

Reduction 法とそれによる振り剛性の のない格子桁の解法

熊 野 哲 幹*
成 岡 昌 夫**

要 旨 Reduction 法の概要を連続ばりを例にとつて述べ、ねじり剛性のない格子桁に対する応用を示したものである。

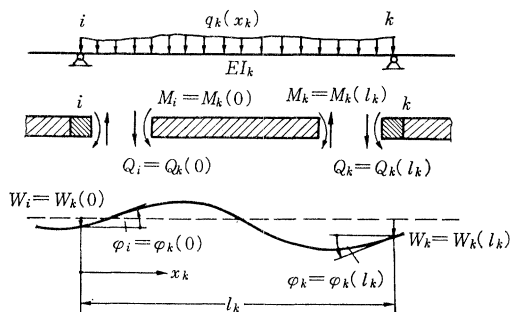
1. Reduction 法の概要

Reduction 法はここ数年の間とくに注目されるようになったもので、R. Kersten の著書の表題は Das Reduktionsverfahren der Baustatik-Verfahren der Übertragungsmatrizen となっており、E. Pestel and F. Luckie : Matrix Methods in Elastomechanics の内容は、普通の Matrix Analysis ではなく、Transfer Matrix Method を解説している。イギリスの University of Southampton の H. Tottenham 氏一派は、これを Matrix Progression Method と称し、同じ表題の著書を近刊するそうである。ドイツの計算センターでは、連続桁・格子桁の解析には、すべて Reduction 法を用いている。わが国ではこれを解説したもの、およびこの方法を応用した文献がないので、まず、これを連続ばりを例にとって説明しよう。

(1) Feldmatrix (Field Transfer Matrix, スパン伝達マトリックス)

図-1 は、任意に支持された連続ばりの一部として、

図-1 桁の要素 l_k の断面力、および変形の正の方向



スパン l_k を示したものである。断面 i と k とにおける変形(たわみ, たわみ角)と、断面力(曲げモーメント, せん断力)との関係を求めよう。はりの曲げ剛度 $EI_k =$ 一定とすれば、たわみ曲線に対する微分方程式 $\{EI_k \cdot w''_k(x_k)\}' = q_k(x_k)$ を積分してマトリックス表示を用いると、つぎのようになる。ただし、たわみ角, 曲げモーメントの符号の正負の規約は、われわれの用いるのと反対である。

$$\begin{pmatrix} w_k(l_k) \\ \varphi_k(l_k) \\ M_k(l_k) \\ Q_k(l_k) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - l_k^3/6 EI_k & l_k^2/2 EI_k & l_k^3/6 EI_k & w_{k0}(l_k) \\ 0 & 1 - l_k/2 EI_k & -l_k^2/2 EI_k & \varphi_{k0}(l_k) \\ 0 & 0 & 1 & M_{k0}(l_k) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_k(0) \\ \varphi_k(0) \\ M_k(0) \\ Q_k(0) \\ 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} Q_{k0}(x_k) &= \int_0^{x_k} q_k(\xi) d\xi, \\ M_{k0}(x_k) &= \int_0^{x_k} Q_{k0}(\xi) d\xi \\ \varphi_{k0}(x_k) &= - \int_0^{x_k} \frac{M_{k0}(\xi)}{EI_k} d\xi, \\ w_{k0}(x_k) &= - \int_0^{x_k} \varphi_{k0}(\xi) d\xi \\ (0 < \xi < x_k, 0 \leq x_k \leq l_k) \end{aligned}$$

これらの値は、荷重が与えられると容易に計算でき、表に与えられている。

式 (1) の行列を $y_k(l_k), y_k(0)$ とし、正方形行列を F_k とすれば、

$$y_k(l_k) = F_k \cdot y_k(0)$$

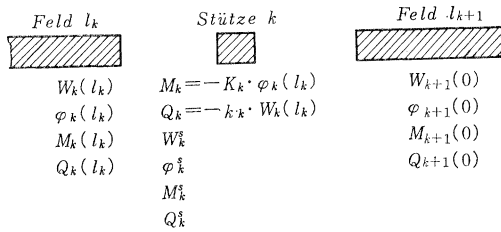
となる。ここで、正方形行列を Feldmatrix (Field Transfer Matrix) という。

