

ラーメンの温度変化モーメント

—基礎変位の影響—

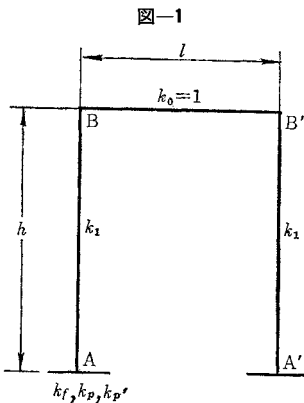
長 尚*

1. ま え が き

ラーメンの温度変化モーメントは、一般に柱の剛比およびはりの長さの大きいほど、また柱の低いほど大きい。そこで柱の断面寸法が大きく、柱の高さに比べてはりの長さの大きいラーメンでは、温度変化モーメントが設計の支配応力となる。このようなとき、仮定断面を大きくして温度変化モーメントに耐えるように試みると、柱の剛比が増し、その結果として温度変化モーメントが増加するために、さらに断面の拡大が必要となり、いわゆる“イタチゴッコ”なる事態が生じ、設計に非常な苦心を余儀なくされる。このようなことは一般に基礎を固定として扱った場合に多く起きる。ところが通常の基礎条件は、完全固定とはいえない。実際の基礎構造条件を考慮に入れて^{1),2)} ラーメンの温度変化モーメントを計算すると基礎の変位によって基礎の固定度が緩和され、モーメントが減少するばかりでなく、前述のような悪循環は、かなり避けられる。

2. 基礎の回転の影響

図-1 に示す門型ラーメンの一樣温度変化について、



基礎の回転を考慮に入れて解くと、つぎのようになる。

$$M_{AB} = \frac{k_1 k_f (k_1 + 1)}{(2k_1 + 1)k_f + (1.5k_1 + 1)k_f} \psi_0 \dots (1)$$

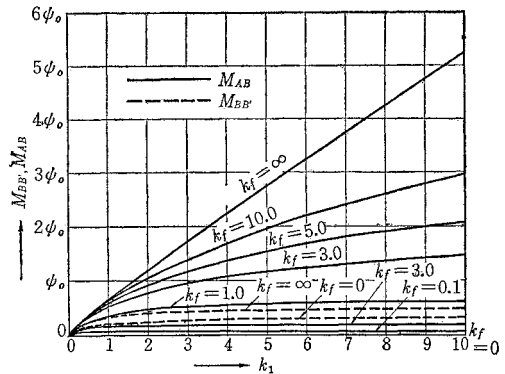
$$M_{BA} = \frac{k_1 (0.5k_1 + k_f)}{(2k_1 + 1)k_f + (1.5k_1 + 1)k_f} \psi_0 \dots (2)$$

ここに、

$$\psi_0 = \frac{3 E_0 K_0 \epsilon t l}{h} \dots (3)$$

杭基礎の場合には、直接基礎の剛比 k_f の代りに k_p を用いる。式(1), (2)を図示したのが図-2である。こ

図-2



れによると、基礎固定時 ($k_f = \infty$) のモーメントに比べて実際の基礎では、その剛比に応じてモーメントの値はかなり減少している。しかも柱の剛比 (k_1) の増加にともなうモーメントの値の増加率 (勾配) は、基礎固定時のそれに比べて低く、その率の変化割合 (勾配の変化率) も柱の剛比 (k_1) の増加にともなって低下している。この傾向は、基礎の剛比が小さいほどいちじるしく、 $k_f < 1$ では、柱の剛比に関係なくモーメントの値はほぼ一定となっている。

3. 基礎の水平変位の影響

ラーメンが直接地盤で支持される直接基礎の場合、筆者が先に提案した基本式^{1),2)} では、水平変位の影響は小

* 正会員 信州大学助教授 土木工学科

さいとしてこれを無視したが、ここではこれを考慮に入れてその影響を検討してみる。

モーメントおよび垂直力については、すでに提案した基本式と同様で、これとつぎに示すような水平力の式が必要となる。すなわち、 i 基礎の水平力 (H_{if}) は、基礎底面のせん断抵抗と、基礎前面の土の抵抗の和で表わされる。

$$H_{if} = (A_f \tau_H + A_H k_H') \delta_{Hi} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

