

今月は論文集第136号(41年12月発行)登載論文としてつぎの5編を紹介し、今月紹介した論文に対する討議は42年6月20日まで受付けます。次号では第137号(42年1月発行)登載予定論文として下記の5編を紹介し、

加賀美一二三:鉄筋コンクリートばりのせん断くり返し荷重実験に関する研究

松尾 稔・新城俊也:粘性土中の基礎の引揚抵抗力に関する研究

毛利正光・高田 弘:道路交通流の新しいモデルおよびその利用について

西田義親・射場正和・中川誠志:摩擦杭周囲の地盤の応力の一計算式

最上 武雄:種々の大きさの粒から成る粒状体の力学

周辺で単純支持される無梁板の解法

山崎徳也・樗木 武

1. ま え が き

無梁板の解法に関する理論的研究は Marcus, Nádai, Lewe, Grein ら多くの人々により行なわれてきた。しかし、これらの研究は無梁板が構造的に对称かつ少なくとも一方は無限長であること、中間支柱の反力モーメントを無視し、あるいは考慮しても各中間支柱に同一モーメントを仮定する等のきわめて単純な仮定のもとで、載荷が等分布荷重または対称荷重等の特殊な状態に限定されること、解式が複雑であることなどの多くの難点をもち、したがってその適用範囲に自ずから限界をもつものである。特に任意垂直荷重を受け、柱配列、柱間隔および柱の剛度がまったく任意であり、かつ板がいずれの方向においても有限長であるとき無梁板の解法を論じたものはまだ見当らず、本論文はかかる構造物の解法を提示するものである。

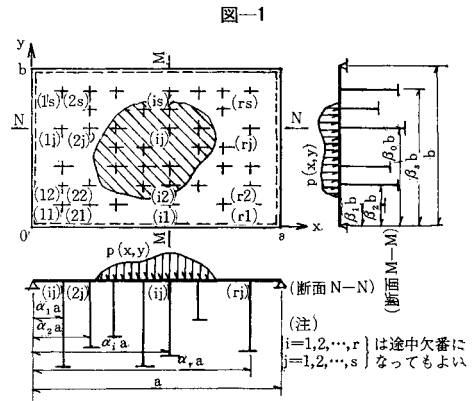
2. 解 法

無梁板構造物は板と柱とが直結するゆえ、板から柱に3軸方向の力およびモーメントが伝えられる。板面に対して垂直な荷重が働き、板の垂直面内曲げを論ずる場合には、板面内の水平反力およびねじりモーメントは微小としてこれらを無視し、板から柱に垂直反力および x, y 方向の反力モーメントが伝えられるとき無梁板の解法を論ずるものである。

(1) 板の弾性曲面

板の基礎微分方程式は、周知のごとく次式で与えられる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) / D \quad \dots\dots (1)$$



ただし、 w :板の弾性曲面、 D :板剛度

$q(x, y)$:板に働く任意垂直荷重の荷重強度

さて、図-1に示すごとく、本論文で取り扱う無梁板は周辺単純支持であるから、載荷荷重 $p(x, y)$ と同様各中間支柱における垂直反力および x, y 方向の反力モーメントをすべて荷重とみなせば、これら荷重が作用するスパン a, b なる四辺単純支持矩形板として取り扱うことができ、その境界条件を満足する弾性曲面 w は二重正弦フーリエ級数を用いて次式で表わすことができる。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} G_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \dots\dots (2)$$

(ただし、 G_{mn} :任意定数)

ついで、無梁板に作用する載荷荷重 $p(x, y)$ および各中間支柱の垂直反力および反力モーメントを二重正弦フーリエ級数に展開し、式(1)右辺に代入するとともに、式(1)左辺に式(2)を代入すれば、任意定数 G_{mn} が決定され、無梁板の弾性曲面 w は次式となる。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{T_{mn}}{D \pi^4 \{(m/a)^2 + (n/b)^2\}^2} \right) \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \dots\dots (3)$$

(ただし、 T_{mn} は載荷荷重および各中間支柱の垂直反力および反力モーメントの関数である)。

(2) 無梁板解析のための基本連立方程式

式(3)を用いて板全体のひずみエネルギー U を求めればつぎのとおりである。

$$U = \left(\frac{ab}{8D\pi^4} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{T_{mn}^2}{\{(m/a)^2 + (n/b)^2\}^2} \right\} \quad \dots\dots (4)$$