(2) Punktmatrix (Point Transfer Matrix—支 承点伝達マトリックス)

図-2 において、支点 k に注目し、支点の回転、およ

* 正会員 三菱重工業KK 広島造船所 橋梁設計課
** 正会員 名古屋大学教授 工学部土木工学教室

図-2 Punktmatrix の導入に必要な力、および変形量



び沈下に対する抵抗係数を、それぞれ、 K_k, k_k とすれば、支点 k では、 $-K_k \cdot \varphi_k(l_k)$ と $-k_k \cdot w_k(l_k)$ の力の働き、なお、支点には右肩添字 s をもつ飛躍量が生ずるものとする。支点 k における変形・断面力の釣合条件をマトリックス表示すれば、つぎようになる。

$$\begin{pmatrix} w_{k+1}(0) \\ \phi_{k+1}(0) \\ M_{k+1}(0) \\ Q_{k+1}(0) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & w_k^s \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \varphi_k^s \\ 0 & -K_k & 1 & 0 & M_k^s \\ -k_k & 0 & 0 & 1 & Q_k^s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_k(l_k) \\ \varphi_k(l_k) \\ M_k(l_k) \\ Q_k(l_k) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただし、 $w_k^s, \varphi_k^s, M_k^s, Q_k^s$ は支点 k における飛躍量である。

式 (2) の正方行列を U_k とすれば、

$$y_{k+1}(0) = U_k \cdot y_k(l_k)$$

U_k を Punktmatrix (Point Transfer Matrix) という。

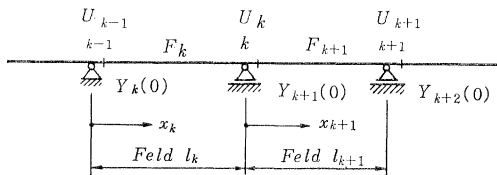
(3) 境界条件

式 (1) と式 (2) とから、次式が生まれる。

$$y_{k+1}(0) = U_k \cdot F_k \cdot y_k(0) \dots \dots \dots (3)$$

この式は、支点 $k-1$ の右側と支点 k の右側における、それぞれの変形と断面力との関係を表わしている (図-3 参照)。式 (3) をさらに展開してゆくと、ついに初期

図-3

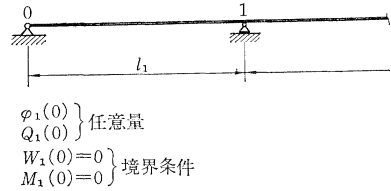


値行列 $y_1(0)$ と最右端行列 $y_n(l_n)$ との間、つぎの関係式が得られる。

$$y_n(l_n) = F_n \cdot U_{n-1} \cdot F_{n-1} \cdot \dots \cdot U_2 \cdot F_2 \cdot U_1 \cdot F_1 \cdot y_1(0) \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $y_1(0)$ は左端支点の境界条件によって決定される。通常用いられるヒンジ支点について示すと、図-4 のようである。 $\varphi_1(0), Q_1(0)$ は任意量であり、境界条件として、 $w_1(0)=0, M_1(0)=0$ が与えられる。これを式で表わせば、つぎようになる。

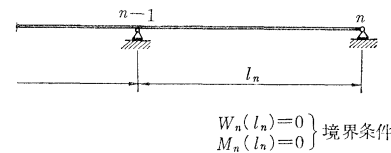
図-4 左端支点における境界条件



$$y_1(0) = \begin{pmatrix} w_1(0)=0 \\ \varphi_1(0) \\ M_1(0)=0 \\ Q_1(0) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \varphi_1(0) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Q_1(0) + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (5)$$

また、 $y_n(l_n)$ は右端の支持条件によって決定され、可動支点については、図-5 のようになる。

図-5 右端支点における境界条件



したがって、式 (4) に中間支点の条件、および右端支点の境界条件を適用すれば、飛躍量、および左端支点の任意量に対する連立方程式が得られる。これを解いて、その解を再び式 (4) に代入すれば、支点 k の左右の断面の断面力と変形量が同時に計算できる。

