_1 q_1^2 + r_2 q_2^2 + \dots\dots\dots = 0 \dots\dots\dots (5)$$

( $r_i q_i^2$  の符号は右まわりを正、左まわりを負とする。

以下同様)

と表わされ、 $q_i$  の最初の仮定値を  $q_{i,1}$  とすると式(5)はつぎのような1次式に変換できる。

$$\begin{aligned} r_1 q_{1,1} q_1 + r_2 q_{2,1} q_2 + \dots\dots\dots \\ = \frac{1}{2} (r_1 q_{1,1}^2 + r_2 q_{2,1}^2 + \dots\dots\dots) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに、最初の仮定値  $q_{i,1}$  は計算の便宜上仮定するもので、節点均衡式を満足させる必要はない。たとえば、

$$q_{1,1} = q_{2,1} = \dots\dots\dots = q_{i,1}$$

と仮定すれば、第1回目の修正計算は非常に簡単になる。

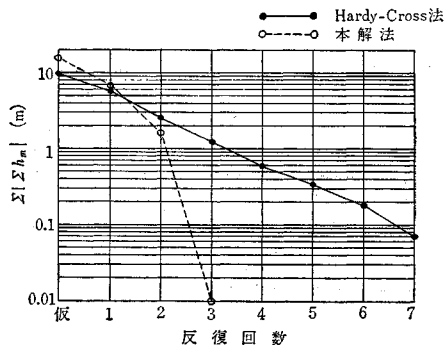
また、 $q_i$  とともに  $r_i$  も変数の場合は3次式となり、その場合も  $r_{i,1}$  を仮定することにより式(4)を用いて1次式に変換することができる。

## 2. 本解法の利点

① 多流入点間の水位差あるいは任意節点間の損失水頭を与えて解くことができる。さらに拡張して、すべての節点間の損失水頭を管布設費など考慮して与えることにより、経済性の導入が可能となる。

② 節点均衡式を満足したいわゆる従来の仮定流量を用いなくても解けるので、技術的経験やカンが介入しない。

図-1



③ 取れんが非常にはよい。たとえば、本解法による各閉管路の閉合水頭差の合計を Hardy-Cross 法によるものと比較すれば、図-1 のようである。

④ 直接  $q_i$  を求めるので、 $\Delta q_i$  の加減算が不要であり、このことは、とくに電子計算機にとって有利である。  
(1966.6.18・受付)

[合田：正会員 工博 京都大学教授 工学部]  
[雄倉：正会員 新日本技術コンサルタント]

### 開水路急縮部の水理的性状 に関する研究

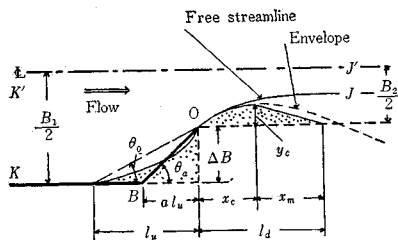
石原藤次郎・志方俊之

開水路急縮部を通る定常流の水理的性状に関する研究は、その目的によってつぎのようなものに分類される。すなわち (i) 急縮部における水面形追跡、(ii) 急縮部における局所的洗掘の問題、(iii) エネルギー損失および水面の擾乱を最小にする水路境界の最適遷移形状の決定などである。いずれの場合にも、急縮部において支配断面が生ずる射流遷移と常流のままの遷移との臨界条件に関する問題および急縮部の近傍に形成されるはく離領域の形状とその内部機構の解明がとくに重要な問題である。臨界下流条件を得るためには、まず与えられた水路の幾何学的条件および流れの状態と収縮係数との関係を知る必要がある。そのためには急縮部の上下流に形成されるはく離領域の形状と大きさを知ることがとくに重要であり、これらは最適遷移形状の決定や局所的洗掘現象の解明に基礎資料を与える点でも重要な課題の一つである。

本研究では常流遷移流の挙動より一つのモデル(図-1)を作り、開水路急縮部におけるはく離領域の形状および大きさと水路幅縮小比との関係を検討した。下流側水路における縮流の現象は流れの慣性によるものであるから、上流側はく離領域の影響を考慮して、急縮断面における接近流の方向をつぎのように与えた。

$$\theta_a = \tan^{-1} \frac{\Delta B}{a l_u} \dots\dots\dots (1)$$

図-1 Flow model assumed in the analysis.



ここに、 $\theta_a$ : 接近角、 $a$ : 接近角定数、 $l_u$ : 上流側はく離領域の長さである。

はく離領域の境界は、粘性や乱れの影響を考慮して、自由流線上の各点から発達する混合領域の外縁によって作られる包絡線として与えられると考えた。混合領域の幅  $\bar{b}$  は式(2)によって与えられるとし、収縮断面より下流では一つの急縮部における流れの拡大として取り扱い、下流側水路側壁の拘束効果は定数  $\sigma_n$  を導入して式(3)のように評価した。

$$\bar{b} = \frac{1}{\sigma} \bar{s} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{x_m}{B_1} = \frac{1}{2(1-c_2)} \sigma_m \beta_* (1-C_c) \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\sigma$ ,  $\sigma_m$ : 混合領域の拡大に関する定数、 $\bar{s}$ : 自由流線上の各点における接線に沿う距離、 $c_2$ : 混合領域内の流速分布によって決定される定数、 $\beta_*$ : 水路幅縮小比および  $C_c$ : 収縮係数である。

図-2、図-3 はそれぞれ  $C_c$  と  $\beta_*$ 、下流側はく離領域の長さ  $e_d$  と  $\beta_*$  との関係を示したもので、上に示した流れモデルによって得られた理論値はよく実験値を説明していることがわかる。

図-2 Relation between  $c_c$  and  $\beta_*$ .