式(4)に Castigliano の定理を適用すれば、図-1に示す無梁板の各中間支柱の垂直反力 R_{ij} 、 x, y 方向の反力モーメント M_{ij}^x, M_{ij}^y と各中間支柱における垂直変位 d_{ij} 、 x, y 方向の接線角 τ_{ij}^x, τ_{ij}^y との間の一連の関係式が求まり、つぎのごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s \left(R_{kl} \cdot D_{kl}^{ij} - \frac{\pi}{a} M_{kl}^x \cdot X_{kl}^{ij} \right. \\ \left. - \frac{\pi}{b} M_{kl}^y \cdot Y_{kl}^{ij} \right) &= \frac{ab}{4} D^{ij} + \frac{ab}{4} D \pi^4 d_{ij} \\ \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s \left(R_{kl} \cdot A_{kl}^{ij} - \frac{\pi}{a} M_{kl}^x \cdot O_{kl}^{ij} \right. \\ \left. - \frac{\pi}{b} M_{kl}^y \cdot V_{kl}^{ij} \right) &= \frac{ab}{4} E_x^{ij} - \frac{a^2 b}{4} D \pi^3 \tau_{ij}^x \\ \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s \left(R_{kl} \cdot B_{kl}^{ij} - \frac{\pi}{a} M_{kl}^x \cdot Q_{kl}^{ij} \right. \\ \left. - \frac{\pi}{b} M_{kl}^y \cdot W_{kl}^{ij} \right) &= \frac{ab}{4} E_y^{ij} - \frac{ab^2}{4} D \pi^3 \tau_{ij}^y \\ &\dots\dots\dots(5) \end{aligned} \right\}$$

(ただし、 $i=1, 2, \dots, r, j=1, 2, \dots, s$, また左辺の各係数は中間支点の位置により定まる定数で形状定数を名づけ、右辺第1項は荷重項である)。

式(5)の各式はそれぞれ中間支柱と同数の連立方程式となり、各中間支柱において垂直反力 R_{ij} または垂直変位 d_{ij} , x 方向の反力モーメント M_{ij}^x または接線角 τ_{ij}^x , y 方向の反力モーメント M_{ij}^y または接線角 τ_{ij}^y のいずれか一方が他の条件から判明すれば、方程式の数と未知数の数とが一致するゆえ、これら諸式を連立に解くことにより 図-1 に示す無梁板の解がえられることとなる。

3. むすび

二重正弦フーリエ級数を用いて無梁板を解く本法はつぎの諸点をその特色としてあげることができる。

(1) 本法は柱の反力モーメントを考慮する場合もしない場合も同一手法により無梁板構造を厳密に解析する完全解法である。また、板がいずれの方向においても有限長であり、かつ柱が全く任意の間隔および配列をなす無梁板構造物に任意垂直荷重が作用するとき広汎な種類の無梁板構造に適用しうる点既往の諸研究にくらべてきわめて一般的である。

(2) 本法にしたがえば、無梁板を解くことは式(5)の多元一次連立方程式を解くだけの簡単な内容となり、かつ連立方程式を解くことによりただちに各中間支柱の不静定力を算出することができる。また、式(5)に含まれる形状定数および荷重項は本文に詳説するとき内容をもつが、結局これらは板構造として最も簡単な四辺単純支持矩形板に関するものであり、これらについてあらかじめ算出し、図表化しておくことは容易であり、また在来の演算結果も利用でき、そのつど算出する必要はなく、したがって連立方程式を解くことは、連続ばりやラーメン等の骨組構造物を解くのと変わらない労力ですむ。

(3) 特に必要とする無梁板上の特定点の変位量を他の未知不静定力と同時にかつ簡単に求めうること、なら

びに支柱沈下の問題をきわめて簡単に解きうる点など既往の諸研究で論じられなかった面にも適用でききわめて便利である。

以上のごとく、本法は既往の諸研究に比較してきわめてすぐれた方法であり、無梁板の解析ならびに設計に大いに威力を発揮するものと確信する。

(1966.1.31・受付)

