

論文紹介

今月は論文集第 120 号（40 年 8 月発行）登載論文としてつぎの 5 編を紹介します。次号では第 121 号（40 年 9 月発行）として下記の 5 編を紹介する予定です。

- 佐佐木 純：吸収マルコフ過程における文通配分理論
- 加賀美一三：コンクリートの仮示方配合における細骨材率によるコンシスティンシーの調整法について
- 高松武一郎・中西英二・内藤正明：沈殿池およびばっ気槽効率におよぼす混合度の影響
- 佐久間七郎左衛門：膨張性地山トンネルの鋼アーチ支保工のひずみ計測と工法に関する研究
- 奥村敏恵・渡辺啓行：トラス橋のねじれに関する研究

カールソン型緜目計と差動電圧式変位計、ひずみ測定に電気抵抗線ひずみ計、油圧測定にはブルドン管式、電気抵抗線式および自記記録式を用い、振動音の測定には地震探査用地震計を用いた。載荷方法の決定にあたっては、なるべく強度に関係する要因を単純化する方針をたてた。したがって、実用的な荷重速度（平均せん断力で $0.3 \text{ kg/cm}^2/\text{min}$ ）で単純増荷をさせ、最大荷重に至らしめるという載荷方法を採用した。なお荷重方法は供試体底面に引張応力を発生しないように斜めに載荷する合力方法と、2 方向より載荷する分力方法の 2 種を用いせん断応力と垂直応力を同時に与えた。

3. 実験結果とその考察から得られた結論

本結果はもちろん石英粗面岩から成る境川地点について

岩盤の破壊特性に関する現地

試験について

君島博次

1. まえがき

ダムの基礎の安全性については近時各方面の関心が集まっているが、電力中央研究所の地盤研究班が、関西電力 KK の協力を得て、同社の境川ダム予定地点で、3 カ年わたって行なった岩盤研究の中からせん断試験を探り上げ、現地岩盤の強度についての研究結果を報告する。

2. 目的と方法

従来のクーロン式に表現されている τ_0 と ϕ を求めるだけでなく、ひびわれのある現地岩盤のせん断強度を比較的簡単な岩石コアの室内試験結果を用いて推定する方法を求ること、および岩盤が終局破壊に至るまで、どのようなひずみ・変位・振動音を示すかを精密に測定して、従来単に破壊として済ませていた現象を詳細に分析し、その内容を説明しようと試みた。

現地の多くの試掘横坑の地質調査結果から、ほぼ付近一帯に一樣と推定された石英粗面岩地帯を選定し、試験横坑とした（図-1）。

せん断試験用の岩盤供試体は合計 4 個（平均寸法約 1.5 m （縦） \times 1.5 m （横） \times 0.8 m （高さ））を入念に切り出し、支圧面を保護する目的でコンクリートあるいは鉄筋コンクリートの被覆を行なった。載荷装置には大型油圧ジャッキ（Max. 300 t）7 台と、電動 12 連油圧ポンプ（Max. 500 kg/cm^2 ）1 台を用い、測定器は、変位測定に

図-1 Test Adit and Size of Blocks.

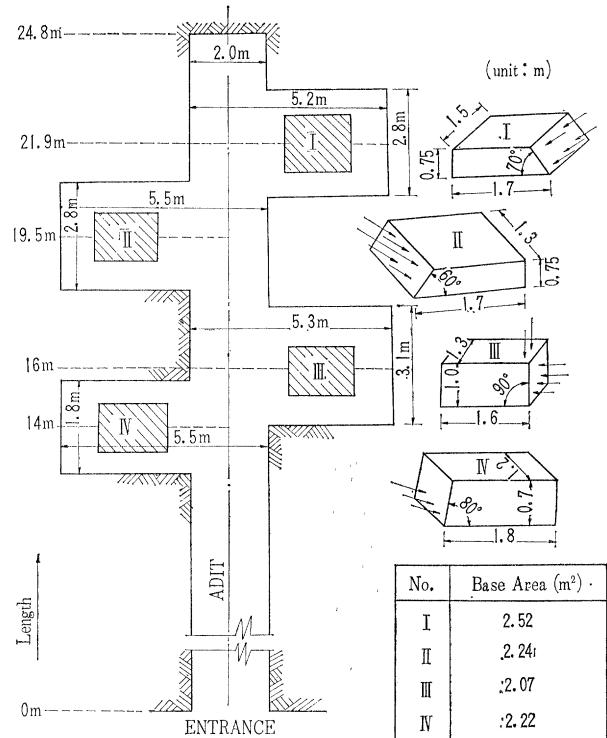


表-1 Detailed Description of Observed Joints in Rock.

No. Joint	Pole	Width (mm)	Mat includ- ed	Length of Joint (cm)			Area (cm^2)	shape
				Side	Top	Side		
1	330/36	—	—	65	77	62	6,143	smooth
2	147/53	—	—	13	88	—	572	
3	342/43	1	—	68	120	46	4,324	

表-2 Comparison of "E_R" between Shearing and Jack Tests.

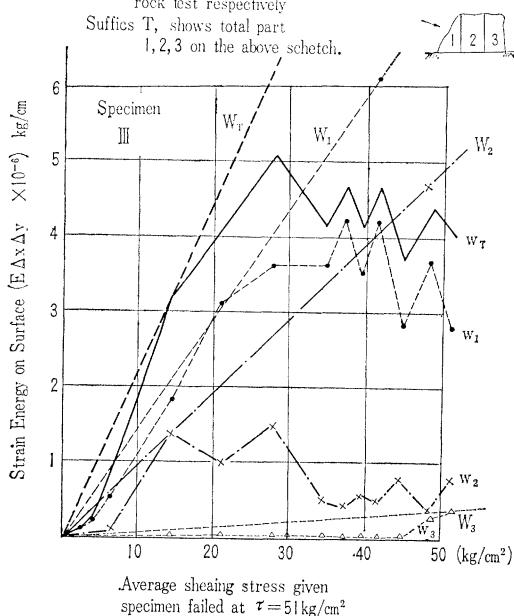
	I	II	III	IV
Working Stress (kg/cm ²)	0~4.3	{ 0~10.5 10.5~15.7 }	{ 0~14 14~20 }	0~4.8
E _R (kg/cm ²)	Shearing Test	5.100	{ 57.00 85.00 }	{ 7.300 5.400 } 1.100
	Jack Test	48.200	57.000	63.000 18.000
Ratio (%) Shear/Jack	11	{ 10 15 }	{ 12 9 }	6

図-2 Accumulated Strain Energy and Given Shearing Stress.