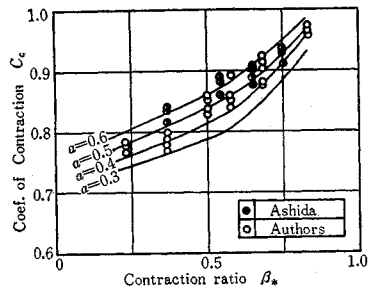
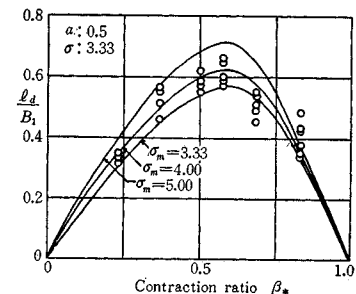


図-3 Length of downstream separation region.



(1966.8.2・受付)

[石原：正会員 工博 京都大学教授 工学部]  
[志方：正会員 工修 京都大学研究生 工学部]

# 粘土のベーンせん断強度に関する研究

柴田 徹

ベーン試験は、軟弱な粘土地盤の原位置強度を測定するために広く用いられているほか、圧縮試験の代用として室内ベーン試験が行なわれることもある。しかしこの試験に関しては未知の要素が未解明のまま残されているために、従来の試験結果の解釈法が必ずしも妥当であるとはいえない場合もあったと考えられる。

この論文では図-1 に示すような三軸ベーンせん断試験機（三軸セル中で圧密を完了させた試料中に、底部よりベーンを挿入し、ベーン軸をモーターによって回転し、そのときの回転角とトルクを測定する）を用いて、ベーン試験解析の基本となっている Cadling の式の妥当性を検照したのち、定体積直接せん断試験結果と比較することによって、ベーン試験のすべり面に作用する応力状態を間接的に推定している。ついで粘土の水平と鉛直面におけるせん断強度  $\tau_H$ ,  $\tau_V$  を分離して測定し、それぞれの特性ならびにせん断強度の異方向性を明らかにする。さらにそれらの成果を用いて、工学的に重要な意義をもっている  $c/p$  値の意味を考察している。

えられた結論のうちおもなものを列挙するとつぎのようである。

(1) ベーンせん断試験は、従来粘土の非排水せん断強度を測定するものとされていたが、必ずしもそうではなく、むしろ排水強度に近い値を与えるものである。ことにベーンを貫入してから、せん断開始までに放置期間をはさむと、強度がかなり大きくあらわれるから注意を要する。

(2) 鉛直面と水平面上のせん断強度、 $\tau_V$ ,  $\tau_H$  の比すなわち強度の異方向比  $\tau_V/\tau_H$  は、図-2 に示すように低塑性粘土ほど小さくなる傾向があり、PI が 10 以下の粘土では静止土圧係数  $K_0$  にほぼ等しくなる。低塑性粘土では、破壊時における粘着成分の寄与が無視できる程度に小さいことがその主要原因であると考えられる。

(3) ベーン試験で測定される  $c/p$  値は圧密応力比  $K$  によって変化し、図-3 に示すように  $K$  が減少するとほぼ直線的に低下する。そして原位置ベーンでは  $K=K_0$  に対応する  $c/p$  値を測定するので、特に低塑性粘土では著しく低い値がえられることになる。

(4) わが国における沖積粘土では、原位置ベーン試験でえられる強度  $c$  は、鉛直面上の  $\tau_V$  にほぼ等しいとみてよい。このように  $c=\tau_V$  としたときの誤差は 6% 以下である。

(5) 圧縮試験とベーン試験結果を比較すると、一般には一致しないがその原因は、従来考えられていたよう

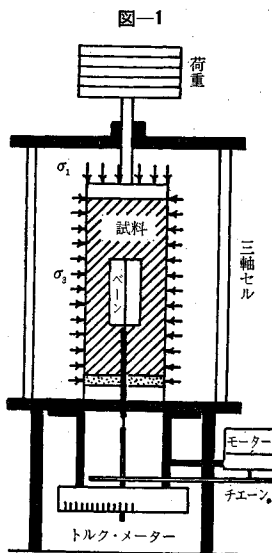


図-1

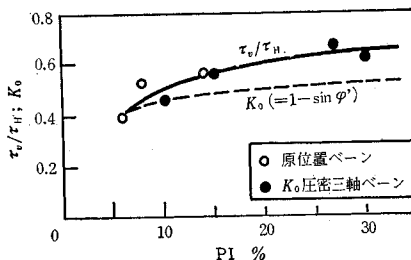
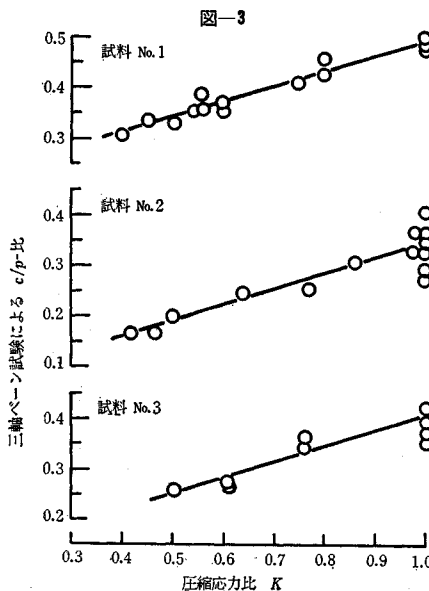


図-2



な「室内試験で再圧密する際の高密度化による強度増加現象」ではなく、両試験におけるせん断様式の相違（純粋せん断と単純せん断）によるものとする。

(1966.6.3・受付)

【筆者：正会員 京都大学助教授 防災研究所】