- A_f : 基礎前面積
- A_H : 基礎前面面積
- τ_H : 地盤の水平せん断反力係数
- k_H' : 基礎前面の水平反力係数

図-1 に示す門型ラーメンの温度変化について、基礎の回転および式 (4) を用いて水平変位を考慮に入れて解くと、つぎの結果を得る。

$$M_{AB} = \frac{k_1 k_f (k_1 + 1)}{(2k_1 + 1)k_f + (1.5k_1 + 1)k_1 + \frac{\alpha k_1}{2h} (k_1 + 2k_1 k_f + 4k_f)} \psi_0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

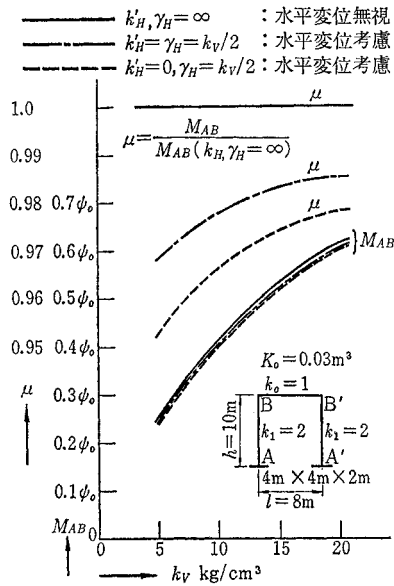
ここに、

$$\alpha = \frac{12 E_0 K_0}{(A_f + A_H) k_V h} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式 (5) において、 $\alpha=0$ のときが基礎の水平変位を無視したときの式で、この α の掛った項は他の項に比べて一般に非常に小さい。したがって、水平変位を無視したときと、これを考慮したときの、モーメントの差はほとんどない。一例を 図-3 に示す。この計算において、 τ_H の値は比較的試験例が少ないが、Barkan³⁾ のいう垂直地盤反力係数 (k_V) の半分が一つの目安と考えられるのでこの関係を用い、 k_H' は基礎前面の土は根掘などで乱されることも考えて、 $k_H'=0 \sim k_V/2$ を用いた。

さて、通常考えられる k_V の値は、短期荷重に対して $k_V \geq 10 \text{ kg/cm}^3$ で²⁾、温度変化のような長期荷重に対しては、その半分すなわち $k_V \geq 5 \text{ kg/cm}^3$ と考えられるから、図-3 の例では、水平変位の影響は高々 5% 程度で

図-3



ある。通常の構造では、この程度の影響しかないと思われるから、実用上直接基礎では、水平変位による温度変化モーメントの緩和はないと考えた方が安全である。

つぎに、杭基礎について考える。杭基礎においても基礎前面の土の水平抵抗があることが考えられるので、すでに提案した杭基礎の基本式^{1),2)} の H_{ip} をつぎのように改めて用いる。

$$H_{ip} = \sum_m \left\{ -\frac{\beta_m^2 E_m I_m}{E_0 K_0} \varphi_i + (4 \beta_m^3 E_m I_m + k_H' A_H) \delta_{Hi} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$= \alpha_2 \varphi_i + \alpha_3' \psi_{Hi} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$\alpha_3' = \alpha_3 - \frac{k_{ip} k_H' A_H}{2 \sum_m \beta_m^2 E_m I_m} \quad \dots\dots\dots (9)$$

図-1 に示す門型ラーメンの温度変化について、基礎の回転および式 (8) を用いて水平変位を考慮に入れて解くと、つぎの結果を得る。

$$M_{AB} = \frac{k_1 k_p \left\{ (k_1 + 1) + \frac{k_1}{2 \alpha_3' h} \right\} \psi_0}{(2k_1 + 1)k_p + (1.5k_1 + 1)k_1 + \frac{\tau k_1}{2 \alpha_3' h} \{k_1 + 2(k_1 + 2)k_p\} - \frac{1.5 k_1 k_p (1 + k_1)}{\alpha_3' h}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$M_{BA} = \frac{k_1 \left\{ \frac{k_1 + k_p}{2} - \frac{k_1 k_p}{2 \alpha_3' h} \right\} \psi_0}{(2k_1 + 1)k_p + (1.5k_1 + 1)k_1 + \frac{\tau k_1}{2 \alpha_3' h} \{k_1 + 2(k_1 + 2)k_p\} - \frac{1.5 k_1 k_p (1 + k_1)}{\alpha_3' h}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