W, w: Energy from Photo-elasticity and the rock test respectively

Suffixes T, shows total part

1, 2, 3 on the above sketch.



Average shearing stress given specimen failed at $\tau = 51 \text{ kg/cm}^2$

てのもので、広く一般化した結

論ではないが、以下順記する。

(1) 現場の岩盤の平均的なせん断強度は岩石試験片のそれの3~11%しかないが、真にせん断応力に抵抗する有効面積が推定できると70%前後の近似度で強度推定ができた(表-1)。

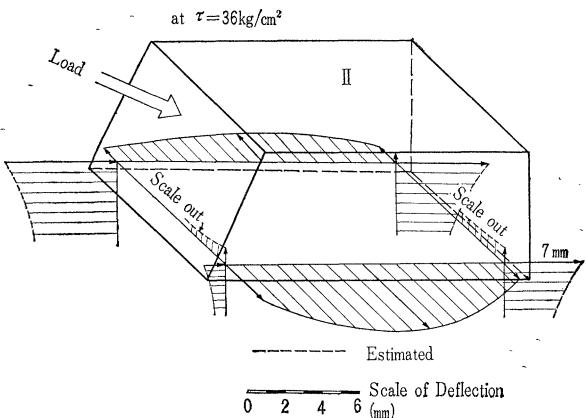
(2) 岩盤に3回のくり返し荷重を与えた後少なくも8%の強度低下を生じた。また衆知のVogt式から計算したせん断変位による岩盤弾性係数は慣用のジャッキ試験のその約1/10であった(表-2)。

(3) ひずみの変化は場所

表-3 Trial Calculation of Rock Resistance using Data from Rock Core Tests.

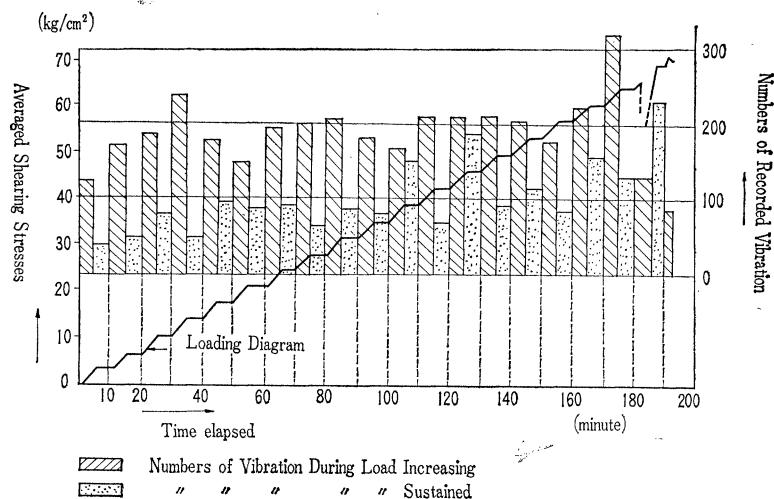
Items	Specimens			
	I	II	III	IV
Total base Area (m ²)	2.52	2.24	2.07	2.22
Estimated shear off Area	0.14	0.53	0.56	0.62
Estimated slip off Area	1.55	1.28	0.97	1.08
Other Area Ambiguous	0.83	0.43	0.52	0.26
Angle (°) bet. load & F. Plane(-)	20	30	23	10
Actual load (t)	230	1500	1130	180
Calculated shear off load (t)	360	1790	1750	2760
Ratio (%) actual/calculated	63	84	65	6.5

図-3 Displacements of Specimen, No. II.



的、時間的にみて必ずしも位置や与えた荷重に比例せずひびわれにより複雑に変わり、またひずみエネルギーは平均的破壊強度の約1/3付近まで一體の弾性体の実験値に近似するが、以後は与えた荷重に比例しなくなり、約1/2付近からはむしろ減少を始め、他に消耗されて、局部的の破壊の発生を示す。エネルギーは載荷側1/3に大部

図-4 Vibration of Rock Specimen, No. II.



が蓄積し、反対側 1/3 はほとんどそれがなかった（図一
2）。

(4) 供試体諸点の3成分変位測定によれば、四方に膨れ出し見かけの容積を増し、局部的破壊の発生を示している(図-3)。

(5) 岩盤の破壊と振動音の発生が関係ある所とすれば、振動の発生は載荷の直後より破壊まではほぼ一様な頻度で生じ、一体の弾性体の振動音の発生と分布が違う。また荷重増加がない時でも、増加時の約 $1/2$ ～ $1/3$ の頻度で振動音を発して破壊が進行することを示し、岩盤の安全率の考えに研究課題を残している(図-4)。

(1964.9.5・受付)

〔正会員 工博 電力中央研究所技術研究所〕

箱桁の弾性座屈について

米沢 博・三上市蔵

1. まえがき

箱桁構造は上フランジを形成する鋼床板、補剛材を有する両側の腹板および下フランジなどが一体となって箱断面を構成している。したがって腹板あるいは鋼床板の部分の等厚薄板としての局部座屈より、箱断面全体としての座屈、腹板と鋼床板の連生座屈あるいは補剛材を含めた腹板やリブを含めた鋼床板の単独座屈などが桁としての耐荷力に決定的な影響を与えると考えられる。ここでは上フランジおよび腹板を板剛度の異なる直交異方性矩形板と見なし、鋼床板と腹板が全体として弾性座屈する場合について理論的解析を行なった。

2. 直交異方性板の方程式の解

箱桁が図-1に示すように隔板の間隔 l の間で純曲げを受ける場合を考える。下フランジは引張力のみを受けているから座屈せず、腹板および鋼床板が同時に座屈した場合のそれぞれのたわみ曲面の微分方程式はつぎのようになる。

