

今月は論文集第127号(41年3月発行)登載論文としてつぎの4編を紹介いたします。今月紹介した論文に対する討議は41年9月20日まで受け付けます。次号では第128号(41年4月発行)登載予定論文として下記の5編を紹介いたします。

小西一郎・白石成人・宇都宮英彦：長大つり橋の空気力学的安定性に関する一考察(英文)

最上武雄：粒状体の内部摩擦角と簡単な過渡現象(英文)
藤田亀太郎：フラットジャッキによるプレストレス導入法の研究

高木不折：低水流出の低減特性に関する研究

石原藤次郎・志方俊之：開水路急拡部の水理学的性状に関する研究

換算等分布活荷重の 確率論的考察

中 川 建 治

鋼道路橋設計示方書の規定する換算等分布活荷重について、載荷区間が長くなった場合の荷重てい減率を、確率論的に考察した。車頭間隔が、(1)ポアソン分布にしたがう確率変数とみなされる場合と、(2)指数関数分布にしたがう場合の両方の場合を論じた。車両の重量は同一なものとして仮定して、車両の走行速度にもとづく衝撃と、車頭間隔分布の変化も無視して、単位荷重が静的に区間 l に配列する場合の換算等分布荷重の強さを検討して、つぎのような結果を得た。

(1) 連続する載荷区間を、適当な長さの単位 da によって、 $l = n da$ とする。車頭間隔が $x_i = k_i da$ として表わされ、 k_i は、 i に関係なく、パラメータ ν のポアソン分布にしたがう場合、離散値であるべき r を連続量とみなして、区間 l に r 個の車両が含まれる確率密度関数 $p_1(r)$ は、

$$p_1(r) = \nu e^{-\nu r} \frac{(\nu r)^n}{n!}$$

となる。 r の平均値は、 $\bar{r} = (n+1)/\nu$ となるが、これに近い値 n/ν を単位にして、区間 l の載荷量が、 $r \geq n \alpha_{\max}/\nu$ となる確率 θ_1 、および $r \leq n \alpha_{\min}/\nu$ となる確率 θ_2 を一定とすれば、近似的につぎの関係式を得る。

$$P(r \geq n \alpha_{\max}/\nu) = \theta_1, \dots \alpha_{\max} = 1 + \frac{A_1}{\sqrt[3]{n^2}}$$

$$P(r \leq n \alpha_{\min}/\nu) = \theta_2, \dots \alpha_{\min} = 1 - \frac{B_1}{\sqrt[3]{n}}$$

ここで、 A_1, B_1 は生起確率 θ_1, θ_2 より定められる定数であり、表-1 に示す。

(2) 区間 l に載荷する車両台数が、パラメータ μ のポアソン分布にしたがう場合は、車頭間隔は指数関数分布にしたがうようになる。平均値 μ を単位にして、生起確率を一定にすれば、区間 l における載荷量は、つぎのようになる。

$$P(r \geq \mu \beta_{\max}) = \theta_1, \dots \beta_{\max} = 1 + \frac{A_2}{\sqrt[3]{\mu}}$$

$$P(r \leq \mu \beta_{\min}) = \theta_2, \dots \beta_{\min} = 1 - \frac{B_2}{\sqrt[3]{\mu^2}}$$

A_2, B_2 は、生起確率 θ_1, θ_2 の関数であり、表-1 に示す。

(3) 荷重てい減率について、交通量観測にもとづいた他の研究が報告されているので、計算例をもって比較する。昭和36年11月に、横浜新道戸塚支線において、建設省土木研究所が行なった交通量調査にもとづいて、生起確率 10^{-4} とした場合の荷重てい減率 $\beta'_{\max}, \beta'_{\min}$ を図-1 に示した。現行示方書の規定するように、14m あたり1台以上の車両が載荷する場合を $\beta'_{\max} = 1$ とした。載荷区間が長くなると、影響線の符号が反対の部分にも載荷されるようになるのが当然であり、これを意味するのが β'_{\min} である。

