

曲線箱桁橋における横桁断面力の修正実用計算式

小松 定夫*・玉田 博一**
 三瀬 純***・菅谷 昭****
 安井 三雄****

1. まえがき

日本道路公団において計画建設した、名神高速道路・西宮インターチェンジの主要部分に、5橋の連続曲線箱桁橋が採用され、昭和39年8月に完成した。これらの設計には、文献^{1),2),3),4)}に示した一連の薄肉曲線桁の理論を用い、この理論の合理性と、橋の安全性を確認するために、模型実験と実橋の仮組時における載荷試験を行った。ほとんどの点において、前記理論の合理性を確認しうる結果を得たが、横桁の応力に関しては、横桁断面力の実用計算式⁵⁾によって計算すると、主桁と横桁の取付格点上に載荷した場合は、実験値とよく合っている。しかし、横桁上に直接載荷した場合には、横桁の変形を考慮した修正計算を行なう必要があると思われる結果となった。

2. 誤りの原因

図-2に示すグラフは図-1の2径間連続曲線箱桁の載荷試験において、格点番号6に集中荷重を載荷したとき、その位置の横桁に生じた曲げ応力である。

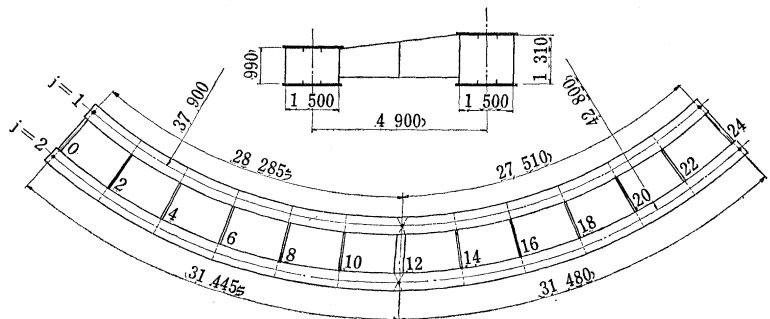
このグラフよりあきらかなように、横桁に直接載荷された場合のその横桁の応力において、計算値と測定値にいちじるしい

差がある。そこで、なぜこのような誤りが生じたかを考えてみよう。

- ① 前記の実用計算式の基本的条件である、全橋断面形不変の仮定が、横桁に直接載荷された荷重に対する、その横桁の曲げモーメントのような、局所的な問題を取りあつかう場合には成立しないこと。
- ② ①の条件が成立するためには、横桁の曲げ剛性にくらべて、主桁のねじり剛性を無視できることが必要である。すなわち、本橋のような箱桁橋では、当然主桁のねじり剛性が大きく、この条件には適合しない。

そこで、これを解決するためには、箱桁と横桁とからなる格子構造として計算すればよいわけであるが、これは、不静定次数が非常に高い複雑な計算となり、曲線箱桁橋の実用計算式を用いた意味がまったくなくなってしまふ。そこで、荷重を横桁に直接載荷されない荷重(格点荷重)に置きかえて、全体のつり合いから生ずる断面