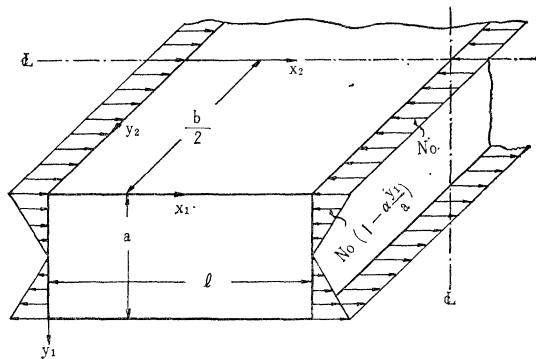
$$D_{x_1} \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + 2H_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial y_1^2} + D_{y_1} \frac{\partial^4 w}{\partial y_1^4} + N_0 \left(1 - \alpha \frac{y_1}{a}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$D_{x_2} \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} + 2 H_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^2 \partial y_2^2} + D_{y_2} \frac{\partial^4 w}{\partial y_2^4} + N_0 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} = 0$$

..... (2)

式(1), (2)を境界条件および連続条件を満足するよう
に解いて座屈荷重 N_0 が決定される。ここでは厳密解およ
び Galerkin 法による近似解を誘導し、Galerkin 法
による近似度が実用上十分よいことを確かめた。近似解
法によると座屈荷重はつきの方程式で与えられる。

图—1



$$12\,096 + 10\,K_m - 576\,\kappa_1\sqrt{K_m} + (7\alpha - 10)\mu_m \\ + (24\,192 + 35\,K_m - 2\,160\,\kappa_1\sqrt{K_m})E \\ + (24\,\alpha - 35)\,\mu_m E = 0 \quad (3)$$

$$\text{ただし } \varepsilon_1 \equiv H_1/\sqrt{D_{\text{up}} D_{\text{down}}} \quad \varepsilon_2 \equiv H_2/\sqrt{D_{\text{up}} D_{\text{down}}} \quad K_{\text{up}} \equiv$$

$$m^4 \pi^4 g^4 D_{\mu\nu} / k^4 D_{\mu\nu} - g_{\mu\nu} \equiv m^2 \pi^2 g^4 N_c / k^2 D_{\mu\nu}$$

$$k_{1,2} = \frac{m\pi}{l} \sqrt{\lambda \left((\kappa_2^2 - 1) \frac{D_x x_2}{l^2} + \frac{N_1 l^2}{\kappa_2^2 D_x} \right) + k_0 \lambda \sqrt{\frac{D_x x_2}{l^2}}}$$

である

3. 座屈荷重に関する諸考案

式(3)を用いて種々の場合について座屈荷重を計算し、箱断面の高さと幅の比、腹板あるいは鋼床板部分の縦横比、それぞれの κ の値、腹板の鉛直あるいは水平補剛材の剛度、鋼床板の縦リブおよび横リブの剛度などと座屈荷重との関係を明らかにした。一例として $\alpha=2$, $\kappa_1=\kappa_2=0.3$, $D_{y1}/D_{x1}=2$, $D_{y2}/D_{x2}=3$, $D_{y2}/D_{y1}=20$, $a=b$ の場合について l/a と $k=N_0a^2/\pi^2 D_{y1}$ の関係を

四二

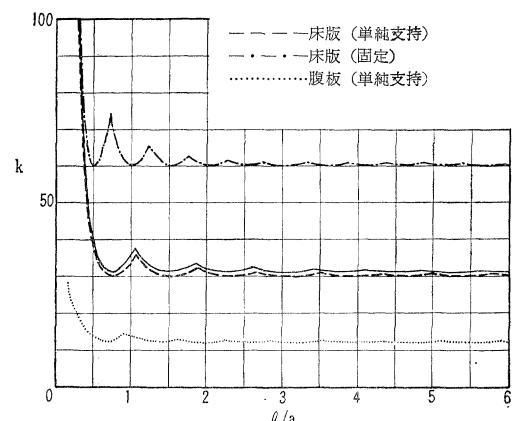
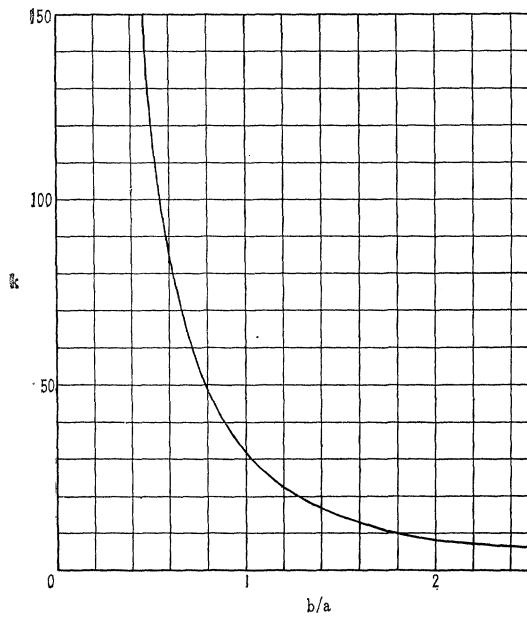


図-3 箱断面の縦横比と座屈荷重



計算した結果を図-2に示す。図には鋼床板あるいは腹板が単独で座屈する場合を参考のため併記しておいた。さらに種々の a/b の値に対し同様の計算を行ない、 a/b と k の最小値の関係を求めると図-3 のようになる。

4. むすび

3. で計算結果に対する考察を行なったがその結果をまとめるとつぎのようである。

(1) 座屈荷重は α に対しほぼ直線的に変化し、かつ α の影響が大である。

(2) 箱断面の高さ a と幅 b の比は座屈荷重に大きく影響し、 a にくらべて b が大になるにしたがって座屈荷重は小さくなる。逆に a が b より大になると腹板のみの単独座屈を生じやすくなる。

(3) 腹板の水平補剛材の剛度は座屈荷重はほとんど影響しない。この点腹板が単独で座屈する場合と大いに異なる。

(4) 腹板の鉛直補剛材の剛度と座屈荷重はほぼ直線的関係にあり、水平補剛材より座屈荷重に大きく影響するが、腹板が単独で座屈する場合に比べて影響は少ない。

(5) 鋼床板の縦リブ、横リブの剛度と座屈荷重との関係もほぼ直線的である。腹板と鋼床板の連生座屈には鋼床板が決定的な影響を与える、また縦リブ剛度の影響が横リブ剛度より大きい。