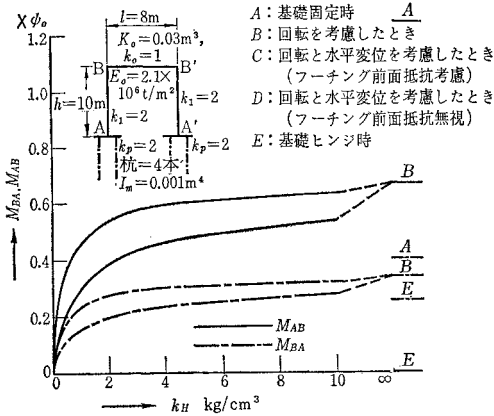
ここに、

$$\tau = -\frac{3 E_0 K_0 k_p}{\sum_m \beta_m^2 E_m I_m h} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式 (10), (11) において、 $\frac{\tau}{\alpha_3'}$, $\frac{1}{\alpha_3'} = 0$ のときが基

礎の水平変位を無視したときの式である。この式の分母の第三項は、一、二項に比べて必ずしも小さくないので、水平変位はモーメントにかなり影響する。一計算例を 図-4 に示す。図-4 によると、前項で述べた基礎回

図-4



転によるモーメント減 (A→B) の他に、さらに水平変位のためにモーメントはかなり減少している (B→C, D)。当然であるが、水平地盤反力係数の小さいほどこの傾向は強い。さらに、場合によって柱上部モーメントは基礎ヒンジ時よりも小さくなることもある。

4. 基礎厚さの影響

通常ラーメンの計算上の基礎レベルは、フーチング天端とされている。ところが実際の基礎底面は図-5に示すように、これより基礎厚さ (h_f) だけ下となる。このためフーチング天端を基礎レベルとしたときより、実際には基礎の固定度が下がり、温度変化モーメントは減少する。

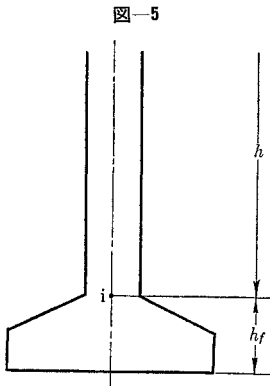


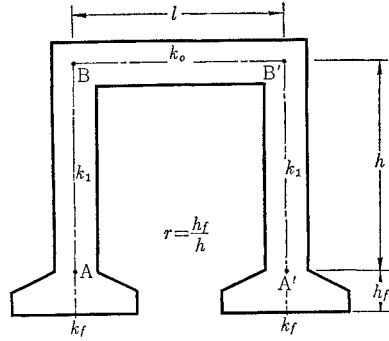
図-5 において M_{ij}

と M_f では、モーメントを考えるレベルが h_f だけ違っているから、i 基礎部におけるモーメントの釣合式を $\Sigma (M_{ij}) + M_f - H_i h_f = 0$ (13) とすると、計算上基礎高さを考慮したことになる。ここに H_i は i 点に作用する水平力。なお基礎フーチングの剛性は柱のそれに比べて非常に大きいと考えられるから、 M_{ij} , M_f 式中の ϕ は等しいとして扱おう。

図-6 に示す門型ラーメンの温度変化について、基礎の回転と、式(13)によって基礎厚さを考慮に入れて解くと、つぎの結果を得る。

$$M_f = \frac{-k_1 k_f \{ (k_1 + 1) + r(k_1 + 2) \}}{(2k_1 + 1)k_f + (1.5k_1 + 1)k_1 + 1.5rk_1(k_1 + 1)} \psi_0 \dots\dots\dots(14)$$

図-6



$$M_{AB} = \frac{k_1 \{ (k_1 + 1)k_f - 0.5rk_1 \}}{(2k_1 + 1)k_f + (1.5k_1 + 1)k_1 + 1.5rk_1(k_1 + 1)} \psi_0 \dots\dots\dots(15)$$

$$M_{BA} = \frac{k_1 (0.5k_1 + k_f + 0.5rk_1)}{(2k_1 + 1)k_f + (1.5k_1 + 1)k_1 + 1.5rk_1(k_1 + 1)} \psi_0 \dots\dots\dots(16)$$

