

## 波圧算定式について

文献調査委員会

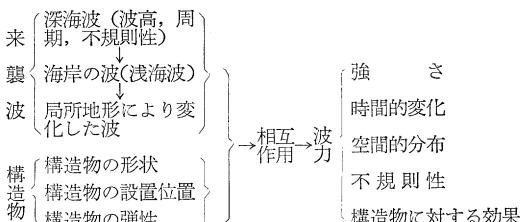
## 1. はじめに

最近壁体に作用する波力ならびに水中の物体に作用する波力に関する研究結果があいついで発表されてきている。それらの多くはまだ総合されて実用的な波圧公式を作り上げるまでにはいたっていないが、波力の研究は現在一つの頂点に達しているともいえる。本解説は、これまでに行なわれてきた研究の成果について、特に砕波、重複波の波力を中心として今までに明らかにされてきている点、ならびに現在問題となっている焦点について、波圧公式を具体的な対象として取り上げ、解説をこころみたものである。

なお、本解説記事をとりまとめるに当って、東京大学助教授 堀川清司博士および中央大学助教授 服部昌太郎氏から貴重なご教示をいただいた。ここに厚く感謝の意を表する。

2. 波力一般<sup>1)</sup>

風の作用を受けて深海で発達した波は海面を伝播して海岸に来襲し、しだいに水底の影響を受けて変形した後海岸構造物に作用しこれに力をおよぼす。しかしながらその波の構造物に対する作用形式ならびに発生する波力の特性は、構造物の形状ならびに構造物の設置位置などによっていちじるしく変化し多種多様なものとなる。すなわち、来襲波の特性が同一であっても構造物が波とどのような相互作用の形式をとるかによって非常に異なった種類の波力を発生する。この間の事情を整理するとつぎのようになる。



波力を分類すると

a) 構造物の種類による分類

1) 進行波の運動を阻止する構造物（たとえば直立壁）に作用する力

2) 進行波の運動に大局的变化を与えない構造物（たとえば円柱構造物）に作用する波力

3) 中間的なもの（たとえば捨石堤）に作用する波力

b) 作用する波の特性による波力の分類（直立壁の場合）

1) 重複波の波力

④ 対称波形の完全重複波（前面水深が十分深く、来襲波が一様な周期性を有し、しかも波形こう配が小さい場合）

⑤ 少少変形した重複波（前面水深が十分深くないが、碎波を生ずるほど浅くない場合）

⑥ 重複波としての碎波（前面水深は比較的深くても、来襲波の波形こう配が大きい場合）

2) 碎波の波力

④ 不完全碎波——峯の付近のみ碎波——（前面水深が来襲波の初期碎波水深程度で、碎波がそれほど進行していない場合）

⑥ 崩れ波型の碎波——対称波形——（前方の水底こう配がゆるやかで、来襲波の波形こう配が大きい場合）

⑦ 卷波型の完全碎波——前傾した碎波——（前面水深が初期碎波水深より少し浅く、来襲波の波形こう配が小さい場合）

3) 碎波後の波による波力

④ 崩れ波型の碎波で、エネルギーが減少した波

⑤ 段波状の波

a) の分類は現在用いられている波力公式の分類に対応したものであり、b) の分類によると一般に使用されている重複波公式と碎波公式の2つに分類する仕方はかなり単純化されたものであることがわかる。もちろん、実用公式はできるだけ使用しやすく単純化されたものであることが望ましいが、一方では現象に対する研究結果からしだいに精密化していかなければならないこともまた真理である。たとえば b) に分類されているさまざまな波の作用形式に対応した波力の特性について、ある程度の推定が可能になってきているのが現在の状勢である。

一般に波力の強さを支配する要素と考えられているものは、海底こう配( $\tan \theta$ )、水深( $h$ )、沖波波高( $H_0$ )、沖波波長( $L_0$ )などである。原理的には波力はこれらの諸量より構成される次元方程式により決定されるはずである。簡単のために、一様こう配( $\tan \theta$ )の傾斜水底上の水深( $h$ )の所に設置された前面として、平滑壁体を考えて沖波波高( $H_0$ )、沖波波長( $L_0$ )の波が来襲しこの壁に作用する際に発生する波圧強度  $p(z)$  は次元的考察からつぎのごとくなる。

$$p(z)/\rho g H_0 = f(h/H_0, H_0/L_0, \tan \theta, z/L_0) \dots \dots (1)$$

これら  $h/H_0$ ,  $h/L_0$ ,  $H_0/L_0$ ,  $\tan \theta$  が複雑にからみあって波力を形成している。それゆえに各種の実験によって無次元化された波力に影響する各種の無次元量の効果を具体的に明らかにして行くことになる(図-1 参照)。

特に碎波の生ずる場合について考えるとき、波力の解明にあたって、その空間的分布(圧力分布)、波力の時間的变化(波形)、波力のピークの強さの統計的性質および波力の力積などの波力の細部の性質について議論がなされてくる。これらのうち、圧力分布については、境界条件ならびに入射波の特性によっていちじ

図-1 水底こう配による波力の変化(港湾技研実験)

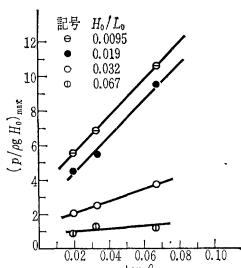
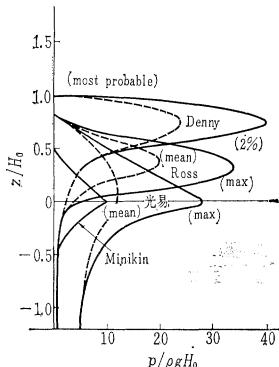


図-2 波压分布



ることがわかる。

波力の時間的变化については、図-3 のように初期のごく短時間に圧力が急激に上昇して鋭いピークを示し、それから急激に途中まで低下して、ピーク圧力の数分の一程度の圧力が台状に持続し、腰掛状を呈するのが普通である。このピーク圧力の作用時間はごく短く衝撃的であって、その力積が小さいから、構造物の局部的破壊力は大きいが、質量の大きい構造物全体に対する破壊力はあまり大きいとは考えられない。これに反して、腰掛部分の圧力はピークのそれの数分の一にすぎないが、その作用時間が長ないので力積も大きく、構造物全体に大きい作用をおよぼすであろうということが考えられる。しかしながら、この考え方の是否については、現在わが国で論議のまととなっている問題の一つである。表-1 は、光易<sup>3)</sup>、

図-3 碎波の圧力-時間曲線(林・服部による)

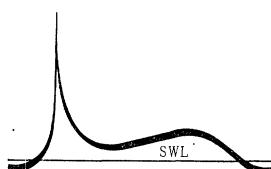


表-1 衝撃的波压の諸性質( $\tau$ : 衝撃的波压の作用時間)

測定者	測定場所	波の種類	$p_{max}/\rho gH$		$\tau$ sec
			一般値	最大値	
Bagnold <sup>6)</sup>	実験室	孤立波	20~60	224	0.001~0.005
Denny <sup>7)</sup>	〃	〃	10~60	110	0.001~0.01
林 <sup>4)</sup>	〃	〃	5~40	—	0.07~0.02
Ross <sup>8)</sup>	〃	周期波	10~70	120	0.001~0.01
永井 <sup>5)</sup>	〃	〃	3~14	—	0.015~0.03
光易 <sup>3)</sup>	〃	〃	5~20	20	0.01~0.05
Rundgren	〃	〃	5~15	19.3	0.002~0.007
Rouville	海岸	海の波	1~38	38	0.05~0.1
北海道開発局 <sup>20)</sup>	〃	〃	4~7	11	0.07~1.5