以上が連続ばりに対する Reduction 法の概要である。その特徴は、マトリックスの掛算を用いることにある。したがって、多元の連立一次方程式の解法、あるいは逆マトリックスの計算はすこしもない。

2. Reduction 法による格子桁の計算 (図-6 参照)

(1) 記号

- 主桁間隔: a , 横桁間隔: $l_N (N=1, 2, \dots, n+1)$
 - 主桁の曲げ剛性: $I_{M,N} (M=1, 2, \dots, m; N=1, 2, \dots, n)$
 - 横桁の曲げ剛性: $J_N (N=1, 2, \dots, n)$ (横桁ごと一定)
 - 荷重: $P_{M,N} (M=1, 2, \dots, m; N=1, 2, \dots, n)$
- 以上において、添字 M, N は位置を示す。

図-6 解析の対象とする格子桁

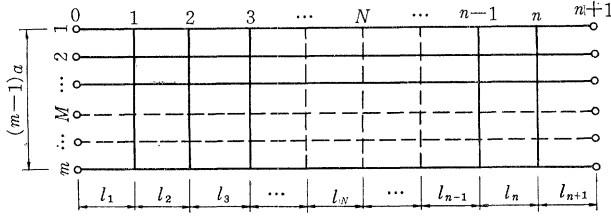
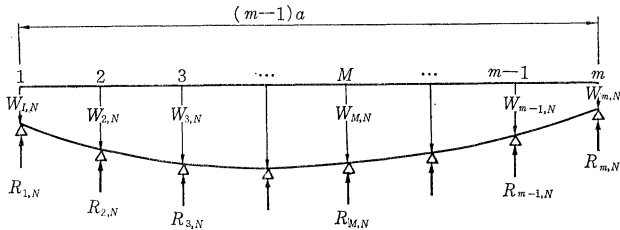


図-7 横桁の変形と格点力



ついで、無次元の量で計算するために、つぎのようにおく。

$$w = w^*(P_c l_c^3 / EI_c), \quad \varphi = \varphi^*(P_c l_c^2 / EI_c), \\ M = M^*(P_c l_c), \quad Q = Q^*(P_c), \quad R = R^*(P_c)$$

添字 c は任意の定数であることを示す。

(2) 主桁 m 本に対する横桁の Federmatrix (バネマトリックス)

図-7 は横桁 N を示す。この場合、横桁は弾性支点(主桁)上の連続ばりと考えられる。この連続ばりに3連モーメント定理を適用し、沈下量 $w_{M,N}$ と支点曲げモーメント $M_{M,N}$ との関係を表で示すと、つぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{2,N} \\ M_{3,N} \\ M_{4,N} \\ \vdots \\ M_{m-2,N} \\ M_{m-1,N} \end{pmatrix} = \frac{6EJ_N}{a^2} \begin{pmatrix} w_{1,N} \\ w_{2,N} \\ w_{3,N} \\ w_{4,N} \\ \vdots \\ w_{m-2,N} \\ w_{m-1,N} \\ w_{m,N} \end{pmatrix}$$

すなわち、

$$A \cdot \begin{pmatrix} M_{2,N} \\ \vdots \\ M_{m-1,N} \end{pmatrix} = \frac{6EJ_N}{a^2} \cdot B \cdot \begin{pmatrix} w_{1,N} \\ \vdots \\ w_{m,N} \end{pmatrix} \dots\dots(6)$$

また、支点曲げモーメント $M_{M,N}$ と反力 $R_{M,N}$ との関係はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} R_{1,N} \\ R_{2,N} \\ R_{3,N} \\ \vdots \\ R_{m-1,N} \\ R_{m,N} \end{pmatrix} = \frac{1}{a} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{2,N} \\ M_{3,N} \\ \vdots \\ M_{m-1,N} \end{pmatrix}$$