山崎：正会員 工博 九州大学教授 工学部
 樺木：正会員 九州大学助手 工学部

腹板の耐荷力に関する一考察

小西一郎・白石成人・渡辺英一

1. まえがき

腹板の座屈現象がどのような意味を持っているものかを理論的に追求するために、プレート ガーダー をとりあげ、その腹板に着目してこれがモーメントを受ける場合とせん断力を受ける場合について板と見なし有限変形理論を用いて座屈後の挙動解析を行なった。なお数値計算はせん断力を受ける初期たわみのない正方形板を例にとって KDC-II (京都大学電子計算機=HITAC 5020) を用いて行なった。

2. せん断力を受ける腹板の問題点

せん断座屈後には腹板にいわゆる斜張力の場ができるといわれている。航空工学の分野においてはこのことが深く研究されてきたが、その結果をそのまま一般のプレート ガーダー に適用するには問題がある。なぜなら腹板と他の部材、たとえばフランジや補剛材の剛度がいちじるしく違わないという点が航空機構造と根本的に異なると考えられるからである。

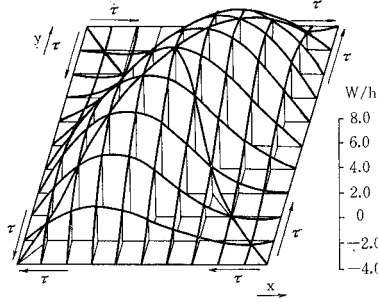
3. 四辺単純支持としたときの正方形板のせん断座屈後の挙動解析

主目的は斜張力の場が果たして明確に実現され得るかということと高強度の材料を用いたときの後座屈領域におけるメリットを調べることである。

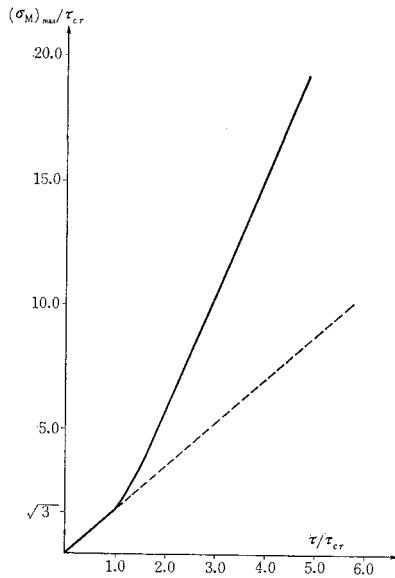
4. 計算とその結果

たわみのモード成分 5つを未知数にとり Kármán の非線形偏微分方程式を対称性によって最終的に四元三次齊次代数方程式に帰一した。この基本方程式を荷重レベル 30 段階について近似的に解き、これらの解を用いて板の 100 分点についてたわみ、応力の $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, 主応力 σ_1, σ_2 , 最大主応力角 θ , Huber von Mises-Hencky の比較応力 σ_M , Edge の相対変位 u, v を算出し検討

図一 $\tau/\tau_{cr}=5.4$ のときのたわみ波形



図二 $(\sigma_M)_{max}$ と τ/τ_{cr} の関係

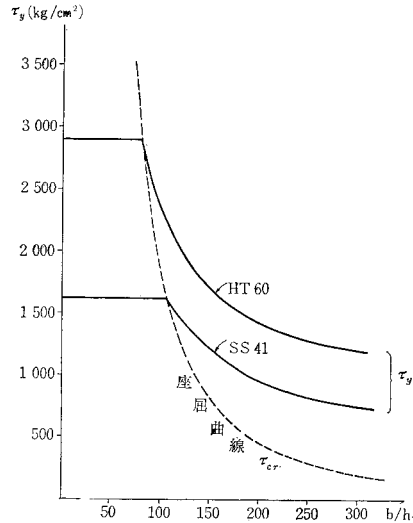


した。図一は座屈荷重の5.4倍のせん断応力がEdgeに沿って作用したときのたわみ波形を示す。ここに τ_{cr} は座屈荷重であり h は板厚を示す。つぎに図二は各荷重に対してHuber von Mises-Henckyの比較応力 σ_M の最大値 $(\sigma_M)_{max}$ をプロットして描いた曲線であり、この図を用いて普通鋼SS 41(降伏応力度 $\sigma_y=2800 \text{ kg/cm}^2$)、高張力鋼HT-60($\sigma_y=5000 \text{ kg/cm}^2$)を例としてとり上げ、板が膜応力によって降伏を始めるときの荷重 τ_y と腹板の細長比の関係を示したのが図三である。