林<sup>4)</sup>、永井<sup>5)</sup>、Bagnold<sup>6)</sup>、Denny<sup>7)</sup>、Ross<sup>8)</sup>などの測定結果をもとにまとめてまとめたものであり、波压の強さのピークの値および衝撃圧の作用時間の概略の値を一括して示したものである。ただし、この $\tau$ は急激な時間変化をする第一のピークのみの作用時間である。これより衝撃的波压の強さは極端な場合で波高に相当する水压の100~200倍に達するが、多くは数倍から数十倍であること、衝撃的波压の作用時間は極端に強い波压の発生する場合には、1/1000秒程度の小さい値で、多くの場合には1/100~1/10秒の範囲であることがわかる。さて、構造物に作用する波力は単に波の状態ばかりではなく、構造物の形状や振動特性などによって異なるために現象が複雑である。現在波力を考慮して構造物を設計する際にはこれらの条件を簡単化し、経験を加えた広井公式、Minikin 公式、Sainflou 簡略公式などが使用されている。しかし複雑な現象をとらえるにはこのような公式では不十分であり、新しい構造物を設計する際には今までの経験では処理できなくなる。このことに対処するために現在研究が行なわれている主要なテーマはつぎのようなものである。まず第1は、ある運動量をもった水が堤防などにいかなる力をおよぼすか、またその力は構造物の振動特性によってどう影響されるかという点である。第2には、波が構造物に打ちあたる際どのような状態にあるかということである。重複波になる場合と碎波になる場合とではその現象が異なってくる。このような状態が構造物とか海底の様相によってどのように変化するか、またこの限界はいかなる条件により与えられるかが問題となる。第3には重複波または碎波として打ちあたる際にその圧力がどのような物理量によって影響するかという問題である。これらの事項が明白になればそれについて公式を導くことが可能であろう。

### 3. 重複波の波力

現在のわが国での港湾構造物ならびに海中構造物に作用する重複波の公式として一般に使用されているものにSainflou 公式<sup>9)</sup>がある。この公式は、厳密にいうと、

Sainflou の簡略公式であって 1928 年に発表された原公式<sup>10)</sup>では、波圧分布は直線状でなく少しだからくぼみの形状を有している。以下、Sainflou 公式といふのは、簡略公式をさすことにする。浅水重複波に関する波力式としては、このほかに Gourret の式<sup>11)</sup>、Miche の式<sup>12)</sup>、Biessel の式<sup>13)</sup>、Rundgren の式<sup>14)</sup>、岸の式<sup>15)</sup>などがあるが、大部分の式は第 2 次近似で、しかもこれらの式の与える波圧の値の差は比較的少ない。特に Sainflou の式はこれらの式に比較してやや大きい波圧を与えるので、実用上 Sainflou の式を使用すれば安全側の値を与えることになる。

この式は原則としてつぎの条件が満たされるときに適用される。

$$h' \geq 2H \quad (2)$$

ここに、 $h'$ ：マウンドから測った水深、 $H$ ：その場所における進行波としての波高。この適用限界は、理論および実験から推定される完全重複波の発生条件とは必ずしも一致していないが、これまでの設計例や模型実験の結果からみて、Sainflou 公式の適用限界としては妥当なものと考えられてきた。完全重複波の発生限界については、後述のごとく最近の諸研究によって次第にあきらかになりつつある。Sainflou 公式による直立壁に作用する重複波の波圧は図-4 のように直線分布をなし、表-2 のような最大、最小値をとるものとして計算される。

この式は、重複波の波圧公式としては一番簡単なものだけに計算精度はあまりよいとはいえない。W.E.S. (アメリカ工兵隊水理実験所)、港湾技術研究所、土木研究所などの実験データから比較してみると、相対水深  $h/L$  が 0.1~0.15 付近では計算値と実験値が一致し、これより深くなるところでは計算値が実験値より大きく、逆に  $h/L < 0.1$  では過小となる傾向がある。このような点を改良するには有限振幅の重複波の高次近似解を求め

図-4 Sainflou (簡略公式) の波圧分布

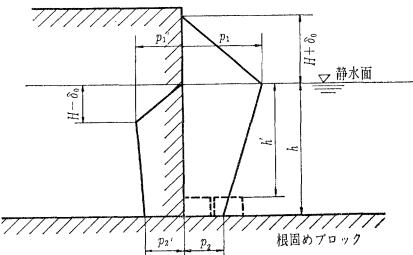
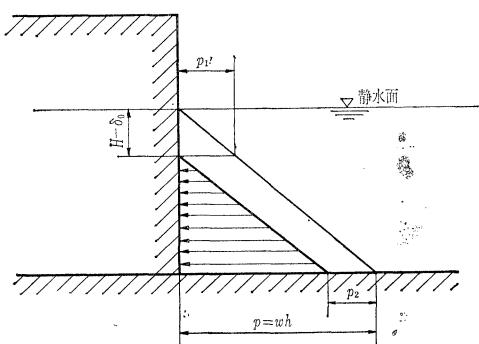


図-5 波の谷が作用するときの水圧分布



なければならない。先に述べた第 2 次近似解の諸式、Tadjkbash と Keller<sup>16)</sup> の第 3 次近似解が発表されているが、いずれも計算が繁雑である。Sainflou 式の実際の計算は図表化されており、それを使用すれば便利である<sup>17)</sup>。波の山が壁面に作用するときの全波力  $P$  および転倒モーメント  $M$  は次式で計算される。

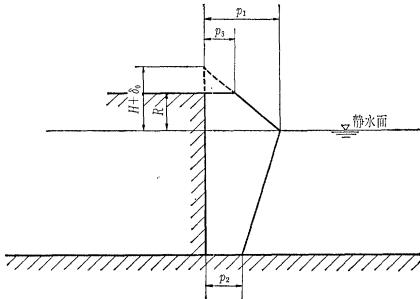
$$\left. \begin{aligned} P &= 0.5 [P_1(H+\delta_0+h) + P_2h] \\ M &= (1/2) \cdot P_1h(H+\delta_0) + (1/6) \cdot (P_2 + 2P_1)h^2 + (1/6)P_1(H+\delta_0)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

なお、直立壁前面に根固めブロックなどがある場合には、その天端までの水深によって重複波、碎波のどちらをとるかを決定するが、波圧の計算には根固めブロックなどを無視し、直立壁基部までの水深をとればよい。壁面に波の谷があるときの波

表-2 波圧公式一覧

重複波の波圧公式	
Sainflou 簡略公式 (図-4)	<p>(a) 壁面に波の山があるとき</p> $\left. \begin{aligned} p_1 &= (p_2 + wh) \left( \frac{H+\delta_0}{h+H+\delta_0} \right) \\ p_2 &= \frac{wh}{\cosh \frac{2\pi h}{L}} \\ \delta_0 &= \frac{\pi H^2}{L} \coth \frac{2\pi h}{L} \end{aligned} \right\} \quad (I)$ <p>(b) 壁面に波の谷があるとき</p> $\left. \begin{aligned} p_1' &= wh(H-\delta_0) \\ p_2' &= \frac{wh}{\cosh \frac{2\pi h}{L}} \quad (=p_2) \end{aligned} \right\} \quad (II)$
ここに	<p>• 壁面に波の山があるときの静水面における波圧強度 (<math>t/m^2</math>)</p> <p><math>p_2, p_2'</math> : 壁体下端における波圧強度 (<math>t/m^2</math>)</p> <p><math>p_1'</math> : 壁面に波の谷があるときの静水面下 <math>H-\delta_0</math> における波圧強度</p> <p>w: 水の単位重量 (<math>t/m^3</math>)</p> <p>h: 堤の前面における水深 (m)</p> <p>H: 堤の前面における進行波としての波高 (m)</p> <p><math>\delta_0</math>: 水面の分子軌道中心の静水面上の高さ (m)</p> <p>L: 堤の前面における波長 (m)</p>
碎波の波圧公式	
広井公式 (図-14)	$p = 1.5 wh \quad (III)$ <p>ここに</p> <p><math>p</math>: 碎波による波圧強度 (<math>t/m^2</math>)</p> <p>w: 水の単位重量 (<math>t/m^3</math>)</p> <p>H: 堤設置位置における進行波としての波高 (m)</p>
Minikin 公式 (図-15)	<p>衝撃压 <math>p_m = 102.4 w d \left( 1 + \frac{d}{h} \right) \frac{H}{L}</math></p> $\left. \begin{aligned} p_y &= p_m \left( \frac{H-2y}{H} \right)^2 \\ \text{静压 } p &= w \left( \frac{H}{2} - y \right) \quad (\text{静水面上}) \\ p' &= \frac{H}{2} w \quad (\text{静水面下}) \end{aligned} \right\} \quad (IV)$ <p>ここに</p> <p><math>p_y</math>: 静水面の上下 <math>0 \sim H/2</math> の範囲内の衝撃压 (<math>t/m^2</math>)</p> <p><math>p_m</math>: 静水面に生じる最大衝撃压 (<math>t/m^2</math>)</p> <p>p: 静水面上の静压 (<math>t/m^2</math>)</p> <p><math>p'</math>: 静水面下の静压 (<math>t/m^2</math>)</p> <p>H: 堤体前方の水深 <math>h</math> における進行波としての波高 (cm)</p> <p>y: 静水面からの距離で <math>0 \sim H/2</math> の値 (m)</p> <p>h: 堤体前方の水深 (m)</p> <p>d: 堤体直立部の水深 (m)</p> <p>w: 水の単位重量 (<math>t/m^3</math>)</p> <p>L: 水深 <math>h</math> のところにおける波長 (m)</p>