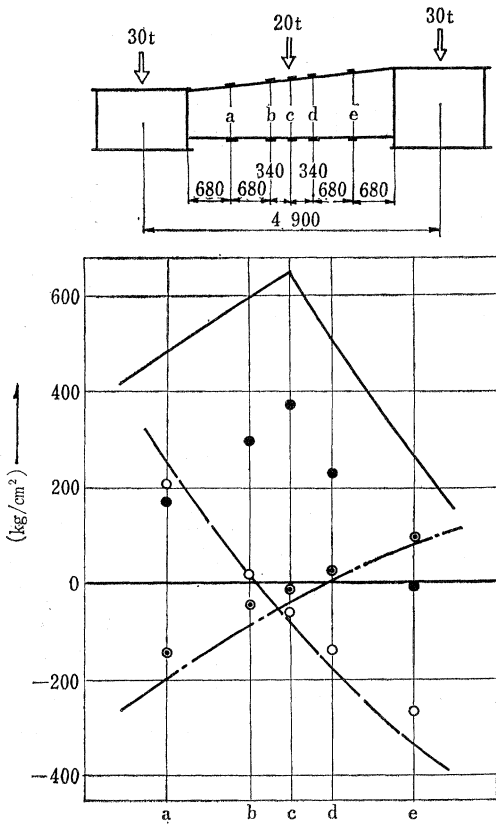
図-1



力を求め、荷重の置きかえにともなう断面力、すなわち横桁のみをとり出した局所的な断面力を、これに重ね合わせることにより、横桁断面力の実用計算式を求めうるのではなかろうか。

* 正会員 工博 大阪市立大学助教授 土木工学科
 ** 正会員 日本道路公団 大阪工事事務所 所長
 *** 正会員 日本道路公団 副参事
 **** 正会員 松尾橋梁KK

図-2



	測定値	計算値
横桁中央 20t	●	——
内 桁 30t	○	- - - -
外 桁 30t	⊙	— · — ·

3. 修正実用計算式の誘導

(1) 記号

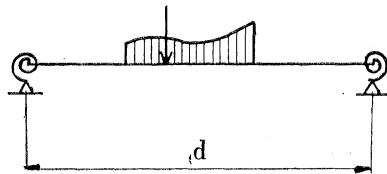
- M : 一般に曲げモーメントを表わす
- \bar{M} : 桁全体のつり合いから生じる横桁の曲げモーメント
- m : 横桁に作用する局所的な曲げモーメント
- Q : 一般にせん断力を表わす
- q : 横桁に作用する局所的なせん断力
- \bar{V} : 桁全体のつり合いから生じる横桁のせん断力
- T : 一般にねじりモーメントを表わす
- GJ : ねじり剛性 (サフィックスのないものは、全橋断面についての値を表わす)
- EI_f : 横桁の曲げ剛性

- P : 集中荷重
- l : 主桁支間 (曲線桁の場合は $=R\phi$)
- d : 横桁支間 (主桁重心間隔) $=R_2 - R_1$
- θ : ねじり角
- β : 横桁端のたわみ角
- R : 重心位置の半径
- R_0 : せん断中心位置の半径
- \bar{R} : 横桁の集中荷重載荷点の半径
- r : 横桁の着目点の半径
- ϕ : 桁の中心角
- φ : 着目点の中心角
- ψ : 横桁間をはさむ中心角の半分
- C : たわみ角式の荷重項
- K : 断面力計算のための係数, $K = \frac{EI_f R \phi}{GJ(R_2 - R_1)}$
- o : 単純桁としての断面力であることを示す
- j : 全橋断面内の位置を示し, 1は内桁, 2は外桁
- r : 横桁の着目点を表わす
- m : 橋軸方向の位置を表わす格点番号

(2) 横桁の局所的な断面力

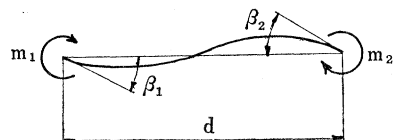
横桁のみを取り出した局所的な断面力は、図-3 に示すように、両端の回転をバネにより拘束された単純桁と考えることができる。このバネは、主に主桁のねじり剛性に由来するものであり、バネ係数を算出するにあたって、つぎに示す仮定をおく。

図-3



- ① 主桁の曲率の影響は小さいものと考えられるのでこれを無視する。
 - ② 着目する横桁は支間中央にあるものとし、その他の横桁は存在しないものとして無視する。この仮定は、横桁の正のモーメントに対しては安全側である。
 - ③ 桁が連続桁であっても、その連続性は無視する。
 - ④ 主桁の曲げねじり剛性は無視する。
 - ⑤ 主桁のたわみ差の影響は無視する。
- そこで、横桁の支間(主桁重心間) d なる、図-4 に示