5. 結 論

- (1) 荷重 τ が座屈荷重 τ_{cr} を越えて増大しても極端に大きなたわみは生じない。
- (2) 荷重が τ_{cr} から増大するにしたがってたわみ波形において斜め方向の細長い帯状の起伏が次第に顕著になってくる。
- (3) 座屈後荷重の増大とともに相対する板の端辺は

図三 τ_y と板の細長比 b/h の関係



互いに接近するように変形するが、この相対変位は荷重レベル $\tau/\tau_{cr}=5$ ぐらいになると板の細長比100, 200, 300に対してそれぞれ板厚の0.9, 0.4, 0.3倍ぐらいの大きさになる。したがってもし板の境界にそってフランジや補剛材が配置されておればこの相対変位は拘束されることになるので実際の腹板の耐力はいま考えている板のそれと比較して大きい。

(4) 荷重の増大とともに板には膜引張力が発達する。そのとき最大主応力と最小主応力の大きさの差は次第に大きくなり、板の中央半分ぐらいの領域においては明確な斜張力の場が認められる。荷重が非常に大きくなると最小主応力も圧縮側から引張側へと変化するようになるが、この現象は板の境界部材の剛度と腹板のそれとの相対比によってまったく異なる可能性があることを示唆しておく。

(5) 現在の鋼構造物設計示方書によればせん断耐力に関しては高張力鋼の使用によるメリットは大きくはない。しかし実際にはもし降伏に対して一定の安全率を有するように設計すれば本論文に述べられているように普通鋼よりも高張力鋼の方が有利であることが結論づけられる。しかも実際の腹板は堅固な上下フランジと補剛材によって連続的に支持されているので安定性はいま扱っている板よりは明らかに良好であるから高張力鋼の有益性が生かせると考えられる。

今後さらに本研究論文で考慮された場合についてはもちろん、他の複雑な場合についても数値計算を行なって資料としたいと思う。

(1966.5.11・受付)

小西：正会員 工博 京都大学教授 工学部
白石：正会員 工博 京都大学助教授 工学部
渡辺：学生会員 工修 京都大学大学院学生

地震時 Mohr の円とその擁壁土圧 への適用について

市原 松平

本研究は、まず最初に、粘着力をもった地盤土に地震力が作用した場合の極限平衡時における土中の応力状態を示す Mohr の円の描き方、ならびに、すべり面と応力の求め方を示し、解析結果と比較した場合に、計算する点の間隔を適当にとれば、両者からえられる曲線が一致することを示した。また、擁壁式の擁壁背後に作用する地震時土圧の算定にこの方法を用いると、粘性土を有する裏込土砂中に容易にすべり面を描くことができるから、これによって、塑性領域が決定し、土圧の作用面を土中に決定することができ、合理的に地震時土圧の算定ができることを示した。また、土圧算定に関係する種々の基本的な要素を指摘した。

地震時土圧の計算では、ふつう、地盤の粘着力 C は無視して計算している。しかしながら、裏込てんば面の水平面に対する傾角 β 、地震合成角 θ がある大きさに達し、 $\beta + \theta$ が裏込土の内部摩擦角 φ よりも大きくなると、Coulomb 系の地震時土圧式でも、Ronkine 系の土中の面に作用する地震時土圧を与える式でも、根号内の値が負になって計算できないことになる。しかも上述したことは、 $\beta \geq 10^\circ$ の値に対して往々にしておこりうることである。このような場合に、われわれは $\beta + \theta = \varphi$ として計算を行なってきた。しかし、実際の裏込土には粘着力があって、 $\beta + \theta < \varphi$ である場合も現実としてはありうるはずである。ここに、裏込土に粘着力がある場合の地震時土圧の合理的計算法の確立、ならびに、粘着力を考慮した場合と無視した場合の土圧の差についての考察が必要であった。