図-6 堤頂が低いときの波圧分布



圧については、圧力は堤体の陸側から海側に向かって作用するものであり、背後から土圧を受ける護岸壁体などの安定計算に考慮されるものである。実際には静水圧が関連してくるのでその分布は図-5 のようになる。壁体の海側と陸側で水位が異なる場合は水位差に相当する静水圧を加算しなければならない。壁体の天端が低くて越波が生ずる場合の圧力分布は図-6 のように天端が十分高いものとして求めた波圧分布から堤頂より上の部分の波圧をのぞいた波圧が作用するものとすればよいが、堤頂が静水面以下の場合は完全重複波を生ずるとは考えられないで、模型実験などで波圧強度を決定するのが望ましい。

堤体前面の水深がその点での進行波としての波高の2倍以上であっても、完全重複波を生ずることは少なく、相対水深  $h/L$ 、波形こう配  $H/L$ 、風の有無などによって堤体前面の波が一部碎波の状態を呈し、波圧は重複波理論より大きくなることが知られている。重複波の波形こう配  $H/L$  が大きくなると、波の周波数の2倍の周波数の圧力変動成分がいちじるしくなってくる。浜田(1956)<sup>18)</sup>は、重複波型波圧から碎波型波圧への過渡状態を調べ、波圧変動の近似式として式(4)を与えた。

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho} = & \frac{1}{4} \left\{ 1 - \frac{\sinh^2 \pi(h+y_1)/L}{\sinh^2 \pi h/L} \right\} \frac{d^2}{dt^2} \eta^2(t) \\ & + g \eta(t) \frac{\cosh 2\pi(h+y_1)/L}{\cosh 2\pi h/L} - gy_1 \quad \cdots (4) \\ y_1 = & \eta(t) \frac{\sinh 2\pi(h+y_1)/L}{\sin 2\pi h/L} + \bar{y}_1 \end{aligned}$$

ただし、 $\eta(t)$  は垂直壁前面における静水面からの水位変動量を示している。式(4)によれば、波形こう配がかなり大きく、しかも波形の前傾した波が直立壁に入射するときは、式(4)の右辺第1項が第2項よりも異常に大きくなつて碎波型の波圧が生じることがわかる。

式(4)において右辺第1項と第2項の比は表-3 のようになり、 $h/L$  および  $H/L$  の大きいほど大である。同一波形こう配の波では  $h/L$  が大きいほど第1項と第

表-3 重複波圧における基本周波数成分と2倍周波数成分の振幅比(浜田[1956])

$H/L$	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05
0.01	0.36	0.19	0.10	0.05	0.021	0.010
0.03	1.10	0.58	0.30	0.15	0.064	0.030
0.06	2.20	1.17	0.61	0.30	0.130	—
0.09	3.30	1.75	0.91	0.45	—	—
0.12	4.40	2.34	1.21	—	—	—

2項の比が増大することがわかる。

永井・玉井・西村<sup>19)20)21)</sup>は規則的な浅海波が直立防波堤に衝突する場合について多数の実験を行ない、重複波の発生条件および重複波の波圧式とその適用限界について検討を行なった。それによると、①平面壁をもった直立防波堤の前面水深が  $h \geq 1.8H$  であれば、 $T=5 \sim 13$  sec の範囲の波は一般に重複波を生ずると考えてよく、重複波を生ずる場合には直立壁におよぼす波圧分布および合力は微小振幅波理論による浅海波重複波の式が最も実験値に合うとしている。この理論式の適用範囲は図-7 に示すように水底波圧が2倍周波数で振動する限界曲線より下方の範囲であることを明らかにしている。②壁面に波山が生じた時刻の合波圧の算出式として微小振幅波理論により次式を提案している。 $k=2\pi/L$  とすると、

$$P_c = -\rho g k H^2 (h+H) \left( \tanh kh + \frac{1}{2} kh \right) + \rho g H \frac{\sinh k(h+H)}{k \cosh kh} - \frac{\rho g}{2} (H^2 - h^2) \quad \cdots (5)$$

式(5)の右辺第1項が式(4)の右辺第1項に相当する

図-7 微小振幅波理論式の適用範囲(永井[1965]による)

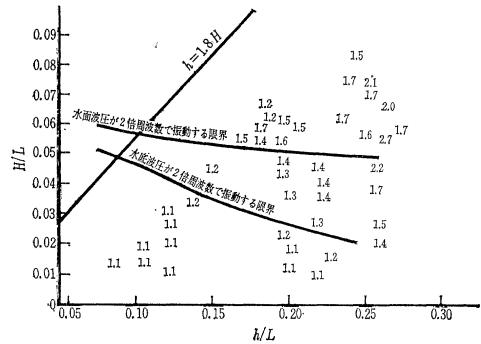
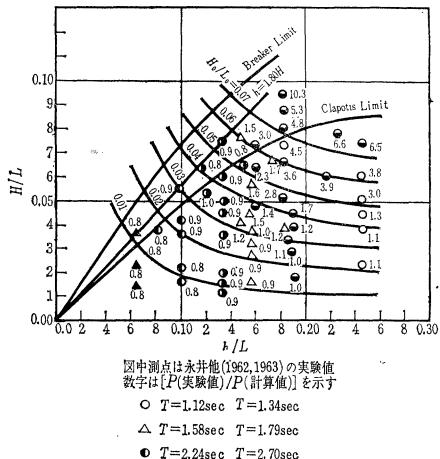


図-8 垂直岸壁に働く圧力の実測値と計算値との比較(岸[1964]による)



ものである。③  $h \geq 1.80 H$  であっても、侵入波の周期  $T \leq 6 \text{ sec}$  で波形こう配  $H/L \geq 0.040$  の場合には、部分的な碎波を生じ、その波圧合力の値は Sainflou の方法によって求めた値よりほぼ 10~40% 大きい。④この限界曲線より上方の領域における波圧合力は一般に Sainflou による合力にほぼ近いようである。のごとき結論を得ている。岸<sup>22)</sup>は永井らの実験結果を無次元量の形で整理し重複波の波压式とその適用限界についてさらに一般化することを試みた。すなわち、永井らの実験結果を図-8 のように整理してつぎの事実を見い出した。①  $H/L \leq 0.03$  ならば、重複波の波圧は式(5)ではほぼ正確に求められる。また  $h=1.80 H$  の重複波圧の適用限界も妥当といえる。②  $h/L < 0.12$  の場所では  $h=1.80 H$  を重複波圧の適用限界と考えてもさしつかえない。③  $h/L > 0.16$  の場所では、入射波の波高が重複波の碎波限界以下であっても、式(5)の計算値の数倍におよぶ波圧が生じる。波圧の実測値と計算値との比は  $(H/L)$  の値が増すにつれて大となる。④同一の  $(H/L)$  をもつ波であれば  $h/L$  が大であるほど、波圧の実測値と式(5)による計算値との比は大きくなる傾向がある。もともと式(5)は微小振幅波に対するものであるので周期が短くて  $(h/L)$  が大きくて、波形こう配  $H/L$  が大なる場合に対して実験値に合わないことは当然である。実験結果では上記の条件を有する波では、実測波圧は計算波圧より大であり、 $h/L \geq 0.16$  に対しては実用波压式として式(5)以外の式が必要であると思われる。Sainflou 式が式(5)よりも大きな波圧を与えることからして、ちなみに  $(H/L) > 0.03$ ,  $h/L > 0.16$  の範囲に対して実測波圧と Sainflou の式による計算値とを比較してみた。結果は図-9 に示してある。図-8 と図-9 とを比較すると、 $(H/L) > 0.03$ ,  $h/L > 0.16$  の範囲では、Sainflou の式による計算波圧は結果的には 2 倍周波数成分を補正した式(5)より