国道14号、および15号における観測結果から求めた荷重てい減率 K は、土木技術資料 6-9 (昭和39年) に報告されている。

$$l \geq 50, \dots K = 0.23 + \frac{240}{260+l}$$

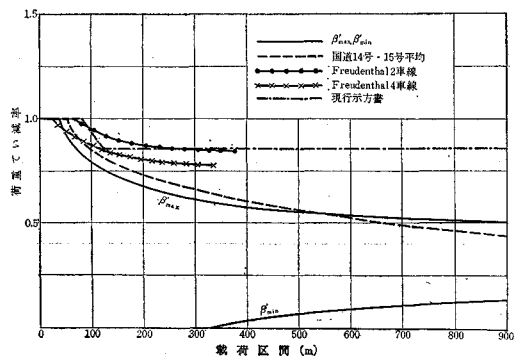
これを図-1 に示す。

Freudenthal は、設計荷重に確率論を概念を導入する

表-1

$\theta_1(\theta_2)$	A_1	B_1	A_2	B_2
10^{-1}	2.355	1.352	2.227	4.078
10^{-2}	4.578	2.354	3.880	7.929
10^{-3}	6.322	2.965	4.886	10.950
10^{-4}	8.066	3.314	5.461	13.971
10^{-5}	—	3.575	5.892	—
10^{-6}	—	3.793	6.251	—

図-1



ことを提唱して、生起確率を 1/1000 とした場合の換算等分布荷重を与えている。1600 lb を満載 (K=1) とした場合のてい減率を、同じく 図-1 に併記する。

現象の生起確率という観点から、橋梁に作用させる換算等分布活荷重は、連続した载荷区間が長くなるにしたがって、てい減させるべきであることを説き、荷重てい減率について、近似式を得た。しかし、生起確率をいかに定めるかということは、橋梁の重要性や、経済性に関連する問題であり、今後の課題である。

構造物の設計に、塑性解析と、現象の生起確率という概念を導入して、「非常にまれな生起確率をもつような厳しい荷重状態に対しては、構造物の塑性変形を許して、その塑性変形による耐荷力を期待して設計する」という設計方針を採用することは、十分合理的な考え方はなからうか。(1965. 4. 19・受付)

[筆者：正会員 名古屋大学講師 工学部]

疲労破壊機構のモデル化について

奥村敏恵・堀川浩甫

疲労の問題を連続体の力学の立場からマクロ的に眺め工学的実験によって捉えることのできる降伏、加工硬化などをそれぞれ一つのまとまった概念と考え、経験的に知られているそれらの性質をできるだけ簡単な数式で近似的に表現し、これらの組合された事象として疲労き裂の発生と伝播の機構をモデル化した。すなわち応力集中についてはき裂先端のひずみの分布を

$$\epsilon(x) = \bar{\epsilon}(1-ix) \left\{ 1 + K \frac{R^2}{(x-Z)^2} \right\} \left\{ 1 + k \frac{r^2}{(x-z)^2} \right\}$$

で表わし、くり返し応力による加工硬化は、 $\epsilon_p = \epsilon(x) - \epsilon_y$ を塑性ひずみとして

$$\sigma = \{E_0 + (E - E_0)(1 - e^{-\beta \epsilon_p})\} \epsilon_p + \sigma_y$$

と仮定した。またき裂の先端から長さ δ にわたって応力 σ がいわゆる引張強度 σ_B とは異なり、真破断応力と呼ばれているものでも対比される材料に固有なある破壊応力 σ_F を越えたら長さ δ だけき裂が伝播、成長するものと考え、これらを 図-1 のフローチャートに示されるようなモデルに組立てた。このモデルについて考察を

表-1 疲労限の比較

鋼種	引張強度 σ_B (kg/mm ²)	降伏点 σ_y (kg/mm ²)	降伏比 σ_y/σ_B	計算値		実験値
				疲労限比 σ_D/σ_B	疲労限 σ_D (kg/mm ²)	
SS41	45	27	0.60	0.62	28	24
HT50	53	37	0.70	0.60	32	31
HT60	64	55	0.86	0.52	33	36
HT80	85	81	0.95	0.46	39	38