いまここでは、裏込土砂中の面に作用する地震時土圧の求め方を考える。地震力が作用して擁壁式の擁壁が破壊するときは、裏込土砂中におこる塑性領域を考えなくては、土中の面に土圧式を適用することができない。このために、塑性領域を包括するすべり面を決定する必要にせまられる。

しかし、粘着力がある地盤では、一般にすべり面が曲面になり、解析的にすべり面を求めるには、いくぶんやっかいである。ここに、地震時 Mohr の円を描き、その pole を決定すると、すべり面の方向が容易にわかり、与えられた一点から出発するすべり面をその点から逐次描いて一連の組のすべり面を完成させることができる。また、Mohr の円によって、塑性領域内の任意の面に作用する応力を幾何学的に容易に求めることができる。

図-1 地震時の Mohr の円

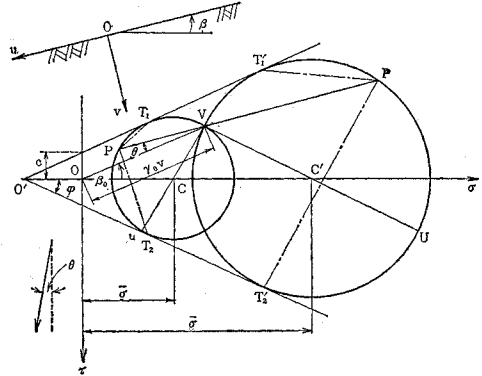
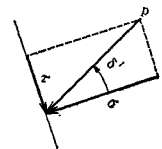


図-1には、半無限地盤に作用する地震力と重力の合力の方向ならびに平面座標 uv として Mohr の円が示されている。地表面から深さ v の位置の地震時の土中の応力ならびにすべり面の方向を示す Mohr の円は、座標軸 σ, τ を図に示したようにとり、原点 O を通り、 σ 軸から反時計まわりに $\beta_0 = \beta + \theta$ の角度をなす直線を引き、その直線上に $OV = r_0 v$ になるように V 点をとる。つぎに、この V 点を通り、両破壊線に接する円を描けばよい。ここに、 $r_0 = 1/\cos\theta \cdot r(1-k_1)$ 、(k_1 は鉛直震度、 r は土の単位体積重量)である。その場合 V は v 面の応力点を示し、 U は u 面の応力点を示す。 V を通り、 v 面 (u 軸) に平行線を引き、主動ならびに受働の応力円との各交点を P とすると、 P がそれぞれの応力状態における pole となる。また、この P とそれぞれの円の接点を結んだ線が、各応力状態におけるすべり面の接線の方向をあらわす。

なお、ここに示した Mohr の円では、つぎの規約にしたがった。すなわち、面に作用する垂直応力 σ は、圧縮力を正、引張力を負、また、せん断応力 τ は、 σ と τ との合応力 p が σ の作用線からはかって、図-2 のように反時計まわりの向きに作用する場合 (ただし $\delta' < \pi/2$) を正、時計まわりの向きに作用する場合を負とした。

図-2 せん断応力の符号



擁壁式擁壁背後に作用する地震時土圧に適用した場合、えられた結果の一部を示すと、つぎのようになる。

- (1) 地震力が強くなるほど、裏込土砂中の塑性領域の範囲は、擁壁背後の遠方の裏込土砂中に到達する。
- (2) 粘着力を考慮して計算した土圧は、粘着力を無視して計算した土圧と比較して、地震時の主動土圧は減少し、受働土圧は増大する。土圧の減少は、粘着力の大きさ、擁壁の高さ H によってことなるから、一概にはいえないが、 $C=1.5 \text{ t/m}^2$ 、 $H=9.0 \text{ m}$ 程度で、主動土圧

は 60% に減少する。 φ が β_0 に接近した場合は、減少の割合は大で、 $C=0$ の場合の 40% に減少する。

(3) 粘着力があると、 $\beta_0 > \varphi$ の場合でも土圧算定ができる。ただしこの場合、粘着力を極度に大にすると、地盤内部の地表面に平行な不連続面の位置が上昇し、擁壁下部で土圧算定ができなくなる。このような場合には、擁壁の高さを考慮して計算に用いる粘着力 C を小にとるようにしてはならない。