図-9 圧力の実測値と Sainflou 式による計算値との比較（岸 [1964] による）

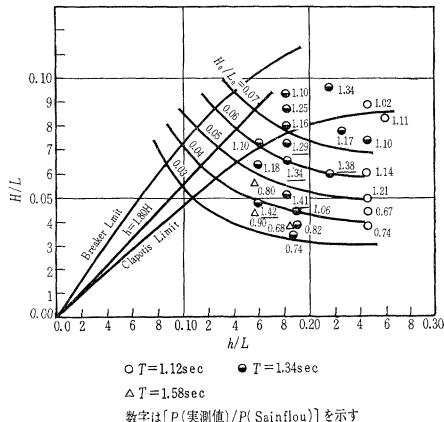


図-10 垂直壁に働く波圧の算出基準案（岸 [1964] による）

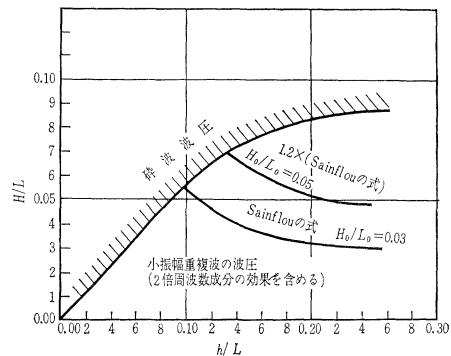
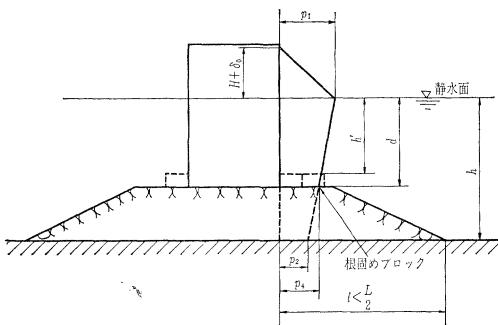


図-11 混成堤に作用する波圧



は実測値に近いことを認めている。そこで岸は多少の安全性を見込み、図-10 のごとき垂直壁に対する波圧の実用的な算出基準図を提案した。図中碎波波圧と重複波型波圧との境界線は  $h=1.80 H$  の線と重複波の限界曲線とを  $h/L=0.12$  の近くでなめらかに接続させてあり、重複波型波圧を  $H/L=0.03$  および 0.05 の線で 3 部分に分けている。

混成堤に作用する重複波の波圧については、不明の点が数多く残されているが、運輸省港湾局では、全国各地の港湾での実際の経験からつぎのような計算方法を提案している。混成堤直立部前面からマウンドの先端の長さが  $L$  で、この  $L$  が前面水深  $h$  における波長  $\lambda$  の  $1/2$  より短いときは図-11 のごく水深  $h$  の地点に設置された壁体に作用する重複波の波圧を考え、この波圧分布のマウンド天端より上部の波圧が混成堤の直立部に作用するものとして計算する。この場合の壁体下部の波圧強度  $p_4$  は次式で示される。

$$p_4 = p_1 - (p_1 - p_2) \frac{d}{h} \quad \dots \dots \dots (6)$$

またこれに対する波压式の適用限界としては、マウンドの長さの大小にかかわらず根固めブロックの天端から測った水深が波高の 2 倍以上のときに重複波、2 倍未満のときに碎波の波压公式が適用される。

#### 4. 碎波の圧力

深海波がその波長の  $1/2$  程度以下の浅海域に進行すると、海底の影響をうけて波高、波長などが変化する。進

図-12 碎波水深と沖波の波形こう配との関係

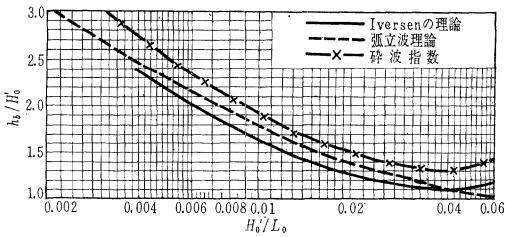
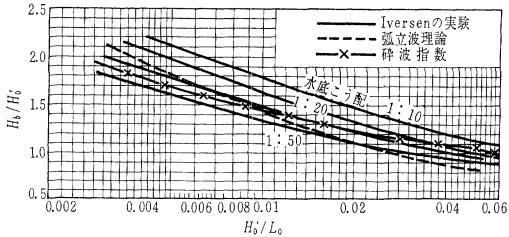


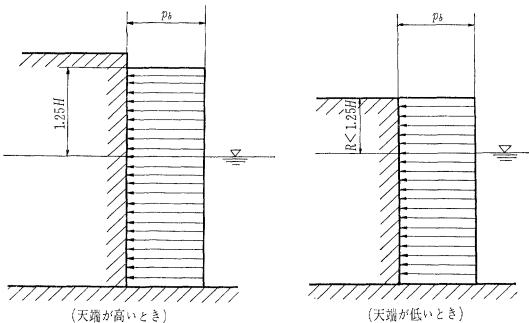
図-13 碎波波高と沖波の波形こう配との関係



行波の碎波水深および碎波波高は、深海波の波形こう配  $H'_0/L_0$  より 図-12 および 図-13 を用いてこれを求める。地形の特性上波が屈折して来襲するときは、深海波の波高  $H_0$  に屈折係数  $K_r$  をかけて  $H'_0 = K_r \cdot H_0$  を図中の  $H_0$  のかわりに使用する。これらの図は深海波の波高および周期が与えられているとき、その波が浅海に来襲して碎波する地点の水深またはその碎波点における波高を推定するために使用される。碎波の形式は大別するところの 3 種類に分類できる。くだけ寄せ波、巻き波、崩れ波である。これらの碎波形式は堤体に作用する碎波の波圧にも密接な関係を有し、一般に巻き型の碎波をする波が衝撃的波力を発生する。水深が波高の 2 倍以下のときは碎波を生ずる可能性があるものとして碎波の波圧公式を用いる。

碎波の波圧を算定する公式としては、明治 31 年に広井が提唱した広井公式<sup>23)</sup>が現在までわが国の防波堤その他の設計に広く用いられてきている(表-2 参照)。この波圧強度は静水面上  $1.25 H$  または堤頂のいずれか低い方の高さ以下に一様に作用するものとする(図-14)。この公式によって算定した碎波圧は局部的な圧力の測定値とは必ずしも一致しないが、堤体の相当広

図-14 碎波の波圧



い範囲に同時に作用する波圧の平均値とよく合致することが経験的および実験的に認められている。実際の波力は多くの場合水表面付近で強く、水底面付近で弱くなっているから、公式の適用には個々の場合について十分注意し、構造物の形状、規模の点からも波圧強度を加減しなければならない場合が生ずる。すなわち、直立部の水深が深海波高の 1.0~1.3 倍程度であり、かつ天端高が静水面上波高の 0.5 倍以上の場合には、静水面付近に強大な衝撃碎波圧が作用するといわれている。この場合には、Minikin 公式により堤体の転倒、特定の水平断面における滑動および局部的な部材強度を検討することが望ましい。Minikin<sup>24)</sup>は、欧州各地の波力の測定および衝撃圧に関する Bagnold<sup>25)</sup>の研究にもとづいて、直立堤の表層付近に作用する碎波の衝撃圧を碎波の前端が薄い空気層を巻き込んで直立壁に衝突するためであると考え、衝撃圧の式を導き、これに静圧を加算して衝撃時の圧力とするごとを提案した(表-2、図-15 参照)。この方法によると、強い波力の場合最大波圧  $p_m$  は  $10 w_0 H$  程度の大きさとなり、この作用する面積についての平均圧力をとると、衝撃圧の平均値は  $3 w_0 H$  程度となるが、平均圧力が広井公式の値に近くなる場合もかなりある。このような強い衝撃圧は、通常短時間(1/10 秒以下)の間、水表面の付近に生ずる。しかし、さらにせまい面積について考えるときは、Minikin 公式による圧力以上に強い衝撃圧が作用することがある。

永井は、混成堤に関する模型実験を数多く行なって、最大同時波圧に着目して直立部に作用する波圧の解析を行なった。模型は碎波が生じない程度の比較的深い、一樣水深部に冲側のりこう配  $1/2$ ~ $1/5$  のマウンドを設け、その上に直立壁をおいて行なわれた。混成堤に作用する圧力分布および最大波圧  $p_{max}$  の式としてつぎのごとき成果を発表している<sup>25)</sup>。