式(14)~(16)において、 $r=0$ のときがフーチング天端を基礎レベルと考えたときの式である。いま基礎厚さを考慮したときと無視したときの M_{AB} の比を ν とするとつぎのようになる。

$$\nu = \frac{1 - \frac{0.5r}{\lambda(k_1 + 1)}}{1 + \frac{1.5r(k_1 + 1)}{\lambda(2k_1 + 1) + (1.5k_1 + 1)}} \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 $\lambda = \frac{k_1}{k_f}$, $\lambda \rightarrow \infty$ 基礎固定, $\lambda \rightarrow 0$ ヒンジ

式(17)によって r, λ の種々な値について計算した結果を表-1に示す。 $\lambda \rightarrow \infty$ のときは $\nu=1$, したがって、基礎厚さの影響はない。

表-1

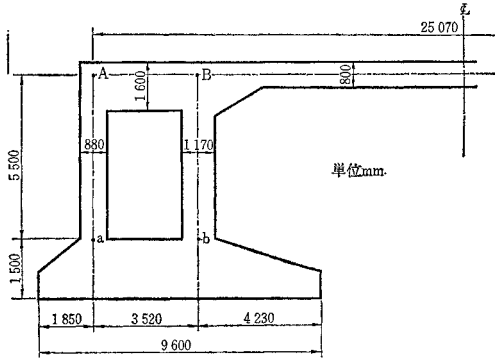
	ν			
	$r=0.1$		$r=0.2$	
	$k_1 \rightarrow 0$	$k_1 \rightarrow \infty$	$k_1 \rightarrow 0$	$k_1 \rightarrow \infty$
$\lambda=0.5$	0.818~0.943		0.667~0.893	
$\lambda=1$	0.884~0.959		0.783~0.921	
$\lambda=3$	0.948~0.980		0.899~0.962	
$\lambda=5$	0.966~0.987		0.933~0.975	

表-1によると、通常考えられる $r=0.1 \sim 0.2$ の範囲では、基礎の剛比の柱の剛比に対する比 λ が小さいと、モーメントはかなり減少している。5%以上減少するのは、 $r=0.1$ ではほぼ $\lambda \leq 3$, $r=0.2$ では $\lambda \leq 5$ で、 $\lambda \leq 1$ では 10~20% 以上も減少している。

5. 計算例

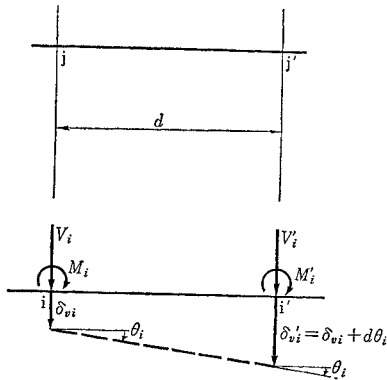
図-7 に示す寸法形状を有する直接基礎ラーメンについて、つぎの6つのケースの温度変化モーメントを求めた。

図-7



- A : a, b 点固定
 - B : a, b が基礎に剛結, 基礎レベルを a, b レベルとして基礎の回転を考慮
 - C : a, b が基礎に剛結, 基礎底面を基礎レベルとして基礎の回転を考慮
 - D : a 点ヒンジ, b 点固定
 - E : a が基礎にヒンジ結合, b 点が基礎に剛結, a, b レベルを基礎レベルとして基礎の回転を考慮
 - F : a が基礎にヒンジ結合, b 点が基礎に剛結, 基礎底面を基礎レベルとして基礎の回転を考慮
- B, C, E, F では, 基礎と柱の寸法形状から a, b 点は剛な同一基礎に載ったものと考え, つ