図-4



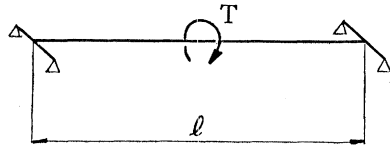
すような桁を考えると、 $m_1, m_2, \beta_1, \beta_2$, および外力の間には、つぎの関係式が成り立つ⁶⁾。

$$m_1 = \frac{2EI_f}{d}(2\beta_1 + \beta_2) + C_1 \dots\dots\dots(1)$$

$$m_2 = \frac{2EI_f}{d}(2\beta_2 + \beta_1) + C_2 \dots\dots\dots(2)$$

つぎに、図-5 に示すように、支間 l なる桁の中央に集中トルク T_j が作用したとき、同じ点のねじり角 θ は次式で与えられる⁷⁾。

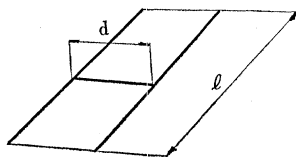
図-5



$$\theta = \frac{l_j}{4GJ_j} T_j \dots\dots\dots(3)$$

図-4 の横桁が、図-5 に示すような主桁の中央に剛結された構造を考える。

図-6



m_j と、これにより主桁に働くトルク T_j は、逆向で相等しく、

$$m_j = -T_j \dots\dots\dots(4)$$

また、 β_j は θ_j に等しいので、

$$\beta_j = \theta_j = -\frac{l_j}{4GJ_j} m_j \dots\dots\dots(5)$$

式 (5) を式 (1), (2) に代入して、

$$m_1 = -\frac{2EI_f}{d} \left(\frac{l_1}{2GJ_1} m_1 + \frac{l_2}{4GJ_2} m_2 \right) + C_1 \dots\dots(6)$$

$$m_2 = -\frac{2EI_f}{d} \left(\frac{l_2}{2GJ_2} m_2 + \frac{l_1}{4GJ_1} m_1 \right) + C_2 \dots\dots(7)$$

近似的に次式が成り立つものとする、

$$\frac{l_1}{J_1} = \frac{l_2}{J_2} = \frac{2l}{J} \dots\dots\dots(8)$$

$$(1+2K) m_1 + K m_2 = C_1 \dots\dots\dots(9)$$

$$K m_1 + (1+2K) m_2 = C_2 \dots\dots\dots(10)$$

ここに、

$$K = \frac{EI_f l}{GJd} = \frac{EI_f R \phi}{GJ(R_2 - R_1)} \dots\dots\dots(11)$$

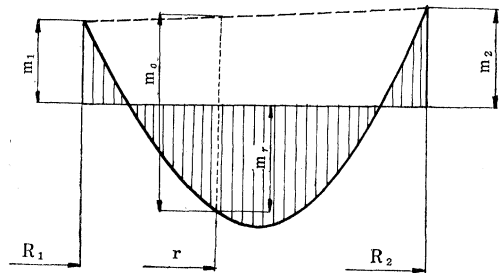
m_2 は仮定の逆向きを正 (下フランジが引張となる場合を正) とかえて、 m_1, m_2 について式 (9), (10) をとくと、

$$m_1 = \frac{(1+2K) C_1 - K C_2}{(1+K)(1+3K)} \dots\dots\dots(12)$$

$$m_2 = -\frac{(1+2K) C_2 - K C_1}{(1+K)(1+3K)} \dots\dots\dots(13)$$

m_1, m_2 は桁端に作用する不静定モーメントであり、これに、主桁の中心間を支間とする単純桁の曲げモーメントを重ね合せると、求める横桁の局所的な曲げモーメントが得られる。

図-7



$$m_r = \frac{(R_2 - r) m_1 + (r - R_1) m_2}{R_2 - R_1} + m_0 \dots\dots\dots(14)$$

また、同様にせん断力についても求めることができる。

$$q_r = \frac{m_2 - m_1}{R_2 - R_1} + q_0 \dots\dots\dots(15)$$

ここに、式 (12), (13) 中の C_1, C_2 の値、および式 (14), (15) 中の m_0, q_0 の値は、表-1 の式により計算することができる。この式は、文献^{8), 9)}において、 l, x, a, b で表わされているものを、 R_2, R_1, r, \bar{R} を用いた式に置きかえたものである。