(1964.11.16・受付)

[米沢：正会員 工博 京都大学教授 工業教員養成所]
[三上：正会員 京都大学助手 工業教員養成所]

だ円形水中橋脚に働く地震力とその弾性振動

(水中構造物の耐震設計に関する研究)

小坪清真

本論文は、だ円形断面をもつ水中橋脚に働く地震動水圧あるいは弾性振動をなす場合の動水圧を、だ円筒座標を用いて理論的に解析して数値計算を行ない、その計算結果を整理して、種々な断面をもつ橋脚に働く地震動水圧を与える簡単な近似式を提案したもので、橋脚の自由振動および地震による強制振動の厳密解にもとづく計算結果に、近似式を用いた場合の計算結果を比較し、近似式を用いても十分な精度の結果が得られることを示した。なお、最後に模型実験により、理論値を検証した。

1. だ円形水中橋脚の剛振動による動水圧

図-1 に示すように、水深 h の水中に直立する長さ L 、長軸 d_1 、短軸 d_2 のだ円形橋脚が短軸方向に剛振動 ($\alpha g/\omega^2$) $\sin \omega t$ をなす場合の動水圧 σ は、だ円筒座標 (ξ, η, z) を用いて、つぎの微分方程式

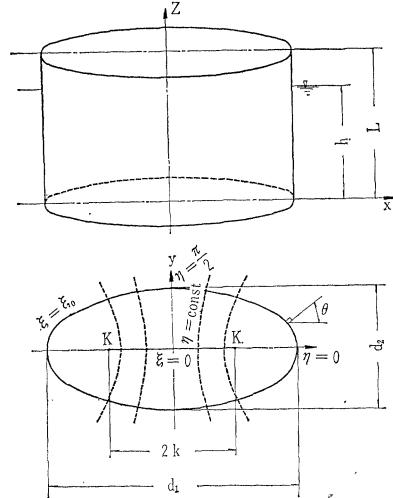
$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \eta^2} - \frac{w_0}{g E_v} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

を境界条件

- (i) $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z}\right)_{z=0} = 0 \quad (\text{ii}) \quad (\sigma)_{z=k} = 0$
- (iii) $(\sigma)_{\eta=0} = 0 \quad (\text{iv}) \quad \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \eta}\right)_{\eta=\pi/2} = 0$
- (v) $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi}\right)_{\xi=\xi_0} = \alpha w_0 \frac{d_1}{2} \sin \eta \sin \omega t$
- (vi) $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi}\right)_{\xi=\xi_1} = 0$

によって解けば求められる。ここに、 w_0 は水の単位体

図-1 だ円筒座標



積重量、 E_v は水の体積弾性率、 g は重力の加速度、 t は時間、 ξ_0 は橋脚表面の座標値、 ξ_1 は池の外側境界の座標値で、 $2k$ をだ円の 2 焦点間距離とするとき、

$$l^2 = \frac{k^2}{2} (\cosh 2\xi - \cos 2\eta)$$

である。

式(1)より σ を求め、橋脚の高さ方向単位長さ当たりに働く動水圧 P を求めると、つぎの形で与えられる。

$$\begin{aligned} P &= \alpha w_0 \frac{\pi}{4} d_1^2 F & \dots (2) \\ F &= \sum_{m=0}^{S=1} \frac{4(-1)^m S_1(\xi_0, q'm) \{B_1^{(1)}\} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{(2m+1) \pi S_1'(\xi_0, q'm) \left\{ \sum_{r=0}^{\infty} (B_{2r+1}^{(1)})^2 \right\}} \\ &+ \sum_{m=S}^{\infty} \frac{4(-1)^m S_1(\xi_0, -q_m) \{A_1^{(1)}\} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{(2m+1) \pi S_1'(\xi_0, -q_m) \left\{ \sum_{r=0}^{\infty} (A_{2r+1}^{(1)})^2 \right\}} \end{aligned} \quad \dots (3)$$

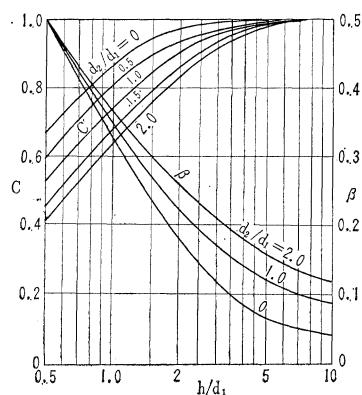
ここに、 $q'm' = (c^2 - \lambda_m^2) k^2 / 4$ 、($c^2 > \lambda_m^2$ の場合)、 $q_m = (\lambda_m^2 - c^2) k^2 / 4$ 、($\lambda_m^2 > c^2$ の場合)、 $c^2 = w_0 \omega^2 / g E_v$ 、 $\lambda_m = (2m+1)\pi/2h$ で、 $S_1(\xi_0, q'm')$ 、 $S_1(\xi_0, -q_m)$ は Modified Mathieu Function、 $A_{2r+1}^{(1)}$ 、 $B_{2r+1}^{(1)}$ はそれらの係数である。

F は橋脚に付着すると考えられる水の重量と、橋脚の幅 d_1 を直径とする円柱の排除する水の重量との比を表わし、数値計算結果をまとめると、近似的に次式で示されることができた。

$$F = C \left(1 - \frac{z}{h} \right)^\beta \quad \dots (4)$$

ここに、 C および β はだ円の振動方向の厚さ d_2 とそれに直角方向の幅 d_1 との比 d_2/d_1 、水深 h と d_1 との比 h/d_1 の関数で図-2 に示される。式(4)を用いると、橋脚に働く地震時外力としての動水圧が容易に求められる。橋脚の水底より任意の高さ z_0 ($z_0 < h$) におけるせん断力 Q および曲げモーメント M が次式で簡単に求められる。

図-2 係数 C および β の値



$$Q = \int_{z_0}^h P dz = \alpha w_0 \frac{\pi}{4} d_1^2 h \frac{\left(1 - \frac{z_0}{h}\right)^{1+\beta}}{1+\beta} C \dots (5)$$

$$M = \int_{z_0}^h P(z-z_0) dz = \alpha w_0 \frac{\pi}{4} d_1^2 h^2 \frac{\left(1 - \frac{z_0}{h}\right)^{2+\beta}}{(1+\beta)(2+\beta)} C \dots (6)$$