図-1 モデルのフローチャート

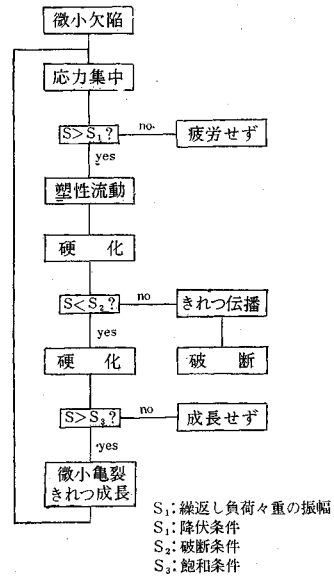
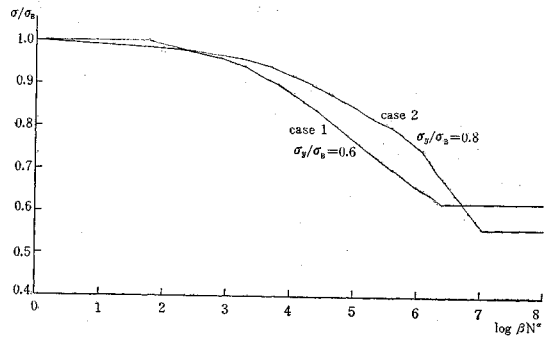


図-2 破断



行なっているが、その計算結果からは 図-2 の S-N 曲線や表-1 の疲労限に見られるように、経験的に知られている疲労のもつ特徴を相当程度に再現しており、このモデルは疲労のもつある一面を表わしていると考えられる。(1965. 9. 2・受付)

[奥村：正会員 工博 東京大学教授 工学部
堀川：学生会員 東京大学大学院学生]

土中の準一次元非定常浸透流に関する研究

赤井浩一・宇野尚雄

さきに洪水時における木津川堤防内の浸潤面の観測から、実際の土堤内の浸潤面は外水位変化に対する応答が早く、きわめて短時間で定常状態が生じることを見出した。そしてそれが堤体基礎地盤の透水性の大きいことや初期土中水分の多少に起因することを指摘したが、本研

究ではこのような非定常浸透の機構を詳細に説明するために種々の理論的・実験的考察を行なった。

まず初期滞水層水位 H_0 をもつような浸透流に生ずる水位変化 h に関する基礎式を

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\beta} \left[H_0 \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} \right] \dots \dots \dots (1)$$

とした。ここに k は透水係数、 β は有効間げき率である。 $h \ll H_0$ の場合にはこれが熱伝導型の式

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{kH_0}{\beta} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \dots \dots \dots (2)$$

により表わされ、 $H_0=0$ の場合には非線形式

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{2\beta} \cdot \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} \dots \dots \dots (3)$$

になる。これらの式の適用限界として、連続の式が十分な適応性を示すのは初期水位 H_0 がかなり大きいようないわゆる滞水層内の浸透に対してであって、初期水位 $H_0=0$ なる不透水性基礎上の浸透には適応しにくいこと、および土の間げき率としては有効間げき率 β を用いるべきことを指摘した。この有効間げき率は間げき率のうちで浸透水によって占められる部分から初期の土中水分によって占められる部分を差し引いたものと考えられるので、普通考えられるよりもきわめて小さい値になる。 β はまた土の初期飽和度にも依存するので、土の初期条件に大いに左右される。これらを砂模型実験で確認すべく、境界条件として急変する外水位変化 H を与えて浸透流の水頭変化や流量変化を調べた。

滞水層内の浸透における式 (2) の解はつぎのように与えられている。すなわち水位変化については半無限領域 ($0 < x < \infty$) に対して、

$$\frac{h(x,t)}{H} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x/l}{2\sqrt{T_0}}} e^{-\lambda^2} d\lambda$$

$$\equiv \text{erfc} \left(\frac{x/l}{2\sqrt{T_0}} \right), \quad T_0 = \frac{kH_0 t}{\beta l^2} \dots \dots \dots (4)$$