(3) 全体のつり合いから生ずる断面力

図-8 に示すように、偶数格点 m の横桁で、半径 r の位置に着目する。横桁の位置は偶数番号とし、奇数番号は、その両側の横桁との中点である。いま、図-8 の ABC によって切りとられる部分の力のつり合いを考え

表-1

		C_1	C_2	m_0	q_0
集中荷重 P	$\bar{R} > r > R_1$	$\frac{P(\bar{R}-R_1)(R_2-\bar{R})^2}{(R_2-R_1)^2}$	$\frac{P(\bar{R}-R_1)^2(R_2-\bar{R})}{(R_2-R_1)^2}$	$\frac{P(R_2-\bar{R})(r-R_1)}{R_2-R_1}$	$\frac{P(R_2-\bar{R})}{R_2-R_1}$
	$\bar{R} < r < R_2$			$\frac{P(\bar{R}-R_1)(R_2-r)}{R_2-R_1}$	$\frac{P(R_1-\bar{R})}{R_2-R_1}$
等分布荷重 p		$-\frac{1}{12} p(R_2-R_1)^2$	$\frac{1}{12} p(R_2-R_1)^2$	$\frac{p}{2}(r-R_1)(R_2-r)$	$\frac{p}{2}(R_2+R_1-2r)$

図-8

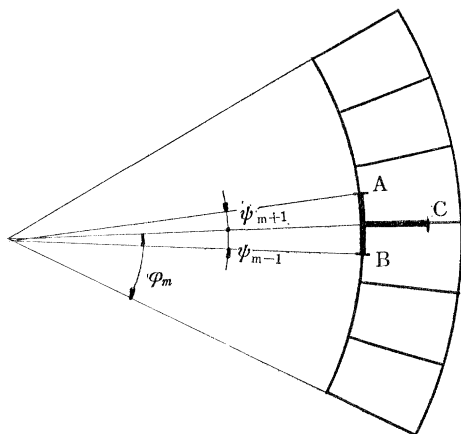
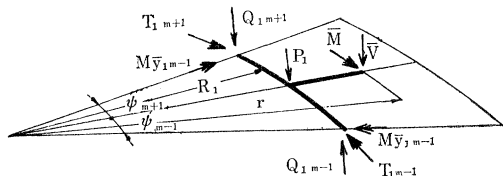


図-9



て、その部分を拡大して図-9に示す。断面Aにおける曲げモーメントを $M_{\bar{y}_{1,m+1}}$ 、せん断力を $Q_{1,m+1}$ 、ねじりモーメントを $T_{1,m+1}$ とし、断面Bにおけるそれぞれの値を、 $M_{\bar{y}_{1,m-1}}$ 、 $Q_{1,m-1}$ 、 $T_{1,m-1}$ と記す。着目点におけるせん断力、曲げモーメントを、それぞれ \bar{M}_r 、 \bar{V}_r とすると、力のつり合いより、式 (16)、(17) を得る¹⁰⁾。

$$\bar{V}_r = Q_{1,m-1} - Q_{1,m+1} - P_j \dots\dots\dots(16)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_r = & r\bar{V} + T_{1,m-1} \cos \psi_{m-1} - T_{1,m+1} \cos \psi_{m+1} \\ & + (Q_{1,m+1} \cos \psi_{m+1} - Q_{1,m-1} \cos \psi_{m-1}) R_{01} \\ & + M_{\bar{y}_{1,m+1}} \sin \psi_{m+1} + M_{\bar{y}_{1,m-1}} \sin \psi_{m-1} + P_j R_1 \\ & \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

ここに、 $\psi_{m-1} = \varphi_m - \varphi_{m-1}$ 、 $\psi_{m+1} = \varphi_{m+1} - \varphi_m$ であり、集中荷重 P_j は、偶数格点に集中させた格点荷重である。