図-15 Minikin 公式による碎波圧

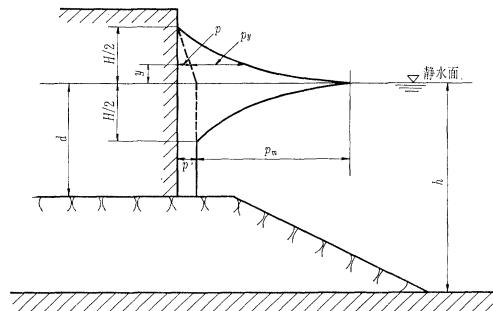


表-4

分布の型	$k$	$p_{max}$ の位置	$spdz$	分布型の発生条件
A	0.5	ほ ぼ 静水面	$\frac{1}{3} p_{max} H$	直立壁前面に相当の水平部を有する高基混成堤の場合、波形こう配の大きい波が、完全碎波して直立部に衝突したとき
B	1.0	直立壁 の底部	$\frac{1}{3} p_{max} H$	直立壁の前面に相当の水平部を有する高基混成堤の場合、波形こう配の大きい波が、直立壁の少し前方で碎けて直立壁の基部に突込むとき、または崩れ波が直立壁に衝突したとき
C	1.5	直立壁 の底部	$\frac{1}{2} p_{max} H$	直立壁の前面に水平部が全くないか、または水平部があつてもマウンド上の水深が比較的大きい低基混成堤の場合、波が一部碎ける崩れ波のような形で直立壁に衝突するとき

a) 圧力分布（最大波圧  $p_{\max}$  と同時に働く圧力の分布）

$$p_z = p_{\max} \left(1 - \frac{z}{kH}\right) \quad \dots \dots \dots (7)$$

図-16 永井式の波圧分布

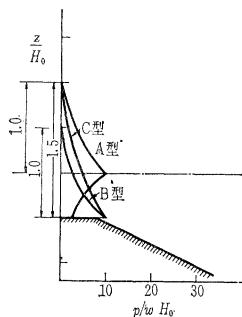


表-4 に示すように、圧力分布はA型、B型、C型に分類され、それぞれの型に応じて、上式中の常数  $k$  の値および  $p_{\max}$  の発生する位置は異なる（図-16 参照）。 $p_{\max}$  の値は、各型とも共通で b) に示される式にしたがうものとする。

b) 最大波圧  $p_{\max}$  の式

1) 一般碎波の場合（非常に強大な異状碎波をのぞいた完全碎波および部分碎波の大部分）

$$h_1 \frac{h_1}{h_0} \frac{H}{L} \leq 0.044(m) \text{ のとき}$$

$$p_{\max} = 4 + 500 w h_1 \frac{h_1}{h_0} \frac{H}{L} (t/m^2) \quad \dots \dots \dots (8.a)$$

$$h_1 \frac{h_1}{h_0} \frac{H}{L} > 0.044(m) \text{ のとき}$$

$$p_{\max} = 20 \sim 26 \text{ (平均値 23)} (t/m^2) \quad \dots \dots \dots (8.b)$$

2) 異常碎波の場合（非常に強大な衝撃圧力をおよび碎波）

上限と下限の平均値に対して

$$p_{\max} = 96 \left( 0.008 + h_1 \frac{h_1}{h_0} \frac{H}{L} \right)^{1/3} (t/m^2) \quad \dots \dots \dots (9.a)$$

上限の値に対して

$$p_{\max} = 103 \left( 0.01 + h_1 \frac{h_1}{h_0} \frac{H}{L} \right)^{1/3} (t/m^2) \quad \dots \dots \dots (9.b)$$

ここに、  $h_1$  : 混成堤のマウンド上の水平部の水深

$h_0$  : 混成堤のマウンド前方の一様水深

$H, L : h_0$  での波高、波長。

永井の最大波圧式は、室内実験で求めた式を Froude の相似則を用いて実際の防波堤に適用できるように変形したもので、実験の範囲は 20 倍の拡大率を用いて現地の値に換算した値で、水深  $h$  : 4~14 m、波高  $H$  : 2~5 m、周期  $T$  : 5.4~9 sec である。実験で得た最大同時波圧の合力  $\int p_z dz$  は Minikin 公式および広井公式（静水面上の天端高を 2.0 m にとった場合）の与える値に類似し、実験値に対する両式の誤差は 70% 以内にあった。A型分布とする場合には、最大波圧強度  $p_{\max}$  は、Minikin 式の  $p_{\max}$  の値に非常に近い値をとった。b) 項における各式の常数項は現象の長さの次元に相当する水圧に比例するものであるから、単位または現象の大きさがいちじるしく異なる場合には、この点に注意して式を変形しなければならない。さらに永井・玉井・久保<sup>5)</sup>

は防波堤の堤体ブロックと基礎との間の滑動摩擦係数  $f$ について、実験よりつぎのごとき結果を得ている。

a) 碎石上にブロックを設置した場合：平均 0.82

b) 玉石上にブロックを設置した場合：平均 0.70

c) 碎石基礎にブロックを埋めこみ、根固めブロックをおいた場合：0.97~1.01

d) 玉石基礎にブロックを埋めこみ、根固めブロックをおいた場合：0.89~0.92

ただし c) および d) の摩擦係数は、直立部背後の捨石（ブロックの底面より上にある）および根固めブロックの重量も考慮した値である。

さて、つぎに構造物の動的特性という立場から波力について考えてみよう。一般に構造物に働く波力は常に一定の力が作用しているわけではなく、時間的に変化している。このために構造物の安定性はその運動と結びつけて考えなければならない。構造物の前面で波が重複波になる場合にはその時間的变化は波の周期と同じオーダーである。しかし波が前面で碎ける場合にはこの碎波の衝撃圧は短時間に作用するために当然構造物の振動がその圧力の大きさに影響すると考えられる。この作用時間は非常に短く測定計器の周波数特性、その支持方法などにより異なると考えられるが、現地観測、模型実験などによって明らかにされた値は 2 節の表-1 に示したごとくである。

一方、これに対して構造物の振動特性はその構造、構成材料などによって異なる。直立防波堤のようなものであればその運動をとらえやすいが、海岸堤防のように盛土したもの上にコンクリートを張ったものであれば、その振動をとらえることは困難である。このような観測は、羽幌港<sup>26)</sup>において高さ 6 m、幅 9 m 位のケーソンに加速度計を入れてその振動をとらえた例がある。これによるとケーソンの振動として、0.2 sec 前後の観測値が得られている。

これらの碎波の圧力と構造物の運動に関して、永井ら<sup>5)25)27)</sup>は数多くの模型実験を行ないつぎのような結論を得ている。これによると「暴風時に混成防波堤の直立部が碎波の圧力によって滑動するのは直立部の各高さにおける波圧の最大値のうちの最大圧力が作用する瞬間の直立壁における同時波圧、すなわち最大同時波圧の合力が直立部の摩擦抵抗力より大きくなったときである」と述べている。この模型実験は木製の基礎捨石部上にコンクリート造りの直立部を置いて波圧と移動量を測定したものである。模型形状と実験の測定例を 図-17, 18 に示す。図-18 によれば波圧計①②両者の  $p_{peak}$  は同時に起こっており、この場合の最大同時波圧の分布は C型分布であるから、波圧計①が  $p_{peak}$  になったとき、直立部底部に  $p_{max}$  が起こっている。したがって波圧計①と

図-17 模型形状および直立部における最大同時波圧の分布  
(永井 [1962] による)

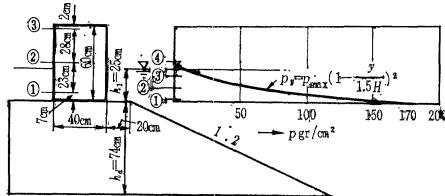
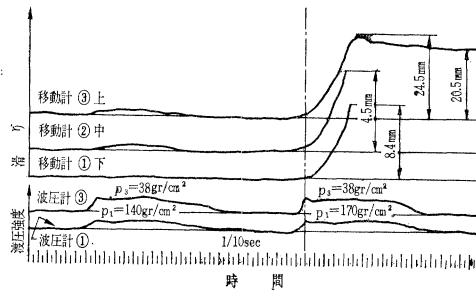