(1966.4.18・受付)

[市原：正会員 工博 名古屋大学教授 工学部]

曲線桁橋の自由振動に関する研究 (英文)

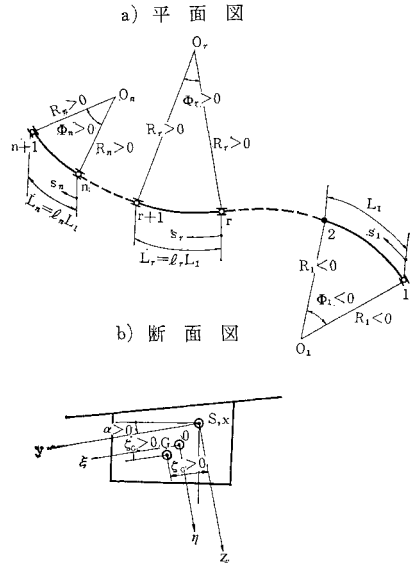
小松定夫・中井 博

本文では、まず曲線桁橋に種々な静的荷重が作用するときの基礎微分方程式を導き、その結果から曲線桁橋が自由振動するときの運動方程式を誘導した。そして、簡明な振動数方程式の近似解を与えた。つぎに、曲線桁橋の平面形状や断面寸法によって、曲げ振動とねじり振動がどのような連成関係にあるかを明らかにし、種々な場合についての実用公式を示した。さらに、2, 3 の曲線桁橋について実験を行ない、理論の妥当性を確認した。

1. 理論的研究

曲線桁橋の自由振動は、たとえ対称断面の場合でも桁軸の曲率の影響により曲げとねじりの連成作用が生じる。これは直線桁橋と著しく異なる現象である。さらに、曲線桁橋では、1) 曲率中心に対し外側の主桁ほど大い断面にする。2) 床版にはカントをつける。そのた

図一 曲線桁橋の平面および断面形状



めに、一般に曲線桁橋の断面は非対称である。したがって、せん断中心と重心が一致しないので、曲線桁橋が自由振動すれば主軸 2 方向の曲げ振動とねじり振動とが著しく連成することになる。

そこで、図一に示す一般的な平面形状と断面寸法を持つ曲線桁橋に任意の静的荷重が作用するときの外力と変形についての基礎微分方程式を誘導した。つぎに、D'alambert の原理によって曲線桁橋が自動振動するときの運動方程式を得た。そして、Galerkin 法を用いて振動数方程式の近似解を与えた。その結果、曲線桁橋の連成振動数 p_i (円振動数 $i=1, 2, \dots$) は以下に示す実用公式によって求められる。

$$\left. \begin{array}{l} (p_{i,vv}^2 - p_i^2) A_s^* \\ 0 \\ p_i^2 S_y^* \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ (p_{i,ww}^2 - p_i^2) A_s^* \\ (p_{i,w\beta}^2 - p_i^2) S_z^* \end{array} \left. \begin{array}{l} p_i^2 S_y^* \\ (p_{i,\beta w}^2 - p_i^2) S_z^* \\ (p_{i,\beta\beta}^2 - p_i^2) I_s^* \end{array} \right\} = 0 \quad \dots (1)$$