すなわち、

$$\begin{pmatrix} R_{1,N} \\ \vdots \\ R_{m,N} \end{pmatrix} = \frac{1}{a} \cdot C \cdot \begin{pmatrix} M_{2,N} \\ \vdots \\ M_{m-1,N} \end{pmatrix} \dots\dots(7)$$

式(6),(7)より、はりの沈下量 $w_{M,N}$ と反力 $R_{M,N}$ との関係はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} R_{1,N} \\ \vdots \\ R_{m,N} \end{pmatrix} = \frac{6EJ_N}{a^3} \cdot C \cdot A^{-1} \cdot B \cdot \begin{pmatrix} w_{1,N} \\ \vdots \\ w_{m,N} \end{pmatrix}$$

したがって、

$$\begin{pmatrix} R_{1,N}^* \\ \vdots \\ R_{m,N}^* \end{pmatrix} = 6 \cdot \frac{l_c^3}{a^3} \cdot \frac{J_N}{I_c} \cdot C \cdot A^{-1} \cdot B \cdot \begin{pmatrix} w_{1,N}^* \\ \vdots \\ w_{m,N}^* \end{pmatrix} \\ = 6 \cdot \frac{l_c^3}{a^3} \cdot \frac{J_N}{I_c} \cdot [d_{ij}] \cdot \begin{pmatrix} w_{1,N}^* \\ \vdots \\ w_{m,N}^* \end{pmatrix} \\ = 6 \cdot \frac{l_c^3}{a^3} \cdot \frac{J_N}{I_c} \cdot d_{ik} \cdot \begin{pmatrix} w_{m,N}^* \\ \vdots \\ w_{1,N}^* \end{pmatrix} = d_{ik}^{(N)} \cdot \begin{pmatrix} w_{m,N}^* \\ \vdots \\ w_{1,N}^* \end{pmatrix} \dots\dots(8)$$

ただし、 $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, m, k=m, m-1, \dots, 2, 1$ である。すなわち、 $[d_{ik}^{(N)}]$ が横桁の Federmatrix (バネマトリックス) である。 $R_{M,N}$ は、主桁に対しては格点における外力として作用するので、後に示すように、主桁の Punktmatrix の一部を構成することになる。いいかえると、式(2)における k_k の項に相当するものである。

(3) 左端支点の境界条件、および初期値

図-4および、式(5)を格子桁に対して考えるものとして、任意量として、

$\varphi_{1,1}^*(0), \varphi_{2,1}^*(0), \dots, \varphi_{m,1}^*(0)$, および, $Q_{1,1}^*(0), Q_{2,1}^*(0), \dots, Q_{m,1}^*(0)$ をとり, 境界条件として,
 $w_{1,1}^*(0) = w_{2,1}^*(0) = \dots = w_{m,1}^*(0) = 0$;
 $M_{1,1}^*(0) = M_{2,1}^*(0) = \dots = M_{m,1}^*(0) = 0$

とすれば, 式(5)は格子桁に対して, 式(9)のようになる。

$$\begin{pmatrix} w_{m,1}^*(0) \\ \cdot \\ w_{1,1}^*(0) \\ \phi_{m,1}^*(0) \\ \cdot \\ \phi_{1,1}^*(0) \\ M_{1,1}^*(0) \\ \cdot \\ M_{m,1}^*(0) \\ Q_{1,1}^*(0) \\ \cdot \\ Q_{m,1}^*(0) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \phi_{m,1}^*(0) \\ \cdot \\ \phi_{1,1}^*(0) \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ Q_{1,1}^*(0) \\ \cdot \\ Q_{m,1}^*(0) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ 1 \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \phi_{m,1}^*(0) + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \phi_{1,1}^*(0) + \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Q_{1,1}^*(0) + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Q_{m,1}^*(0) + \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 1 \dots \dots (9)$$