図-18 直立部における波圧と移動の時間的変化  
(永井 [1962] による)



③が  $P_{\text{peak}}$  になった瞬間に最大同時波圧  $P_{\text{max}}$  が起っている。移動計の記録によれば、波圧計①に圧力が作用し始めてから 0.05 sec おくれて移動計②と③がほぼ同時に移動し始めている。下部の移動計①は波圧計①と③が  $P_{\text{peak}}$  になったとき、すなわち  $P_{\text{max}}$  が起った瞬間に移動している。このことは、直立壁に  $P_{\text{max}}$  が働いた瞬間に直立部全体が港内側へ滑動したこと示す。直立壁における波圧分布は図-17 のようだ。 $P_{\text{max}}=220 \text{ g/cm}^2$  である。したがって、 $P_{\text{max}}=\frac{1}{2} \times 220 \times 28.3=3113 \text{ g/cm}^2$  このときの直立部の摩擦抵抗力  $R=2977 \text{ g/cm}$  ( $=0.81 \times 753500/205$ ) であるから、 $P_{\text{max}}$  はわずかに  $R$  より大である。それゆえ、ちょうど  $P_{\text{max}}$  が働いた瞬間に直立部はすべったことになる。

これに対しても、林・服部・林<sup>28)</sup>はつぎのような異論を唱えている。①衝撃圧の継続時間は一般に非常に短いものである。もし、その継続時間が非常に短いときには、たとえ衝撲圧が大きいものであっても、防波堤のような重量構造物に対しては力の効果を生じないのではないか——従来の波圧公式は波圧の大きさだけをとり入れており、その継続時間の関係は考慮されていない。②碎波の圧力として設計上の対象とされるべきものは衝撲圧であるか、それとも継続時間の長い腰掛け部圧力であるか、それとも両者の一種の平均的な圧力といったようなものであるかが明らかにされていない。

このような点の解明のために直立部が捨石の上に乗ったものとして、その直立部のロッキング現象を考えての碎波の波圧による滑動の理論とその安定性につき研究を

図-19 壁体の振れ

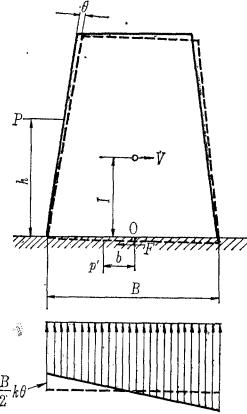
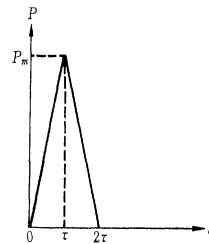


図-20 計算に使用した衝撲圧



行なった<sup>29)</sup>。すなわち、図-19のごとき壁を考え、衝撲圧としては最大値が針のようによがったピーク圧力をもつような図-20で示される関数形で近似させた。数学的計算の後、滑動面に作用するせん断力  $F$  の解と次式を得ている。

$$F = P_m \cdot \varphi \left( \frac{t}{\tau}; \lambda, \omega \tau \right) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

ここに、

$$\varphi \left( \frac{t}{\tau}; \lambda, \omega \tau \right) = \begin{cases} t/\tau - (\lambda/\omega \tau) [\sin \omega \tau (t/\tau)] & 0 \leq t \leq \tau \\ 2 - t/\tau - (\lambda/\omega \tau) [\sin [\omega \tau \cdot (t/\tau)]] & \tau \leq t \leq 2\tau \\ -2 \sin \omega \tau (t/\tau - 1) & 2\tau < t \\ -(\lambda/\omega \tau) [\sin [\omega \tau \cdot (t/\lambda)] - 2 \sin [\omega \tau (t/\tau - 1)] + \sin [\omega \tau (t/\tau - 2)] & \end{cases} \quad (11)$$

$\omega$ : 壁体ロッキングの角速度,  $t$ : 時間,  $\lambda$ :  $hL/R^2$   
 $R$ : 壁体の 0 点まわりの慣性半径

関数  $\varphi$  は式 (11) から明らかなように、無次元化されたせん断力 ( $\varphi = F/P_m$ ) を表わすものであり、1 個の独立変数  $t/\tau$  と、2 つの無次元パラメータ  $\lambda$  および  $\omega \tau$  にのみによっている。図-21~23 はこの  $\varphi$  の値を図示したものである。各地の防波堤断面値から  $\lambda$  の値の範囲は、 $\lambda = 0.7 \sim 1.1$

程度と考えられる。 $\lambda$  が 0.8 またはその程度以上のときには、図-22, 23 から衝撲圧が消失して後に滑動面に作用するせん断抵抗の最大値は、衝撲作用中に滑動面に作用するせん断抵抗よりも大きいか、または少なくとも同程度のものであることが認められる。したがって、この場合には、せん断抵抗の最大値は式 (11) の第 3 式で与えられるものと考えてほとんど差しつかえない。ところで同式を  $F = \lambda \cdot I_s \omega \psi \dots \dots \dots \quad (12)$  と書き直し、 $\psi_{\text{max}}$  を近似的に直線で表わすと次式のようになる。

$$\psi_{\text{max}} = 1 - (0.6 \omega \tau / \pi) = 1 - 0.6(2\tau/T) \dots \dots \dots \quad (13)$$

ここに、 $T$ : ロッキングの周期,  $I_s$ : 衝撲の力積 (=

図-21  $\varphi$  の値 ( $\lambda=0.6$  の場合)  
(林・服部 [1963] による)

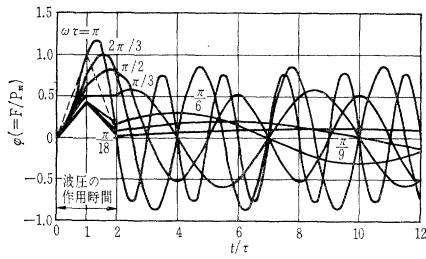


図-22  $\varphi$  の値 ( $\lambda=0.8$  の場合)  
(林・服部 [1963] による)

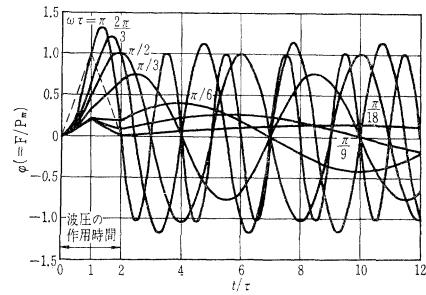


図-23  $\varphi$  の値 ( $\lambda=1.2$  の場合)  
(林・服部 [1963] による)

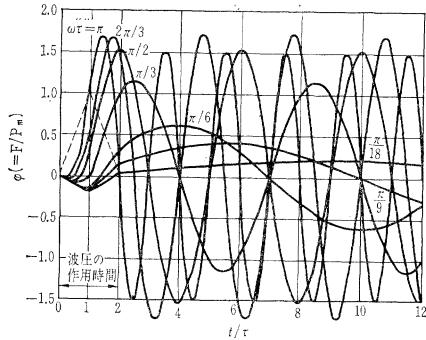
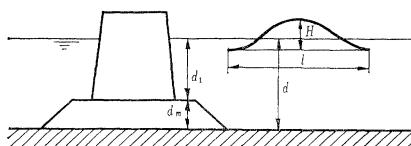


図-24



$P_m \cdot \tau$ )。したがって、衝撃圧に応ずるせん断抵抗の最大値は  $F_{max}$  を次式により推定できる。

$$F_{max} = 2\pi\lambda[1-0.6(2\tau/T)]I_s/T \dots\dots\dots(14)$$

また、 $I_s$  の値の起こりうる最大値は、防波堤前面水深  $d$  および捨石前面水深  $d_1$  とのみによりつぎのように求められる（図-24 参照）。

$$I_s = 0.13 \frac{w}{\sqrt{g}} \frac{d_1}{d} \sqrt{1.167 + \frac{d}{2d_1}} \cdot d^{5/2} \dots\dots\dots(15)$$