ここに、

$$\left. \begin{array}{l} p_{i,vv}^2 = \frac{E_s I_\eta'^*}{m^* A_s^* L_1^4} \left\{ (k_i L_1)^4 - (k_i L_1)^2 \frac{\sum_{r=1}^n \left(\frac{\Phi_r}{l_r}\right)^2 A_{i,r}}{\sum_{r=1}^n V_{i,r}} \right\}, \\ p_{i,ww}^2 = \frac{E_s I_\xi'^*}{m^* A_s^* L_1^4} \left\{ (k_i L_1)^4 - (k_i L_1)^2 \frac{\sum_{r=1}^n \left(\frac{\Phi_r}{l_r}\right)^2 A_{i,n}}{\sum_{r=1}^n V_{i,r}} \right\}, \\ p_{i,\beta w}^2 = \frac{E_s I_\xi'^*}{m^* S_z'^* L_1^3} \left\{ (k_i L_1)^2 \frac{\sum_{r=1}^n \left(\pm \frac{\Phi_r}{l_r}\right) A_{i,r}}{\sum_{r=1}^n A_{i,r}} - \frac{\sum_{r=1}^n \left(\pm \frac{\Phi_r}{l_r}\right)^3 V_{i,r}}{\sum_{r=1}^n V_{i,r}} \right\}, \\ p_{i,w\beta}^2 = \frac{E_s C_w^*}{m^* S_z^* L_1^5} \left\{ (k_i L_1)^2 \frac{\sum_{r=1}^n \left(\pm \frac{\Phi_r}{l_r}\right) V_{i,r}}{\sum_{r=1}^n V_{i,r}} + \frac{L_1^2}{C_w^*} \left(\frac{G_s J^*}{E_s} + I_\xi'^* \right) (k_i L_1)^2 \frac{\sum_{r=1}^n \left(\pm \frac{\Phi_r}{l_r}\right) A_{i,r}}{\sum_{r=1}^n V_{i,r}} \right\}, \end{array} \right\} \dots (2)$$

$$p_{i,\beta\beta}^2 = \frac{E_s C_w^*}{m^* I_s^* L_1^4} \left\{ (k_i L_1)^4 + \frac{G_s J^* L_1^2}{E_s C_w^*} (k_i L_1)^2 \frac{\sum_{r=1}^n A_{i,r}}{\sum_{r=1}^n \psi_{i,r}} + \frac{I_{\xi'}^* L_1^2 \sum_{r=1}^n \left(\frac{\theta_r}{l_r}\right)^2 \psi_{i,r}}{C_w^* \sum_{r=1}^n \psi_{i,r}} \right\}$$

式(1)~(2)の記号は以下のである。

- $I_{\xi'} = R_s/R_0 \times I_{\xi}$, $I_{\eta'} = R_s/R_0 \times I_{\eta}$
- I_{ξ}, I_{η} : 主軸 ξ, η に関する断面 2 次モーメント
- R_0, R_s : 図心 0 あるいはせん断中心 S の曲率半径
- I_s : せん断中心に関する極断面 2 次モーメント
- J : ねじり抵抗, C_w : 曲げねじり抵抗
- A_s : 断面積
- $S_y = A_s z_G$, $S_z = A_s y_G$, $S_z' = S_z - I_s/R_s$
- $m = R_G/R_s \times r_s/g$

r_s : 材料の密度, g : 重力加速度, R_G : 重心 G の曲率半径, E_s : ヤング係数, G_s : せん断弾性係数
 その他の記号は図-1 参照。ただし, 上述のあらゆる断面定数 $Q_{W,r}(s_r)$ は次式による平均値を用いる。

$$Q_{W,r}^* = \frac{\sum_{r=1}^n l_r \times 1/l_r \int_0^{l_r} Q_{W,r}(s_r) ds_r}{\sum_{r=1}^n l_r} \dots (3)$$

また, 式(2)の固有値 $k_i L_1$ はつぎのようにして求める。

a) 単純曲線桁橋 ($n=1$)

$$k_i L_1 = i\pi \quad (i=1, 2, \dots) \dots (4)$$

b) 連続曲線桁橋

$k_i L_1$ 値はつぎの $A_{i,r}, A_{i,r+1}, A_{i,r+2}$ に関する連同次方程式の固有値として求められる。

$$\begin{aligned} A_{i,r} l_r \psi_{i,r} + A_{i,r+1} (l_r \chi_{i,r} + l_{r+1} \chi_{i,r+1}) \\ + A_{i,r+2} l_{r+1} \psi_{i,r+1} = 0 \dots (5) \end{aligned}$$

$(r=1, 2, \dots, n-1)$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} A_{i,1} &= A_{i,n+1} = 0 \\ \psi_{i,r} &= (\operatorname{cosec} l_r k_i L_1 - \operatorname{cosech} l_r k_i L_1) / l_r k_i L_1 \\ \chi_{i,r} &= (\coth l_r k_i L_1 - \cot l_r k_i L_1) / l_r k_i L_1 \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