$$\begin{pmatrix} w_{m,N}^*(L_N) \\ - \\ w_{1,N}^*(L_N) \\ \varphi_{m,N}^*(L_N) \\ - \\ \varphi_{1,N}^*(L_N) \\ M_{1,N}^*(L_N) \\ - \\ M_{m,N}^*(L_N) \\ Q_{1,N}^*(L_N) \\ - \\ Q_{m,N}^*(L_N) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0 & -\frac{L_N}{l_C} & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & \frac{1}{2} \frac{L_N^2}{l_C^2} \frac{I_C}{I_{m,N}} & 0 & 0 & -0 & \frac{1}{6} \frac{L_N^3}{l_C^3} \frac{I_C}{I_{m,N}} & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & -0 & 1 & 0 & 0 & -0 & -\frac{L_N}{l_C} \frac{1}{2} \frac{L_N^2}{l_C^2} \frac{I_C}{I_{1,N}} & 0 & -0 & 0 & \frac{1}{6} \frac{L_N^3}{l_C^3} \frac{I_C}{I_{1,N}} & 0 & -0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0 & 0 & 1 & 0 & -0 & 0 & 0 & -0 & -\frac{L_N}{l_C} \frac{I_C}{I_{m,N}} & 0 & 0 & -0 & -\frac{1}{2} \frac{L_N^2}{l_C^2} \frac{I_C}{I_{m,N}} & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 1 & -\frac{L_N}{l_C} \frac{I_C}{I_{1,N}} & 0 & -0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \frac{L_N^2}{l_C^2} \frac{I_C}{I_{1,N}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 0 & 1 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L_N}{l_C} & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{L_N}{l_C} & 0 \\ 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{P_{1,N}}{P_C} \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{P_{m,N}}{P_C} \\ 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & -0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{m,N}^*(0) \\ - \\ w_{1,N}^*(0) \\ \varphi_{m,N}^*(0) \\ - \\ \varphi_{1,N}^*(0) \\ M_{1,N}^*(0) \\ - \\ M_{m,N}^*(0) \\ Q_{1,N}^*(0) \\ - \\ Q_{m,N}^*(0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

すなわち,

$$y_N^*(L_N) = F_N \cdot y_N^*(0) \dots \dots \dots (10)$$

となる。ただし, 外力荷重 $P_{M,N}/P_C$ は横桁 N のすぐ左にあるものとしたので, F_N の要素のうち荷重に関係する項のうち $W_{M,N,0}(L_N), \varphi_{M,N,0}(L_N), M_{M,N,0}(L_N)$ はすべて0となり, $Q_{M,N,0}(L_N) = P_{M,N}/P_C$ となって, F_N の要素の最後の列要素は上記のようになっている。

(5) 主桁格点の Punktmatrix

式(2)を格子桁に対して拡張すると, 式(a)のようになる。この場合, 支持条件により沈下に対する抵抗のみ生じ, 回転に対する抵抗, および飛躍量は生じない。

上式中, □内は, 式(8)に示す横桁の Federmatrix である。上式をつぎのように表す。

これらの初期値 $\varphi_{m,1}^*(0) \sim \varphi_{1,1}^*(0), Q_{1,1}^*(0) \sim Q_{m,1}^*(0)$ は, 右端支点の条件によって決定される。

(4) 主桁の Feldmatrix

式(1)を格子桁に対して拡張すれば, 下のようになる。

$$y_{N+1}^*(0) = U_N \cdot y_N(L_N) \dots \dots \dots (11)$$

(6) 計算過程

式(9)~(11)より, 次式が成立する。

$$y_{n+1}^*(L_{n+1}) = F_{n+1} \cdot U_n \cdot F_n \cdot U_{n-1} \cdot \dots \cdot F_2 \cdot U_1 \cdot F_1 \cdot y_1^*(0) \dots \dots \dots (12)$$

上式にしたがって, マトリックスの掛算を順次進めると右端に達し, 式(13)のようになる。

ただし, $I=1, 2, \dots, 4m+1; J=1, 2, \dots, 2m+1$ である。

いま, 右端支点での境界条件を単純支持とすれば, $w_{M,n+1}^*(L_{n+1})=0, M_{M,n+1}^*(L_{n+1})=0$ である。この条件を式(13)に適用すると, 初期値 $\varphi_{m,1}^*(0) \sim \varphi_{1,1}^*(0),$