“腰掛け部圧力”の時間的変化は比較的緩慢であるから、その圧力は壁体に静的に作用するものと考えられる。光易<sup>30)</sup>の実験によれば、腰掛け部圧力の合力は重複波に対する Gourret の式で表わされる。そこでこの式によって推定される圧力の合力を  $P_{cl}$  とおけば、腰掛け部圧力により壁体滑動面に生じたせん断力  $F_2$  は

$$F_2 = P_{cl}t \dots\dots\dots(16)$$

と考えられる。したがって最大せん断力  $F_{max}$  は衝撃圧力により生じたせん断力と“腰掛け部圧力”により生じたせん断力の和によって推定できる。

1)  $\lambda \geq 0.8$  の場合  $F_{max}$  は“腰掛け部圧力”作用期間中に現われ、その大きさはつぎのように推定することができる。

$$F_{max} = 2\pi\lambda[1-0.6(2\tau/T)](I_s/T) + P_{cl}t \dots\dots\dots(17)$$

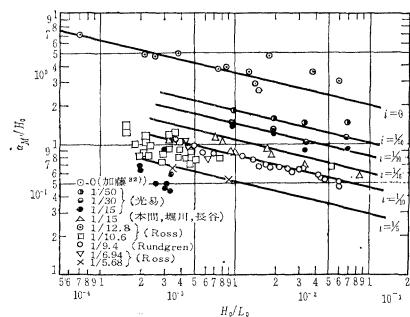
2)  $\lambda < 0.6$  のときには、たいていの場合、最大せん断力は初期衝撃圧の作用期間中に起り、その大きさは

$$P_m[1-\lambda(\sin\omega\tau/\omega\tau)] \quad \text{で表わされる。}$$

さらに、林・今井<sup>31)</sup>は堤体ロッキングの減衰性を考慮したせん断力算定式、堤体の仮想質量の大きさの検討も行なっている。いずれにしても、防波堤の滑動に対する考え方として、「その安定性は、 $\mu W > P_{max}$  ではなく、 $\mu W > F$  でなければならない。ここに、 $F$  は防波堤を滑動させんとするせん断力であって、衝撃圧力の一部がロッキング作用により吸収されるため  $P$ （波圧の合力）とは異なってくる」と述べている。

直立壁が急こう配の海浜上の碎波点付近に設置されるときは、碎波瞬間の波の衝突によって非常に大きい衝撃碎波圧を発生する。衝撃碎波圧がいかなる条件のときどの強度で作用し、構造物の安定にどう影響するかについてはまだ統一的な見解が得られていない。発生条件が比較的よく分っている一様なこう配の場合で、光易<sup>30)</sup>は 1/50, 1/30, 1/15 こう配の斜面での実験結果ならびに Rundgren の 1/10 こう配の実験結果から、衝撃碎波圧が最も顕著となる堤脚水深  $d_M$  について、 $d_M/H_0$  と沖波波形こう配  $H_0/L_0$ 、斜面こう配  $i = \tan \theta$  との関係を求めて次式を提案している。

図-25 (本間・堀川・長谷 [1962] による)



$$\left. \begin{aligned} d_M &= C_M \left( \frac{H_b}{L_0} \right)^{-1/4} \\ C_M &= 0.59 - 3.2 \tan \theta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

本間・堀川・長谷<sup>33)</sup>は 1/15 こう配についての東大での実験結果ならびに光易, Ross, Rundgren の資料を整理して図-25を得ている。またこれをもとにして  $C_M$  を求め、光易の 図-26 (本間・堀川・長谷[1962]による) 式(18)と比較したのが図-26である。さて図-12 と図-25 とを比較すれば明らかなるように、 $d_M$  は  $h_b$  に等しくはなく、

たとえば東大での実験 ( $i=1/15$ ) によれば、 $d_M$  は常に  $h_b$  よりも小さく、護岸よりやや前方で碎けた波が衝突するときに最大の衝撃力を生じている。しかも  $d_M$  は斜面こう配  $i$  にいちじるしく影響を受ける点はきわめて重要であり、護岸 (あるいは堤防) を考えるとき、現地の海浜こう配がどれほどかは、ぜひ知らねばならぬ重要な事項である。また同時に、このような水深の地点に護岸を設置するのはさけるのが賢明である。

一般に海岸堤防あるいは海岸護岸は汀線より岸側、あるいはかなり水深の浅いところに築造され、したがって構造物に到達する波はすでに碎けてしまっている。こ

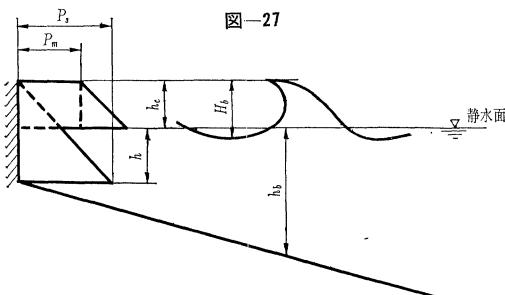


図-27

のような碎波後の波力に関しては、今まで Beach Erosion Board (アメリカ海岸侵食局) の提案した式<sup>34)</sup>を見るにとどまっていた。さて B.E.B. によって提案された碎波後の波压式はつぎのようなものである。図-27 で示される海底こう配が急で構造物が汀線の海側にある場合、波压は静水面上  $0.7 H_b$  から静水面まで一様に作用する動圧  $p_m$  と静水面上  $0.7 H_b$  で海底で  $p_s$  となる三角形分布の静水圧との和として計算される。ここで、動水圧  $p_m$  と静水圧  $p_s$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} p_m &= 0.5 w h_b \\ p_s &= w(h + 0.7 H_b) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

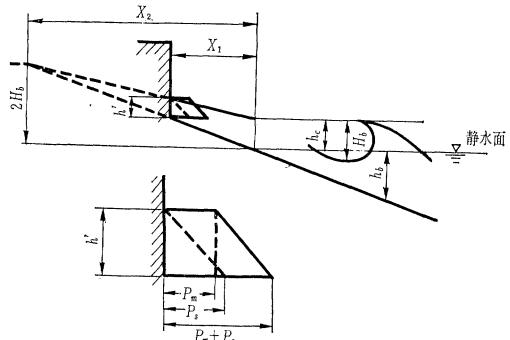
ここに、 $p_m$  : 衝突する水塊による動圧 ( $t/m^2$ )、 $p_s$  :

静水圧 ( $t/m^2$ )、 $w$  : 水の単位重量 ( $t/m^3$ )、 $h_b$  : 碎波水深 (m)、 $h$  : 構造物基部の水深 (m)。 $h_c$  : 碎波の静水面上の高さ =  $0.7 H_b$  (m)、 $H_b$  : 碎波高 (m)。一方、図-28 は構造物が汀線の陸側にある場合の波压強度で、静水面上  $h'$  から堤体基部まで一様に作用する動水圧  $p_m$  と、静水面上  $h'$  で 0 で、堤体基部で  $p_s$  となる三角形分布の静水圧との和として計算される。

$$\left. \begin{aligned} p_m &= 0.5 w h_b (1 - X_1/X_2)^2 \\ p_s &= w h_c (1 - X_1/X_2) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここに、 $X_1$  : 汀線から構造物までの距離 (m)、 $X_2$  : 汀線から波の仮想打上げ限界までの水平距離 (=  $2 H_b \cot \alpha$ ) (m)、 $\alpha$  : 海底面が水平となす角 ( $^{\circ}$ )。上式中の  $h_b$  および  $H_b$  は図-12 および図-13 より求めて使用すればよい。本間・堀川・長谷 (1962・1963・1964)<sup>33)35)36)</sup>

図-28



は、B.E.B. によって提案された波压算定式と実験結果<sup>32)</sup>と比較したところ、前者の式が必ずしも妥当であるとは認められなかった。そこで比較的緩いこう配の海岸での碎波後の波の変化状況は、波速、波高とともに水深の関数としてよく表わされ、かつ孤立波理論による取り扱いが妥当であることに注目して、新潟西海岸における現地観測をも参考にして新たに実験公式を提案した。すなわち、動水圧として、静水面で  $p_m = 1.6 w d'$ 、静水面上  $1.2 d'$  および堤体基部で 0 となるような三角形分布を仮定し、静水圧として静水面上  $1.2 d'$  で 0、堤体基部で  $p_s = 2.2 w d'$  となる三角形分布の算定式を提唱している (図

図-29 直立壁に対する波压分布 (全波力ならびに作用点) (本間・堀川・長谷(1964)による)