2. だ円形水中橋脚の弹性振動

だ円形水中橋脚の弹性振動をだ円筒座標を用いて理論的に解析し、その数値計算結果から、動水圧の橋脚に与える効果が、次式に示すように橋脚の高さ方向単位長さ当たりの付加質量 W_a で表わされることがわかった。

$$W_a = w_0 \frac{\pi}{4} d_1^2 F \quad \dots (7)$$

ここに、 F は式(4)と同じ定義をもち、図-2 より得られるが、図-2 を使用して C および β の値を求める場合、因数 h/d_1 の取り方に注意を要する。すなわち、第1次振動に対しては全水深 h をとって因数 h/d_1 の値を出せばよいが、第2次振動に対しては、振動の節の高さを $z=h_0$ とするとき、 $h>h_0$ の場合には因数 h/d_1 として、 $z>h_0$ の部分に対しては $(h-h_0)/d_1$ の値をとり、 $z<h_0$ の部分に対しては h_0/d_1 の値をとらねばならない。 $h < h_0$ の場合には水深 h をそのままとり、 h/d_1 の値を出せばよい。

上述の近似式を用いると、水中橋脚の動的取扱いがはなはだ容易となる。図-3 の実線および点線は、橋脚の単位長さ当たりの重量が wA で載荷重量 W がない場合、だ円形橋脚（下端固定）の水中における固有振動周期 T_w と、空中における固有振動周期 T_a との比を、著者の厳密解を用いて計算した結果を示したもので、●印および×印は、式(7)の付加質量を用いて近似計算を行なった結果を示したものである。図から明らかなように、近似式を用いても十分な精度の結果が得られることがわかる。

3. 模型実験

2 次元 ($h/d_1 = \infty$) の場合について、だ円形、小判型および長方形の各断面の模型橋脚の振動方向の厚さ d_2 とそれに直角方向の幅 d_1 との比 d_2/d_1 のいろいろの値に対して、水中と空中における固有振動数の変化から橋脚への付着質量を求め、それより係数 F の値を求めたところ、図-4 の結果が得られた。すなわち、 d_2/d_1 の値が大きい断面では、動水圧の理論値と実験値がよく一致するが、 d_2/d_1 の値が小さい断面では、実験値は理論値よりも大きくなる。

これらの理論値と実験値との相違の原因是、理論では水の粘性の影響を無視した点にあると考えられる。図-

図-3 固有周期の伸び ($d_2/d_1=0.5$, $w=0$)

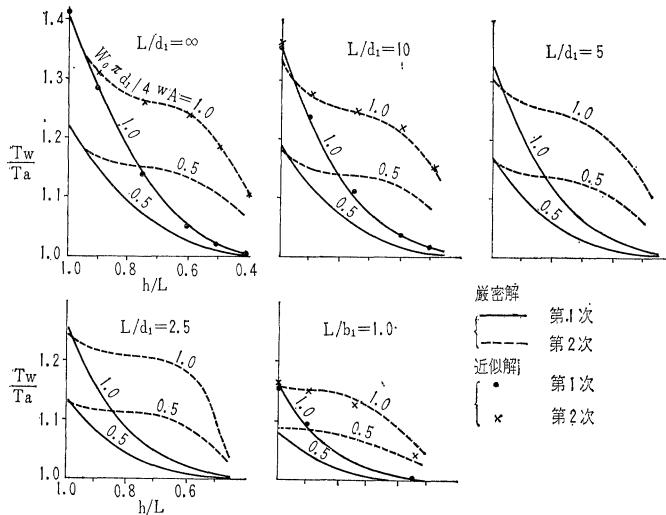
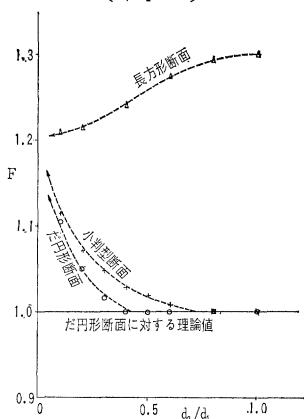


図-3 はだ円筒の短軸方向振動速度を1とした場合のだ円筒表面の切線方向流速分布の理論値を示したものであるが、 d_2/d_1 が小さいほど表面の流速が大きくなるので、実際には水の粘性抵抗のため、だ円筒表面の水は粘性を無視して得られた理論通りの流速を生ずることができず、したがって、理論で得られる付着質量より多くの水がだ円筒に付着することになるのであろう。

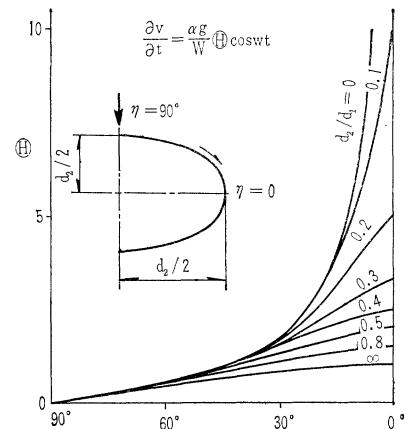
図-4 F の値実験値
($h/d_1=\infty$)



4. 実物橋脚に対する考察

しかばら、实物橋脚に対し F の値をどのようにとればよいのであろうか。この問題を解決するには、水の粘性を考慮した理論解を導くか、相似率を完全に満足する実験を行なうか、または、实物試験を行なわねばならないが、いずれも困難な問題をふくんでいる。しかし、著者の実験の範囲内では、振動振幅が小さいほど F の値は理論値に近づくようであった。したがって、橋脚の大

図-5 だ円筒表面の流速分布



きさに比し振動振幅の小さい实物橋脚では、 d_2/d_1 の値が小さい場合にも、水の粘性の影響は小さいものと考えられ、粘性を無視した理論値を使用しても大差はないものと推察されるが、さらに将来の研究に待つべきものが多い。

水の粘性および表面波が橋脚の振動減衰におよぼす効果については特に取り扱わなかったが、円柱におけると同様に、きわめて微小で無視できる程度のものであろうと推察される。