有限領域 ($0 < x < l$) に対して、

$$\frac{h(x,t)}{H} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\text{erfc} \left(\frac{2n+x/l}{2\sqrt{T_0}} \right) - \text{erfc} \left(\frac{2(n+1)-x/l}{2\sqrt{T_0}} \right) \right] \dots \dots \dots (5)$$

または

$$\frac{h(x,t)}{H} = 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n} \cdot e^{-n^2 \pi^2 T_0} \sin \frac{n \pi x}{l} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

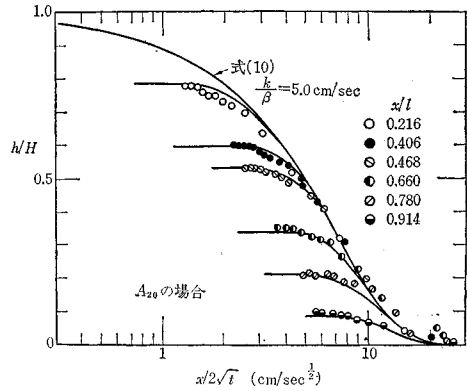
流量については有限領域の場合に対して、最大毛管上昇高 H_c を用いて定常浸透時の流量 q_0 を

$$q_0 = k \left(H_0 + \frac{H}{2} + \frac{H_c}{3} \right) \cdot \frac{H}{l} \dots \dots \dots (7)$$

で表わせば、

$$q(0,t)/q_0 = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 T_0} \dots \dots \dots (8)$$

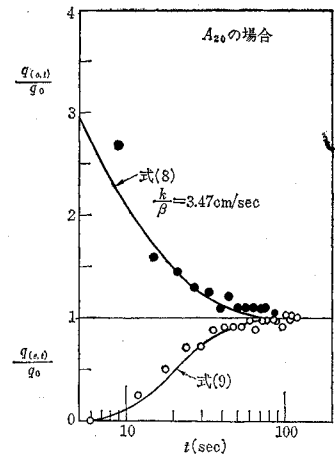
図-1 h/H と $\log\{x/2\sqrt{t}\}$ の関係



$$q(l,t)/q_0 = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 T_0} \cdot \cos n \pi \dots \dots \dots (9)$$

砂中の浸透がこれらの式でよく表わされることを実験的に検証した。図-1、図-2 にその一例を示す。これらの実験によれば k/β の値として 3.6~5.1 cm/sec が得られた。

図-2 流量変化



不透水性基礎上の浸透に関する従来の式を実験値と比較すると、基礎式の誘導における考え方と透水係数と土中水分との関連性の把握には疑問点が少なくない。従来の諸式は土中水分の分布が完全に一定の場合の浸潤面の変化を近似的に表わして

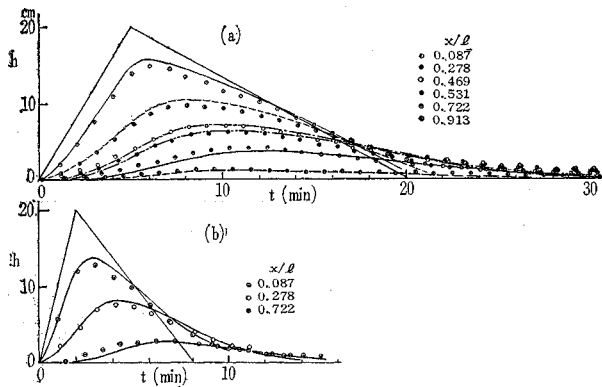
いるが、実際問題として地表から深い部分の土中水分が多い場合には、この水分分布が浸潤面の変化に与える影響はきわめて大きい。不透水性基礎上の浸透における k/β の値は約 1.9 cm/sec であり、さきの滞水層内の浸透の場合の値よりかなり小さいことがわかる。