(4) 横桁の断面力

曲線2箱桁橋の横桁断面力は、3.(2)の局所的な断面力と、3.(3)の全体のつり合いから生ずる断面力を重ね合わせるにより求めることができる。すなわち、

$$M_r = m_r + \bar{M}_r \dots\dots\dots(18)$$

$$Q_r = q_r + \bar{V}_r \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 m_r 、 q_r 、 \bar{M}_r 、 \bar{V}_r は、それぞれ式 (14)、(15)、(16)、(17) により計算したものである。

4. 載荷試験に対する適用

(1) 計算に必要な諸数値

$$\begin{aligned} GJ &= 4.505 \times 10^{12} \text{ kg-cm}^2 & EI_f &= 0.361 \times 10^{12} \text{ kg-cm} \\ P &= 20\,000 \text{ kg} & R\phi &= 2\,987.5 \text{ cm} \\ R_{01} &= R_1 = 3\,790 \text{ cm} & R_{02} &= R_2 = 4\,280 \text{ cm} \\ \bar{R} &= 4\,035 \text{ cm} & r_a &= 3\,933 \text{ cm} \\ r_b &= 4\,001 \text{ cm} & r_c &= 4\,035 \text{ cm} \\ r_d &= 4\,069 \text{ cm} & r_e &= 4\,137 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\cos \psi_5 = \cos \psi_7 = 0.998097, \sin \psi_5 = \sin \psi_7 = 0.061661$$

$$Q_{1,m-1} = Q_{1.5} = 0.16939 P$$

$$Q_{1,m+1} = Q_{1.7} = -0.23099 P$$

$$T_{1,m-1} = T_{1.5} = -1.911 P \text{ cm}$$

$$T_{1,m+1} = T_{1.7} = 3.119 P \text{ cm}$$

$$M_{\bar{y}_{1,m-1}} = M_{\bar{y}_{1.5}} = 162.91 P \text{ cm}$$

$$M_{\bar{y}_{1,m+1}} = M_{\bar{y}_{1.7}} = 148.26 P \text{ cm}$$

(2) m_r の値

$$\begin{aligned} K &= \frac{EI_f R \phi}{GJ(R_2 - R_1)} = \frac{0.361 \times 10^{12} \times 2\,987.5}{4.505 \times 10^{12} \times (4\,280 - 3\,790)} \\ &= 0.489 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{(\bar{R} - R_1)(R_2 - \bar{R})^2}{(R_2 - R_1)^2} P = -\frac{245^3}{490^2} P = -61.25 P \\ &= -C_2 \end{aligned}$$

$$m_1 = \frac{1}{1+K} C_1 = \frac{-61.25}{1+0.489} P = -41.13 P$$

$$m_2 = -41.13 P$$

$$m_{oa} = \frac{(R_2 - \bar{R})(r_a - R_1)}{R_2 - R_1} P = \frac{245 \times 143}{490} P = 71.5 P$$

同様に計算して、

$$m_{ob} = 105.5 P$$

$$m_{oc} = 122.5 P$$

$$m_{od} = 105.5 P$$

$$m_{oe} = 71.5 P$$

$$\begin{aligned} m_{ra} &= \frac{(R_2 - r_a) m_1 + (r_a - R_1) m_2}{R_2 - R_1} + m_{oa} \\ &= -41.13 P + 71.5 P = 30.37 P \end{aligned}$$

同様に計算して、

$$m_{rb} = 64.37 P$$

$$m_{rc} = 81.37 P$$

$$m_{rd} = 64.37 P$$

$$m_{re} = 30.37 P$$

(3) \bar{V}_r 、 \bar{M}_r の値

$$\begin{aligned} \bar{V}_a &= Q_{1.5} - Q_{1.7} - P_1 = (0.16939 + 0.23099 - 0.5) P \\ &= -0.09962 P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_a &= r_a \bar{V} + (T_{1.5} - T_{1.7}) \cos \psi + (Q_{1.7} - Q_{1.5}) \\ &\quad \times R_{01} \cos \psi + (M_{\bar{y}_{1.5}} + M_{\bar{y}_{1.7}}) \sin \psi + 0.5 P R_1 \\ &= (-3\,933 \times 0.09962 - 5.030 \times 0.998097 \\ &\quad - 0.40038 \times 3\,790 \times 0.998097 + 311.17 \\ &\quad \times 0.061661 + 1\,895) P = 2.77 P \end{aligned}$$