5. 結　び

本論はだ円形水中橋脚に対する定常解ならびに模型実験から得られた結果であるが、不規則な地震に対する応答を求め、えの耐震設計法を確立するには、動水圧の過渡現象を解明しなければならない。この点については今後引き続き研究を進めてゆく考えである。

(1965.1.5・受付)

[正会員 工博 九州大学助教授 工学部]

くり返し荷重による連続桁橋 のたわみ安定性について

福本勝士・吉田 博

橋梁構造物への塑性解析および塑性設計の適用に関する問題点の1つに、橋梁に弹性限度を越えたくり返し移動荷重が作用した場合の橋桁のたわみに関する安定性の問題がある。橋梁構造物の塑性設計の立場からは、設計荷重系を対象に、単純塑性理論による崩壊メカニズムをもとにして求めた崩壊荷重と変形硬化解荷重(Shake-down Load)および交番塑性荷重(Alternative Plasticity Load)との定量的な比較検討が望まれる。

本研究では、くり返し作用する荷重列のモデル化されたものとして、鋼道路橋設計示方書（昭和39年）に規定される1個の線荷重と等分布荷重よりなる L 荷重が2径間連続桁上をくり返し作用する場合の、(1)メカニズムによる崩壊荷重と安定したたわみ性状を与える変形硬化荷重との関係、および両荷重による桁のたわみおよび部材回転角をスパン長と死荷重をパラメーターとして求め、(2)メカニズムによる崩壊荷重と、漸増崩壊荷重(Incremental Collapse Load)による塑性ヒンジの発生位置の相違を比較検討した、また、(3)これらの解析結果を実橋の4例について比較した。

用いた条件および仮定

(1) 等断面等スパン2径間連続桁を解析の対象とする。

図-1

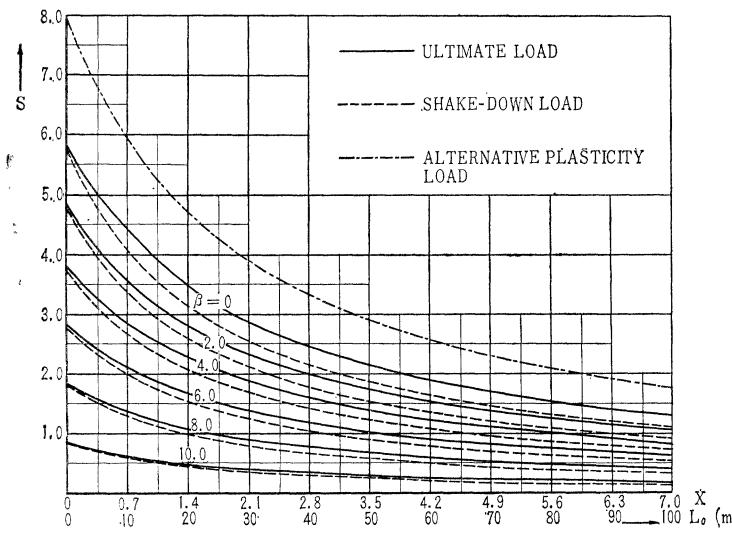
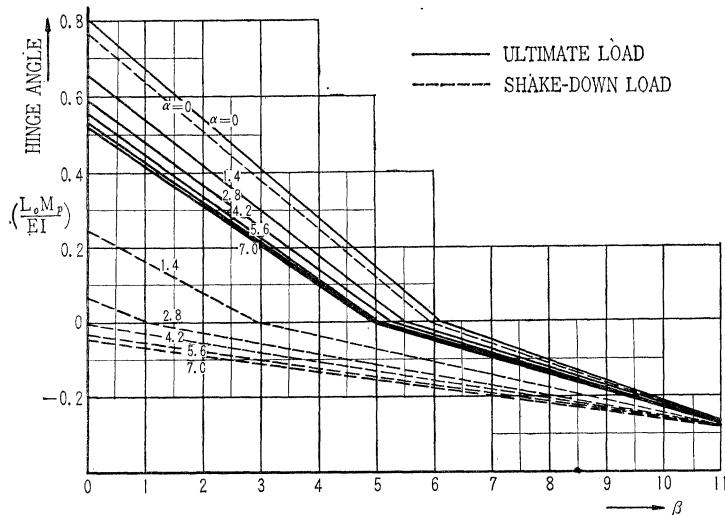


図-2



(2) 線荷重として単位幅員当たり M_p/L_0 の大きさの荷重が橋上を1個移動する。ここに、 M_p は桁の全塑性モーメント、 L_0 は1スパン長とする。

(3) 等分布活荷重として単位面積当たり $\alpha \cdot M_p/L_0^2$ の荷重が任意の長さにわたり載荷されるものとする。

(4) 等分布死荷重として単位面積当たり $\beta \cdot M_p/L_0^2$ の荷重が全スパンにわたり載荷されるものとする。

(5) 鋼材は理想弾塑性体とする。

(6) 桁は全塑性モーメント M_p まで達することができる。すなわち、いかなる形の座屈も塑性ヒンジ形成までは起こさず、また、せん断力による全塑性モーメントの低下は無視する。

本研究から以下のようなことが得られた。

(1) 図-1 は崩壊荷重、変形硬化荷重、交番荷重の値を α より β の関数として示したものである。この図で $\alpha=0$ 、 $\beta=0$ に相当する実線上の $S=5.828$ は線荷重のみが作用するときの、崩壊荷重 $P=5.828 M_p/L_0$ を示す。線荷重、等分布活荷重、等分布死荷重の任意の組合せ荷重およびスパン長についての崩壊荷重および変形硬化荷重を同図より求めることができる。なお、両荷重の比は死荷重の大きさ β にはほとんど無関係であり、活荷重の大きさ α のみの関数で示される。上記設計示方書の L20 荷重では $\alpha=0.07 L_0$ ($P=5 t/m$, $p=350 \text{ kg/m}^2$) であり、 $\alpha=7.0$ は $L_0=100 \text{ m}$ に相当する。