滞水層内の浸透に重ね合わせの原理を適用した結果、初期水位 $H_0=10$ cm に最大外水位上昇 20 cm の三角形ハイドログラフを与えたときの水位変化がかなりよく計算値と一致することがわかった。その一例を図-3 に示す。

そのほか準一次元浸透流の相似律に関しては、従来慣性項を重視する考え方とこれを無視する考え方の二通りがあることが認められるが、実際現象の様相を勘案すると、後者の立場に立って

$$k_r T_r = \beta_r L_r \dots \dots \dots (10)$$

図-3 重ね合わせによる計算水位と実測水位



とするのが妥当であると考えられる。ここに T, L はそれぞれ時間、長さの元を表わし、添字 r は実物に対するモデルの比を表わす。

以上本研究の結果を総括してつぎのような結論が得られる。

(1) 砂質地盤上に築かれた現実の河川堤防内の浸透はきわめて早く定常状態に達する。それはおもに初期地下水水位をもった厚い滞水層および土堤内における初期飽和度の分布に起因する。

(2) 厚い滞水層内の浸透は近似的に水平流であって、準一次元流の仮定を満足し、水頭変化は熱伝導型の変化をすることが実験的にも確認された。

(3) 非定常浸透流における透水係数 k や有効間げき率 β の値は、土の飽和度や毛管水帯の高さに依存する。ことに非定常浸透流の解析における間げき率としては有効間げき率を用いる必要があり、この値は従来考えられていた値よりきわめて小さい。本実験に用いた有効径 0.8 mm の砂では $k/\beta \approx 2 \sim 5 \text{ cm/sec}$ であった。

(4) 初期飽和度がほぼ一定である不透水性基礎上の砂層中への浸透では、底面における水頭分布は直線的であった。

(5) 不透水性基礎上の浸透でも、毛管水帯に相当するだけの初期水分の分布をもち、底面における間げき水

圧が0であるような砂中への浸透では、水頭変化はあたかも滞水層内の浸透のような変化を示す。土中における初期飽和度の分布の相違は k/β の値だけでなく、浸潤水面の遷移過程にも影響を与える。

(6) 非定常浸透における相似律は基礎式(1)をもととして、慣性項を省略して誘導した式(10)で表わされる。

(7) 初期地下水水位をもつ厚い滞水層内の浸透に対する重ね合わせの原理による水位変化の算定は、かなり有効であると思われる。

(1965. 8. 3・受付)

[赤井：正会員 工博 京都大学教授 工学部]
[宇野：正会員 京都大学助手 工学部]

階差法による局部座屈荷重に含まれる誤差(英文)

西野文雄

階差法によって、局部座屈荷重を求める時に必然的に含まれる誤差について、その誤差の大略の値をおおのの原因について探った結果について報告する。

微分方程式を階差式におきかえることによる誤差を、四辺単純支持の板について求め、数値解に含まれる誤差と比較した。同様に、近似境界条件を用いることによる誤差を、荷重を受ける相対する2辺では単純支持、他の2辺では固定支持の板について求め、数値解と比較した。

応力分布が一様でないことに起因する誤差については、その限界を求めた。この結果階差法によって局部座屈荷重を求める場合、その解に含まれる誤差を堆定することが可能であり、したがって階差法を使って信頼できる解を得ることができると結論された。

(1965. 8. 3・受付)

[筆者：正会員 東京大学講師 総合試験所]

論文集への討議について

論文集編集委員会では、論文集に掲載した全論文に対しての討議を受付けておりますので、討議をされる方は下記の要項をご参照のうえ論文集編集委員会へてご提出下さい。

記

1. 討議は論文集掲載全論文を対象とします。
2. 討議の受付は論文集掲載後6ヵ月以内とします。
3. 討議原稿を提出するときは学会原稿用紙に必要事項を記入のうえ論文集編集委員会へてご提出下さい。
4. 討議原稿の取扱いは論文集編集委員会にご一任下さい。
5. 討議に関する問合せは論文集編集委員会へご連絡下さい。