$$\begin{pmatrix} w_{m,N+1}^*(0) \\ - \\ - \\ w_{1,N+1}^*(0) \\ \phi_{m,N+1}^*(0) \\ - \\ - \\ \phi_{1,N+1}^*(0) \\ M_{1,N+1}^*(0) \\ - \\ - \\ M_{m,N+1}^*(0) \\ Q_{1,N+1}^*(0) \\ - \\ - \\ Q_{m,N+1}^*(0) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & - & 0 & 1 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 1 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 1 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 1 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 1 & 0 & 0 & - & 0 & 0 \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 1 & 0 & - & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 1 \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{m,N}^*(l_N) \\ - \\ - \\ w_{1,N}^*(l_N) \\ \phi_{m,N}^*(l_N) \\ - \\ - \\ \phi_{1,N}^*(l_N) \\ M_{1,N}^*(l_N) \\ - \\ - \\ M_{m,N}^*(l_N) \\ Q_{1,N}^*(l_N) \\ - \\ - \\ Q_{m,N}^*(l_N) \\ 1 \end{pmatrix}$$

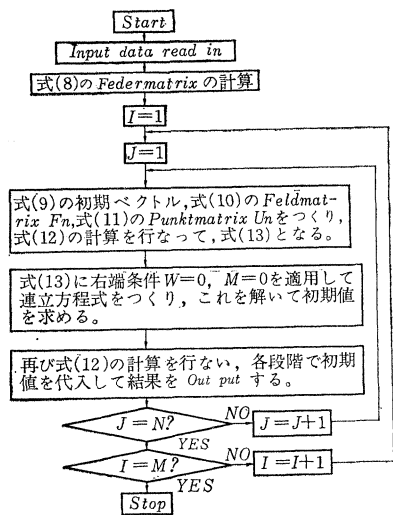
3. プログラムの概要

このプログラムは、若干の data を与えて、格子桁の格点の変位量、および、主桁・横桁の格点における断面力の影響面の計算を行なうものである。プログラムの概要を 図-8 の Flow Chart に示す。なお、このプログラムは IBM-7090 を対象として行なったものである。これによれば、主桁 15 本、横桁 14 本までの格子桁の計算ができる。Input Data はつぎのとおりである。

- ① 主桁本数、横桁本数+1
- ② 主桁および横桁の曲げ剛性 : $I_c/I_{M,N}, J_N/I_c$
- ③ 主桁および横桁の間隔 : $l_c/a, l_{M,N}/l_c$
- ④ 定数 $I_c(\text{cm}^4), l_c(\text{cm})$
- ⑤ ヤング係数 $E(\text{kg/cm}^2)$

.....(a) 図-8 Flow Chart

$$\begin{pmatrix} w_{m,n+1}^*(l_{n+1}) \\ \cdot \\ \cdot \\ w_{1,n+1}^*(l_{n+1}) \\ \phi_{m,n+1}^*(l_{n+1}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{1,n+1}^*(l_{n+1}) \\ M_{1,n+1}^*(l_{n+1}) \\ \cdot \\ \cdot \\ M_{m,n+1}^*(l_{n+1}) \\ Q_{1,n+1}^*(l_{n+1}) \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_{m,n+1}^*(l_{n+1}) \\ 1 \end{pmatrix} = [D_{I,J}] \begin{pmatrix} \phi_{m,1}^*(0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{1,1}^*(0) \\ Q_{1,1}^*(0) \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_{m,1}^*(0) \\ 1 \end{pmatrix} \dots\dots(13)$$



$Q_{1,1}^*(0) \sim Q_{m,1}^*(0)$ に対する $2m$ 元の連立一次方程式が生じ、この連立方程式を解いて初期値が求められる。つぎに、このようにして求められた初期値を、式(12)を計算する段階ですでに求められている $y_N^*(0), y_N^*(l_N)$ に代入すれば、すべての格点の左右の断面の断面力、および変形量が同時に決定される。主桁の変形量が決定されると、横桁の断面力は容易に求められる。これらの求められた変形量および断面力は、無次元の量であるから、これらをもとの元を有する量になおせばよい。