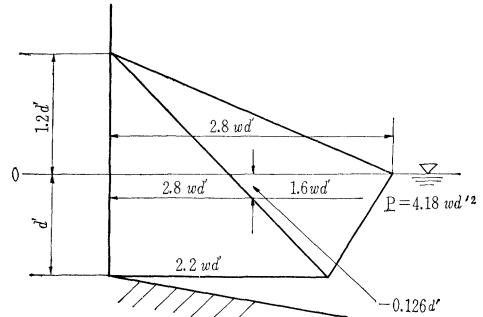
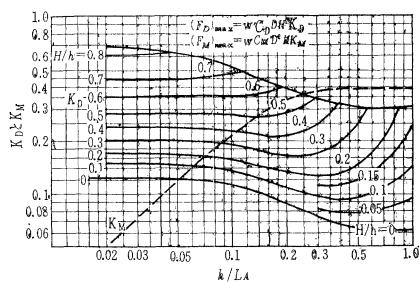




図-31 抗力および質量力の最大値算定図表  
(合田 [1965] による)



M.Ф. Барштейн(1964)<sup>45)</sup> のそれがあげられる。彼は、風波を定常確率過程とみなすことにもとづいて、不規則波の作用に対する桟橋などの透過構造物の計算、特にくいに対する不規則外力の算定法を提案している。なお、この問題はカスピ海における構造物（水深 28 m、床面高海面上 10 m）の振動実測に関連して生じたものである。

## 6. 終りに

以上、波力算定の現状および現在研究中のもので、重複波、碎波、特殊構造物に作用する波力についてその概要を述べてきたが、現在提案されている波圧算定式および今後この方面における研究結果を十分吟味して、より実際に近いものを鋭意取り入れて、安全で経済的な防波構造物を建設していくことが期待されてくるわけである。なお、従来の波力の問題は、規則的な波によるそれであった。しかしながら、実際には波そのものは不規則なものであるから、今後不規則波による波力の研究を推し進めなければならない<sup>46)</sup>。

## 参考文献

- 1) 港湾技術研究所：波力に関する研究（1964）。
- 2) 土木学会：水理公式集（1963）。
- 3) 光易 恒・長谷直樹・柴山憲彦：壁体に作用する碎波の圧力に関する実験的研究、運輸技研報告 8巻、2号（1958）。
- 4) 林 泰造・服部昌太郎：孤立波の碎波とその波圧について、第3回海岸工学講演集（1956）。
- 5) 永井莊七郎・玉井佐一・久保 直：混成防波堤直立部の滑動および底面に働く揚圧力、第7回海岸工学講演集（1960）。
- 6) Bagnold, R.A. : "Interim report on wave pressure research", Jour. I.C.E., Vol 12, Vo. 7 (1939).
- 7) Denny, D.F. : "Further experiments on wave pressures", Jour. I.C.E., (1951).
- 8) Ross, C.W. : "Laboratory study of shock pressure of breaking waves", Beach Erosion Board, Tech. Memo. No. 59 (1955).
- 9) Hudson, R.Y. : "Wave forces on breakwaters", Proc. A.S.C.E., Vol. 78, No. 113 (1952).
- 10) Sainflou, G. : "Essai sur les diques maritimes verticales", Annales des Ponts et Chaussées, Vol. 98, No. 4 (1928).
- 11) Gourret, M. : "Sur mouvement approche des clapotis, Application au diques maritimes verticales", Annales des Ponts et Chaussées, Vol. 105, No. 16 (1935).
- 12) Miche, M. : "Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante", Annales des Ponts et Chaussées, Vol. 121, No. 3 (1944).
- 13) Biesel, F. : "Equations générales au second ordre de la houle irregulière", La Houille Blanche, 7 (1952).
- 14) Rundgren, L. : Water wave force, Stockholm (1958).
- 15) 岸 力：海岸堤防に関する研究（2），土研報告，90号（1955）。
- 16) 合田良実：Tadjbakhsh と Keller による有限振幅重複波の理論とその応用について、港湾技研水工部防波堤研究室資料 No. 27 (1964)
- 17) 運輸省港湾局：港湾工事設計便覧。
- 18) 浜田徳一・光易 恒・長谷直樹：構造物に作用する波力、第3回海岸工学講演集（1956）。
- 19) 永井莊七郎・玉井佐一・西村益夫：重複波の発生条件と重複波の波圧、第9回海岸工学講演集（1962）。
- 20) 永井莊七郎・玉井佐一・西村益夫：深い海中に築造された直立防波堤に働く波圧、第10回海岸工学講演集（1963）。
- 21) 永井莊七郎：周期が短く波形勾配が大きい重複波の圧力について、第20回土木学会年次学術講演会講演概要（1965）。
- 22) 岸 力：重複波の波圧式とその適用限界、第11回海岸工学講演集（1964）。
- 23) 広井 勇：“The force and power of waves, engineer, 130 (1920).
- 24) Minikin, R.R. : "Wind Waves, and Maritime Structures", Charles Griffin & Co. Ltd. (1950).
- 25) 永井莊七郎：防波堤に働く碎波の圧力に関する研究、土木学会論文集 65号別冊（3-3）（1959）。
- 26) 栗林 隆・宇田居吾一・村木義男・高橋基次・石田直之：防波堤に働く波圧について（第1報）—羽幌港における測定—、第5回海岸工学講演集（1958）。
- 27) 永井莊七郎・玉井佐一：混成防波堤直立部の滑動実験—1/10模型における実験—、第9回海岸工学講演集（1962）。
- 28) 林 泰造・服部昌太郎・林 恒吉：碎波の波圧と壁体の滑動、第7回海岸工学講演集（1960）。
- 29) 林 泰造・服部昌太郎：碎波の波圧について、第10回海岸工学講演集（1963）。
- 30) 光易 恒：“Experimental study on wave force against a wall”, Report of Port and Harbour Technical Research Institute, No. 47 (1972).
- 31) 林 泰造・今井 孝：碎波の圧力と堤体の滑動、第11回海岸工学講演集（1964）。
- 32) 加藤重一：海岸（干拓）堤防の断面形状と波浪エネルギーの減殺効果について、一時に波のうちあけ高と波圧強度—、第5回海岸工学講演集（1958）。
- 33) 本間 仁・堀川清司・長谷直樹：護岸に働く波力について、第9回海岸工学講演集（1962）。
- 34) Beach Erosion Board : "Shore Protection Planning and Design", Tech. Report, No. 4, (1961).
- 35) 本間 仁・堀川清司・長谷直樹：海岸堤防に作用する波圧の分布について、第10回海岸工学講演集（1963）。
- 36) 本間 仁・堀川清司・長谷直樹：海岸護岸に働く全波力に関する実験的研究、第11回海岸工学講演集（1964）。
- 37) 富永康照・伊藤生智：海岸堤防に作用する波圧について、第11回海岸工学講演集（1964）。
- 38) Hudson, R.Y. : "Laboratory investigation of rubble mound breakwater", Proc. A.S.C.E. Vol. 86, HY. 9 (1960).
- 39) 鶴田千里：海岸構造物に関する二、三の問題、運輸技研（1961）。
- 40) 福井芳明・中村 充・白石英彦・佐々木泰雄：津波の研究（II），第9回海岸工学講演集（1962）。
- 41) Stelson, T.E. and Mavis, F.T. : "Virtual mass and acceleration in fluids", Proc. A.S.C.E. Vol. 81, Separate No. 670, (1955).
- 42) 合田良実：“Wave forces on a vertical circular cylinder: experiments and proposed method of wave force computation”，Report of Port and Harbour Technical Research Institute, No. 8 (1964).
- 43) 合田良実：海中構造物の設計波力について、土木学会誌, Vol. 50, No. 2 (1965).
- 44) 増田重臣・河村三郎・種部 豊：水平面に作用する波圧、第19回土木学会年次学術講演会講演概要（1964）。
- 45) Барштейн, М.Ф. : Строительная Механика и Расчет Сооружений, No. 1 (1964) (土木学会誌 Vol. 49, No. 11 (1964) の文献抄録欄に鹿島達一の訳で登載されている)。
- 46) 本間 仁・堀川清司・長谷直樹・高橋英雄：護岸に作用する風浪の波力に関する一実験、第20回土木学会年次学術講演会講演概要（1965）。

担当委員 和田 明：財団法人 電力中央研究所  
橋本 宏：建設省土木研究所赤羽分所  
藤森研一：運輸省港湾局建設課