つぎに, 式(2)の $A_{i,r}, 4_{i,r}$ 値は次式で求める。

a) 単純曲線桁橋

$$A_{i,1} = A_{i,1} = 1/2 \dots (7)$$

b) 連続曲線桁橋

$$\left. \begin{aligned} \psi_{i,r} &= l_r \{ (\lambda_{i,r}^2 + \lambda_{i,r+1}^2) \mu_{i,r} + \lambda_{i,r} \lambda_{i,r+1} \kappa_{i,r} \} \\ 4_{i,r} &= l_r \{ (\lambda_{i,r}^2 + \lambda_{i,r+1}^2) v_{i,r} \lambda + \lambda_{i,r} \lambda_{i,r+1} \theta_{i,r} \} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{i,r} &= A_{i,r}/A_{i,2} \dots (9) \\ \mu_{i,r} &= (l_r k_i L_1 \psi_{i,r} \varphi_{i,r} - \chi_{i,r})/2 \\ \kappa_{i,r} &= \zeta_{i,r} - \psi_{i,r} \\ v_{i,r} &= 1/2 \{ \operatorname{cosec}^2 l_r k_i L_1 + \operatorname{cosech}^2 l_r k_i L_1 \\ &\quad - (\coth l_r k_i L_1 + \cot l_r k_i L_1) / l_r k_i L_1 \} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \varphi_{i,r} / l_r k_i L_1 - (\operatorname{cosech} l_r k_i L_1 \coth l_r k_i L_1 + \operatorname{cosec} l_r k_i L_1 \cot l_r k_i L_1) \\ \zeta_{i,r} &= \operatorname{cosech} l_r k_i L_1 \coth l_r k_i L_1 - \operatorname{cosec} l_r k_i L_1 \cot l_r k_i L_1 \\ \varphi_{i,r} &= \operatorname{cosec} l_r k_i L_1 + \operatorname{cosech} l_r k_i L_1 \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

最後に, 曲線桁橋の自由振動数は桁の材料や, 平面形状あるいは断面寸法などの幾何学的形状に密接な関係があることを知った。そして, 桁橋の幾何学的形状によってどのような自由振動が生じるかを分類し, 整理することができた。また, それぞれの場合についての実用公式も与えた。

2. 実験的研究

大阪市近辺に建設された 2, 3 の曲線桁橋について行なった実験結果と理論値とを表-1 に示す。これらの結果を比較すれば, 本研究による理論値と実測値とはよく一致することが認められる。一方, 曲線桁橋を直線桁橋

表-1 固有振動数(cycle/sec)の実測値(Test)と理論値(Cal.)

橋名	西の宮インターチェンジ橋		長柄バイパス橋		十三バイパス橋		中の島S字橋(模型1:1/20)	
	Test	Cal.	Test	Cal.	Test	Cal.	Test	Cal.
スパン L (m)	29.4+29.4		32.5+30.8+35.0		19.5+21.0+19.5		3.0+3.6+3.0	
曲率半径 R_s (m)	40.8		39.4~51.0		40.2~52.0		4.2~∞	
桁形式	非合成並列2箱桁		鋼床版1箱桁		非合成並列I型桁		鋼床並列2箱桁	
振動次数	Test	Cal.	Test	Cal.	Test	Cal.	Test	Cal.
1	2.60	2.665	3.44	3.360	6.10	6.535	23	23.8
2	—	4.195	—	4.568	7.95	8.811	33	34.5
3	—	9.495	—	7.172	—	12.05	44	44.1
4	—	11.72	—	8.788	—	12.11	85	92.9

とみなして固有振動数を算定すれば, 実際のものより固有振動数は大きくなることがわかった。これよりねじり振動の影響を無視すれば, 曲線桁橋の剛性を過大評価することになることを知った。したがって, 曲線桁橋の動的挙動を明確にするには曲げのみならずねじり振動も考慮する必要がある。なお, 逆対称平面形状を有するS字型曲線桁橋では, 直線桁橋と見なして取り扱ってもよいことを知った。このことは, 理論によっても実験によっても確認することができた。(1966.3.25・受付)

小松: 正会員 工博 大阪大学 教授 工学部
 中井: 正会員 工修 大阪市立大学 講師 工学部

【討議】

長大つり橋の空気力学的安定性に関する一考察

著者 小西一郎・白石成人・宇都宮英彦
 討議者 岡内 功