図-8



ぎのように扱った。

同一基礎上の柱基礎節点を i, i' とすれば図-8 に示すような変形から, 一方の節点の変形は他方の節点の変形で表わすことができる。したがって, 基礎部の未知量としての変形は, θ_i, δ_{v_i} の二つである。ラーメン部材の基本式において, $\varphi_i = \varphi_i'$ および ij 上の水平部材たとえば jj' 部材には θ_i の部材角が生じるから $\psi_{ij} = -3\varphi_i$ の関係を用いる。また式(13)と同様, 基礎厚さの影響を考慮すると, これら2つの未知量を決定する条件式は, つぎのようになる。

$$-(M_{ij} + M_{i'j'}) + H_i h_f + dV_i = k_{if}(2\varphi_i + j_{ii}\psi_{v_i}) \dots\dots\dots(18)$$

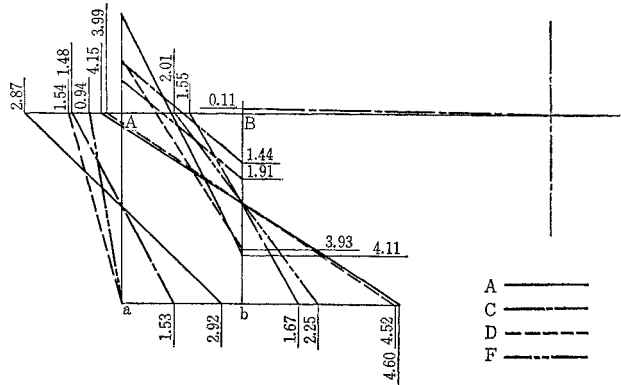
$$V_i + V_i' = j_{2i}\varphi_i + \psi_{v_i} \dots\dots\dots(19)$$

この例では $V_i + V_i' = 0$ であるから, 式(19)から式(18)は, つぎのようになる。

$$-(M_{ij} + M_{i'j'}) + H_i h_f + dV_i = k_{if}(2 - j_{ii}j_{2i}) \varphi_i \dots\dots\dots(20)$$

この例の地盤は, 地層図によるとしまった砂利層なので, 垂直地盤反力係数 (k_v) は 10 kg/cm^2 として, 基礎の回転を考慮した。結果を表-2 および図-9 に示す。

図-9



	基礎底面モーメント	ab間の沈下差 $t=25^\circ\text{C}$ mm
A	-18.45	0
C	-7.82	0.93
D	-12.72	0
F	-6.12	0.73

表-2

	A			B			C			D			E			F		
	M	M	B/A	M	C/A	M	D/A	M	E/A	M	F/A	M	E/A	M	F/A			
aA	2.92	1.68	0.58	1.53	0.52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Aa	2.87	1.62	0.57	1.48	0.52	1.54	0.54	1.00	0.35	0.94	0.33	1.54	0.54	1.00	0.35			
BA	-4.11	-1.72	0.47	1.44	0.35	-3.93	0.62	-2.09	0.51	-1.91	0.46	-3.93	0.62	-2.09	0.51			
Bc	-0.04	-0.11		-0.11		-0.05		-0.10		-0.10		-0.05		-0.10				
Bb	4.15	1.82	0.44	1.55	0.37	3.99	0.96	2.20	0.53	2.01	0.48	3.99	0.96	2.20	0.53			
bB	4.60	1.98	0.43	1.67	0.36	4.52	0.98	2.46	0.54	2.25	0.49	4.52	0.98	2.46	0.54			
f	-18.45	-8.95	0.49	-7.82	0.42	12.72	0.69	-7.09	0.38	-6.12	0.33	12.72	0.69	-7.09	0.38			

これらの図表からつぎのことがいえる。

(1) 基礎の回転と基礎厚さの影響を考えると、基礎固定としたときより、モーメントはほぼ60%減となる。そのうち約85%が回転考慮のための減で、残り15%が基礎厚さ考慮のための減である。

(2) a点ヒンジ挿入の効果よりも、基礎の回転を考慮した効果の方が20%も大きい。しかも、bB部材のモーメント減にはa点ヒンジ挿入の効果はない。

6. 結 論

ここでは主として門型ラーメンによって説明したが、普通一般のラーメン構造についても同様なことがいえる。すなわち、実際の基礎条件に応じて基礎の回転を考慮すると、ラーメンの温度変化モーメントは基礎固定時に比べてかなり小さくなり、しかも、柱の剛比の変化の影響を基礎固定時ほど受けない。また杭基礎のとき基礎の水平変位を考慮すると、さらにモーメントは減少する。