(2) 崩壊メカニズム時に生ずる塑性ヒンジの位置は等分布荷重の大きさに無関係に端支点より $(\sqrt{2}-1)L_0 = 0.414 L_0$ の点であるが、たわみ不安定により生ずる漸増塑性変形時に生ずる塑性ヒンジの位置は、活荷重および死荷重の大きさに作用される。すなわち、 $\alpha < 1$ では漸増塑性変形による塑性ヒンジの位置は $0.414 L_0$ 点よりも端支点側に移り、 $\alpha > 1$ では中央支点側に移っている。また、 β が大きくなるとともに、両者の位置は接近していく。

(3) 図-2 は崩壊荷重と変形硬化荷重による塑性ヒンジ点のたわみ量を α より β の関数として表わしたものである。図で実線で示した崩壊荷重に関する β の値がほぼ 6 より低い値

では、最終ヒンジが支点上に生じて崩壊メカニズムを形成し、6より高い範囲では、最終ヒンジが荷重作用点に生ずる。変形硬化荷重に関して同様のことがいえるが、いずれの場合も β の値によってかなり影響されている。

(1965.2.10・受付)

[福本：正会員 名古屋大学助教授 工学部]
[吉田：正会員 金沢大学助手 工学部]

クロソイド曲線の電子計算機による解法

上谷良吉・黒岩五郎・中村英夫

目的 クロソイド曲線を用いる線形設計には、労多い計算を必要とするが、この計算に電子計算機が広く用いられるようになって来ている。計算は通常、(1) 各曲線相互間の正しい関係を保つように曲線を接続する調整計算、(2) その調整結果にもとづく各測点の座標計算、(3) 中心線設置のための諸量の計算、等をふくむものである。これら各段階の計算のうちの解法が問題となるのは主として、(1) の調整計算の範囲に属するものである。

従来この調整計算として行なわれている方法は、まず平面図上において、クロソイド定規等を用いて、図解的にクロソイド パラメータ、円弧半径等の線形要素を求めたうえ、それら各要素の値を一定不変のものとして、クロソイド、円弧、直線等各区間がそれぞれ道路工学上必要な境界条件を満足するように、各曲線の位置を微少移動させて、接続させていることが多い。しかしながら、この方法では解決できぬ問題にも現実に数多くそうぐうする。すなわち各種の線形を制約する条件のため、これら、制約条件を満足するような円弧半径、クロソイドパラメーター等を、正確に求めねばならぬような場合である。この種の問題は制約条件の与えられ方も、きわめて多様であり、その各個の問題に対して、それぞれの計算プログラムの準備が必要であると同時に、その解法も簡単でない場合が多い。このような問題に対して、個々の場合を、独立変数の数と条件式の関連において、これを数種の類形に分類し、それれにおいて、定式化を試み、その効果的解法を示すことを目的とした。

定義 問題の数式的表現を明確にするために、クロソイド曲線上の任意の1点 P の座標を、

$$x = Rf(\tau) = 2R \left(\tau - \frac{3}{5} \frac{\tau^3}{3!} + \frac{5}{9} \frac{\tau^5}{5!} - \frac{7}{13} \frac{\tau^7}{7!} + \dots \right)$$

$$y = Rg(\tau) = 2R \left(\frac{2}{3} \frac{\tau^2}{2!} - \frac{4}{7} \frac{\tau^4}{4!} + \frac{6}{11} \frac{\tau^6}{6!} - \frac{8}{15} \frac{\tau^8}{8!} + \dots \right)$$

と表現し、これを三角関数の記法にならって、

$$x = 2R \sin \text{cl } \tau$$

$$y = 2R \cos \text{cl } \tau$$

と定義することにする。同様にクロソイドの曲率中心点 M の軌跡を、

$$x_m = R f_m(\tau) = R \left(\tau - \frac{1}{5} \frac{\tau^3}{3!} + \frac{1}{9} \frac{\tau^5}{5!} - \frac{1}{13} \frac{\tau^7}{7!} + \dots \right)$$

$$y_m = R g_m(\tau) = R \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\tau^2}{2!} - \frac{1}{7} \frac{\tau^4}{4!} + \frac{1}{11} \frac{\tau^6}{6!} - \dots \right)$$

と表わし、これをも、

$$x_m = R \sin \text{hb } \tau$$

$$y_m = R \cos \text{hb } \tau$$

と記すこととする。

このような記法および定義は、クロソイド曲線に関する解法を、三角関数と同様な処理によって行なう可能性を示さする。

解法 これらの定義にしたがう解法の最も簡単な例として、クロソイド始点、 $KA(X_A, Y_A)$ および任意の1点 $P(X, Y)$ を通るクロソイドに関する問題を示すことにする。そのときこれら2点の間には、

$$(X - X_A) \cos \phi + (Y - Y_A) \sin \phi = 2R \sin \text{cl } \tau$$

$$-(X - X_A) \sin \phi + (Y - Y_A) \cos \phi = 2R \cos \text{cl } \tau$$

なる関係が存在する。ただし、ここで ϕ は測地座標系 (X, Y) とクロソイド座標系 (x, y) のなす回転角である。

ここにおいて、独立な未知量は、7個、条件式は2個であるため、たとえば (X, Y) 、 (X_A, Y_A) 、 ϕ が与えられた場合、この問題は解き得る。この解を現実に求めるため、三角関数の場合と同様に、

$$\tan \text{cl } \tau = \frac{\cos \text{cl } \tau}{\sin \text{cl } \tau}$$

を定義し、この逆関数を、チエビシェフの補間法により、

$$\begin{aligned} \tau &= 2.999999616 \tan \text{cl } \tau - 0.7714221291 (\tan \text{cl } \tau)^3 \\ &\quad + 0.4732321515 (\tan \text{cl } \tau)^5 - 0.3227831681 (\tan \text{cl } \tau)^7 \\ &\quad + 0.1980137799 (\tan \text{cl } \tau)^9 \end{aligned}$$

ただし

$$|\tan \text{cl } \tau| \leq 0.340182285$$

$$|\tau| \leq 1.000000000$$

$$\text{精度: } 1.3 \times 10^{-9}$$

と求めた。かくして、この逆関数の計算により、 τ および R の値が簡単に得られる。

この例示した問題を基本として、さらに発展させるため、さらに新しい関数

$$\text{chord cl}^2 \tau = \sin \text{cl}^2 \tau + \cos \text{cl}^2 \tau$$

$$\cot \text{hb } \tau = \frac{\sin \text{hb } \tau}{\cos \text{hb } \tau}$$

$$\text{chord hb}^2 \tau = \sin \text{hb}^2 \tau + \cos \text{hb}^2 \tau$$

を定義し、これらの逆関数のチエビシェフ補間係数を求

めた。かくして、問題を独立変数中の与件と求件により分類し、そのそれぞれの解を得るに必要な逆関数を求め、解法を明らかにすることができた。この分類を以下に示しておくことにする。