Input 様式はつぎのようである。
 Read Input Tape 5, 100, M, N
 100 FORMAT (2I3)
 READ INPUT TAPE 5,101, ((A(I,J), J=1,N), I=1,M)
 READ INPUT TAPE 5,101, ((B(I,J), J=1,N), I=1,M)
 READ INPUT TAPE 5,101, (C(K), K=1,N)
 101 FORMAT (11F7.3)

READ INPUT TAPE 5,102, D,E,F,EA
102 FORMAT (F 7.3, F 7.1, 2F11.1)

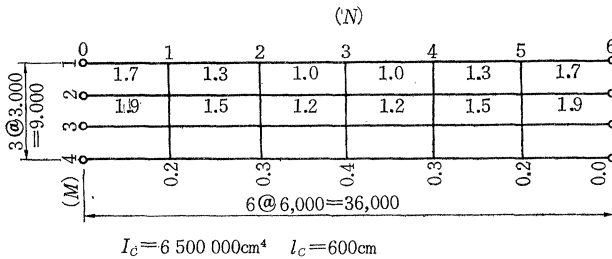
4. 計算例

計算例として使用した格子桁は、図-9 のとおりである。すなわち、4本主桁、5本横桁（格間数6）、主桁間

Input Data

4	6								
1.700	1.300	1.000	1.000	1.300	1.700	1.900	1.500	1.200	1.200
1.500	1.900	1.900	1.500	1.200	1.200	1.500	1.900	1.700	1.300
1.000	1.000	1.300	1.700						
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.000	1.000	1.000	1.000						
0.2000	0.300	0.400	0.300	0.2000	0.000				
2.000	6000.0	6500000.0	2100000.0						

図-9 計算の対象とした格子桁



4は主桁の本数、6は（横桁の本数+1）、すなわち格間である。1.7~1.7は外桁についての I/I_c である。つづく 1.9~1.9は内桁についてである。これらが外、内、内、外とくりかえされている。

さらに、つぎの 1.0、24個分は、外、内桁の格間長を l_c で除したもので、6.0/6.0=1.0である。これらは $6 \times 4 = 24$ である。

0.200~0.400~0.200は、横桁についての J/I_c である。最後の0は右支点上で横桁がないことを意味する。

最後の行の 2.000は $l_c (=6.0\text{ m}) / \text{主桁間隔}(3.0\text{ m}) = 2.0$ を意味する。つぎの 600は l_c 、6500000 $\text{cm}^2 = I_c$ 、最後の 2100000.0はヤング係数 (kg/cm^2) である。

計算はすべての格点（合計 20）に単位集中荷重が作用する場合について行なった。格点 (2.2) に集中荷重 1 kg が作用した場合の計算結果のうち、横桁 3 のすぐ左側の断面の値を一例として示すと下の数値欄上段のようにな

	DF	BM	SF	FBM
2 2 3L				3
1	0.286156 E -04	-0.269123 E 03	0.644601 E -01	0.
2	0.220408 E -04	-0.142277 E 03	0.191675 E -00	-0.285707 E 02
3	0.151025 E -04	-0.108160 E 03	0.898925 E -01	-0.180538 E 02
4	0.788726 E -05	-0.804033 E 02	-0.126722 E -01	0.

隔 3 m、横桁間隔 6 m である。また、外桁の格間 (2,3), (3,4) における断面 2 次モーメントを標準の I_c にとった場合の I_c/I の値を図に記入してある。また、横桁の断面 2 次モーメントについては、 I_c を標準にとって、 I_N/I_c の値を図に記入してある。したがって、Input Data は、図-9 の値を Input 様式によって記入すればよい。

る。

DF, BM, SF, FBM は主桁のたわみ、曲げモーメント、せん断力、および横桁の曲げモーメントを意味する。単位は、それぞれ cm, kg, cm, kg, kg, cm である。

この計算値から断面 3 L における曲げモーメントは、269.123, 142.277, 108.160, 80.403 で、合計 599.963 ≈ 600 kg \cdot cm ($= (1/3) \times 1800 = 600$) となって、誤差はそう大きくないので、

許容しうる。

また、さらにべつの方面から精度を検証しよう。荷重 (2.2) における 3L の値を、荷重 (3.4) における 3R の値と比較しよう。これを Output の中から抜き出すと下の数値欄下段のようである。