このように基礎条件を考慮してラーメンを扱おうと、

温度変化モーメントの値はかなり減少する。そればかりでなく、設計に際しての温度変化モーメント処理のための悪循環もかなり避けられる。

なおラーメンの温度変化モーメントは、地震などの外力に対する終局強さには余り影響しないとする塑性論からの考え方もあるくらいであるから、少なくとも弾性論から考えられるこのようなモーメント減は設計に取入れ無駄ともいえる断面の拡大は避けるべきであろう。

参 考 文 献

- 1) 長 尚：基礎構造を考慮したラーメンの解法，土木学会論文集第103号，昭和39年3月
- 2) 長 尚：基礎構造を考慮に入れたラーメンの解法(1)，(2)，(3)，土木技術 第20巻12号，昭和40年12月，第21巻1，2号，昭和41年1，2月
- 3) D.D. Barkan：“Dynamics of Bases and Foundation” McGraw-Hill Co. Inc., 1962, p. 40.

〔追 記〕

① 繁雑を避けるために、文献1)，2)ですでに示した記号については、改めて説明を加えなかった。

② 2項の式および図-2は、土木技術 21巻1号に発表した。(1966.2.3・受付)

鹿島研究所出版会 専門分野別在庫目録

都市・土木・建設経営・管理

〈図書目録呈〉

新 刊

国土と都市の造形

—マン・メイド・アメリカ—

C・ターナード，B・パスカレブ著
鈴木忠義訳

B5判 写真図版600 予 ¥5800

建設業の経理

(建設業経営選書第4回配本・第4巻)
染谷 隆(鹿島建設) A5判 ¥700

海外の土木技術 鹿島研究所出版会編

- ① 欧米の高速道路と
ケミカルグラウト……………¥600
- ② ハイアスワンダムと
欧米の地下鉄……………¥600
- ③ 長大橋とシールド……………¥700

鹿島研究所出版会

土木一般

- 道路と景観—景観工学への序説— ¥760
- 土 地 造 成……………¥1000
- 軟弱粘土の圧密
—新圧密理論とその応用— ¥750
- 鉄筋コンクリートの耐久性 ¥430
- バイプロフローテーション
工法に関する研究……………¥280
- 建設機械手帳—1966年版— ¥300
- 創造工学による設計手順
—アイデアからパテントまで— ¥700
- ア ー チ ダ ム……………¥2000
- 基礎反力の解法……………¥300
- 山口昇博士論文選集……………¥1000
- 技 術 者 の 哲 学……………¥220
- シ ー ル ド 工 法……………¥1600
- 水 底 ト ン ネ ル……………¥840
- 爆 破 —付ANFO爆薬—……………¥900
- 高速道路計画論……………¥2400

建設工学シリーズ

- 軟弱地盤における建築の
地下掘削工法……………¥590
- 井 筒 基 礎……………¥450
- 簡易索道の計画と設計
—建設工用—……………¥980
- アースドリル基礎工法 ¥600
- 構造物基礎の応力調整工法 ¥580

都市計画

- 都 市 問 題 事 典……………¥3500
- 新 都 市 の 計 画……………¥2500
- 都市の自動車交通……………¥4800
- 新しい都市の未来像……………¥920
- フランスの都市計画……………¥900
- 都市の新しい運輸計画……………¥750
- オランダの総合開発計画……………¥2000
- 敷地計画の技法……………¥1600

建設経営・管理

- 新しい工程管理
—PERT・CPMの理論と実際— ¥1300
- 建設業成功の秘訣……………¥680
- 工 事 原 価 管 理……………¥500
- 新版ジョイント・ヴェンチュア
—共同企業体—……………¥480
- 国際ジョイント・ヴェンチュア ¥1500
- 工事入手から未収金回収まで ¥480
- 工事管理
—新しい計画と管理の技術— ¥800

建設業経営選書〈全13巻〉

- 建築の施工計画……………¥750
- 建設業経営における
電子計算機の利用……………¥700
- 建設請負の法律実務……………¥700

■ 東京都港区赤坂水川町9/電話(582)2251 振替東京180883