(1) $KA(X_A, Y_A)$ と $P(X, Y)$ を通るクロソイドの解法

	与 件	求 件	必要な逆関数
1-1	$(X_A, Y_A), (X, Y), \theta_0$	τ, R	$\tan \text{cl } \tau$
1-2	$(X_A, Y_A), (X, Y), R$	τ, θ_0	$\text{chord cl } \tau$
1-3	$(X_A, Y_A), (X, Y), A$	τ, R, θ_0	$1/\tau \text{ chord cl}^2 \tau$
1-4	$A, R \text{ or } \tau_1 (X_A, Y_A) \text{ or } (X, Y)$	$(X, Y) \text{ or } (X_A, Y_A)$	—
1-5	$(X_\tau, Y_\tau), (X, Y), R, \theta_0$	$\tau, (X_A, Y_A)$	$\cos \text{cl } \tau$

(2) $KA(X_A, Y_A)$ と $M(X_m, Y_m)$ が与えられたクロソイドの解法

	与 件	求 件	必要な逆関数
2-1	$(X_A, Y_A), (X_M, Y_M), \theta_0$	R, τ	$\cot \text{hb } \tau$
2-2	$(X_A, Y_A), (X_M, Y_M), R$	τ, θ_0	$\text{cha hb } \tau$
2-3	$(Y_A, Y_A), (X_M, Y_M), A$	τ, R, θ	$\text{cha hb}^2 \tau / \tau$
2-4	$A, R \text{ or } \tau (X_M, Y_M)$	(X_A, Y_A)	—
2-5	$(X_\tau, Y_\tau), (X_M, Y_M), R$ or τ, θ_0	$(X_A, Y_A) \tau \text{ or } R$	$\cos \text{hb } \tau$

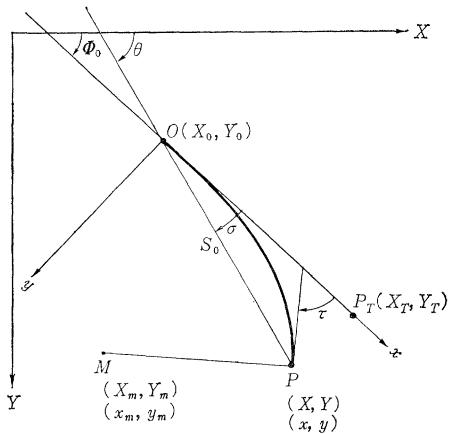
(3) 与えられた 2 点 $P_1(X_1, Y_1), P_2(X_2, Y_2)$ を通るクロソイドの解法

	与 件	求 件
3-1	$(X_A, Y_A), (X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$	$\theta_0, \phi_1, \phi_2, \tau_1, \tau_2, R_1, R_2$
3-2	$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), R_1, R_2$	$(X_A, Y_A), \theta_0, \phi_1, \phi_2, \tau_1, \tau_2$
3-3	$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \theta_0, A$	$(X_A, Y_A), \phi_1, \phi_2, \tau_1, \tau_2, R_1, R_2$
3-4	$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_\tau, Y_\tau), R_2$	$(X_A, Y_A), \phi_1, \phi_2, \tau_1, \tau_2, R_1, R_2$

(4) 2 つの円心 $M_1(X_{M1}, Y_{M1}) M_2(X_{M2}, Y_{M2})$ が与えられたクロソイドに関する解法

	与 件	求 件
4-1	$(X_A, Y_A), (X_{M1}, Y_{M1}), (X_{M2}, Y_{M2})$	$\tau_1, \tau_2, R_1, R_2, \theta_0$
4-2	$(X_{M1}, Y_{M1}), R_1, (X_{M2}, Y_{M2}), R_2$	$(X_A, Y_A), \tau_1, \tau_2, \theta_0$
4-3	$(X_{M1}, Y_{M1}), (X_{M2}, Y_{M2}), \theta_0, A$	$(X_A, Y_A), R_1, R_2, \tau_1, \tau_2$
4-4	$(X_{M1}, Y_{M1}), (X_{M2}, Y_{M2}), \theta_0, (X_\tau, Y_\tau)$	$(X_A, Y_A), R_1, R_2, \tau_1, \tau_2$

図-1



結び 本論文に述べた方法は、線形を制約する条件の式化を容易にし問題の設定と解法を明瞭にし得るものである。同時にまた、電子計算プログラムの整理と系統化に益すると考えるものである。 (1985.2.2・受付)

上谷：正会員 アジア航測KK	黒岩：正会員 同上
中村：正会員 東京大学生産所技術研究	

CIVIL ENGINEERING IN JAPAN 1985

標記の図書ができ上りましたのでご希望の方は土木学会へお申込み下さい。本図書には最近のわが国の土木工事が口絵写真で紹介してあるのをはじめ、地震工学の研究状況・日本の上下水道等の報告のほかに、土木賞・吉田賞受賞論文要旨をはじめ、土木学会論文集掲載論文の要旨が英文で記述しておりますので英文で報告書等を作成する上にも貴重な参考資料となることを確信し、ご一読下さるようおすすめいたします。

体裁：A4判 口絵 24 ページ 本文 138 ページ 定価：1200円(送料共) 外国：US 4\$

第2回国際水質汚濁研究会議報告書ご希望の方へ

昨年8月24~29日東京で開催された標記の会議の報告書が「東京大会報告」として、日本国内運営委員会編により土木学会より刊行されました。本書は会議の準備段階から閉会に至るまでのすべての事項をとりまとめたもので、なかでも本会議で発表された主論文48編とそれに関する討議をまとめた論文抄録は文献としてもきわめて価値の高いものと思います。本書ご希望の方には500円の実費でおわけ致しますので土木学会へお申込み下さい。

体裁：B5判 160ページ・本文8ボ2段・真珠アルトン紙使用、ビニールカバー付