これによると、小数点以下 4 桁までは一致しているので、精度は十分であろう。

この計算例では、一つの荷重状態について、 17×17 の正方 matrix の掛算が 11 回、8 元の連立一次方程式の解法が 1 回演算されている。20 個の荷重状態についてのすべての演算時間は、Output の印刷を入れ約 4 分であった。

5. おわりに

上記の計算式では、格点間に荷重の載った場合の格点間の断面の変形量、断面力の求めかたについては述べ

	D F	B M	S F	F B M
3 4 3 R				3
1	0.789347 E -05	-0.804518 E 02	0.127025 E -01	0.
2	0.151040 E -04	-0.108168 E 03	-0.898794 E -01	-0.180556 E 02
3	0.220376 E -04	-0.142261 E 03	-0.191655 E -00	-0.285695 E 02
4	0.286077 E -04	-0.269060 E 03	-0.644683 E -01	0.

なかった。この場合には、それぞれの位置に仮想の横桁を考え、Input Dataにおいて、その仮想の横桁について $J=0$ として、Feldmatrix, Punktmatrix をつくり、計算を進める。

また、横桁と主桁とが直交してさえおれば、支承線は斜めであっても計算できる。すなわち、図-6における l_i を $l_{i,M}$, l_{n+1} を $l_{n+1,M}$ として、Input Data に入れるとよい。図-10の直格子斜桁橋の場合の Input Data は、つぎのようである。

Input Data

5 5										
1.700	1.400	1.100	1.400	1.700	1.900	1.600	1.200	1.600	1.900	1.900
1.600	1.200	1.600	1.900	1.800	1.500	1.100	1.500	1.800	1.600	1.300
1.000	1.300	1.600								
1.333	1.000	1.167	0.833	0.333	1.167	1.000	1.167	0.833	0.667	1.000
1.000	1.167	0.833	1.000	0.833	1.000	1.167	0.833	1.333	0.667	1.000
1.167	0.833	1.167								
0.200	0.300	0.300	0.200	0.000						
2.000	600.0	500000.0	210000.0							

Reduction 法による格子桁の計算法の特徴は、つぎのようである。

- ① 主桁の断面 2 次モーメント I は、格間で一定でありさえすれば、格間ごとに、また、桁ごとによってもよい。
- ② I が格間の途中で変化する場合には、その位置に仮想の横桁を考慮すればよい。
- ③ 横桁の断面 2 次モーメント J は、横桁ごとによってもよい。
- ④ 連続格子桁の場合は、中間支点に対する Punktmatrix を、式 (2) の $k, K=0, w_k^s = \varphi_k^s = M_k^s = 0$ とおき、支点反力として Q_k^s のみを考慮してつくればよい

ろしい。

本報告は、Reduction 法の単なる紹介と計算法の記述、IBM 7090 による計算結果の一部の解説にすぎない。諸外国でこの方法が注目されている現状にかんがみ、参考になり、勉強する気運をおこすところがあれば幸である。

この方面の勉強には、上記 R. Kernsten の著書のほかに、Der Forschungsgesellschaft für das Strassenwesen, e.V., Köln 発行の Informationen über elektronisches Rechnen im Strassenwesen, Heft 2, 4 (土木学会誌, 49.12(昭 39.12), p. 106 参照)が参考となる。

(1965.3.1・受付)

CIVIL ENGINEERING IN JAPAN 1965

標記の図書ができ上りましたのでご希望の方は土木学会へお申込み下さい。本図書には最近のわが国の土木工事が口絵写真で紹介してあるのをはじめ、地震工学の研究状況・日本の上下水道等の報告のほかに、土木賞・吉田賞受賞論文要旨をはじめ、土木学会論文集掲載論文の要旨が英文で記述してありますので英文で報告書等を作成する上にも貴重な参考資料となることを確信し、ご一読下さるようおすすめいたします。

体裁: A4判 口絵 24 ページ 本文 138 ページ
 定価: 1200 円 (送料共) 外国: US 4 \$