同様に計算して、

$$\bar{M}_b = -4.00 P$$

$$\bar{M}_c = -7.39 P$$

$$\bar{M}_d = -10.78 P$$

$$\bar{M}_e = -17.55 P$$

(4) M_r の値

$$M_a = (2.77 + 30.37) \times 20\,000 = 663\,000 \text{ kg-cm}$$

$$M_b = (-4.00 + 64.37) \times 20\,000 = 1\,207\,000 \text{ kg-cm}$$

$$M_c = (-7.39 + 81.37) \times 20\,000 = 1\,480\,000 \text{ kg-cm}$$

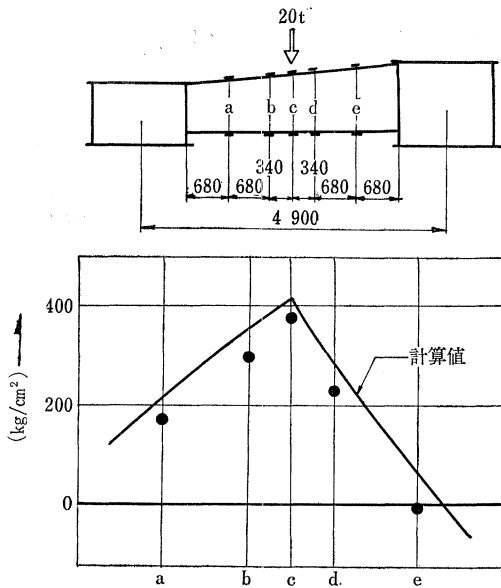
$$M_d = (-10.78 + 64.37) \times 20\,000 = 1\,072\,000 \text{ kg-cm}$$

$$M_e = (-17.55 + 30.37) \times 20\,000 = 256\,000 \text{ kg-cm}$$

表-2

着目点	a	b	c	d	e
曲げモーメント	663 000 kg-cm	1 207 000	1 480 000	1 072 000	256 000
断面係数	3 078 cm ³	3 401	3 567	3 736	4 084
応力	215 kg/cm ²	355	415	287	63

図-10



(5) 曲げ応力

各着目点の応力は、表-2 のとおりである。

5. 結 び

載荷試験の結果から明らかなように、曲線2箱桁橋の横桁応力計算に、ここに記述した修正式を用いれば、実用設計計算式として十分であると考えられる。3箱桁以上の場合については、一般に支間に比較して幅員が非常に広いので、全橋断面形不変の仮定にもとづく理論の適用が妥当であるか、さらに検討の余地があると考えられるので、この場合についてまで横桁の修正計算式を拡張することは必ずしも適当ではないと判断して省略した。

西宮インターチェンジの設計に際して行なった模形実験の内容は、土木学会第19回年次学術講演会において発表しており¹¹⁾、また、実橋の載荷試験の結果は、今年の学術の講演会で発表する予定である。ここに引用したのはそのごく一部で、とくに問題になった所であったことを書き添えておきたい。

参 考 文 献

- 1) 小西一郎・小松定夫：薄肉曲線桁の基礎理論，土木学会論文集 第87号
- 2) 小西一郎・小松定夫：単純支持曲線桁橋の立体的解析，土木学会論文集 第90号
- 3) 小西一郎・小松定夫：薄肉連続曲線桁橋の立体的解析，土木学会論文集 第91号
- 4) 小松定夫：曲線並列桁橋の実用計算式，土木学会論文集 第93号
- 5) 文献4)の14(8~9ページ)
- 6) 土木学会編：土木工学ハンドブック，第2編，構造力学，第12章・第4節，たわみ角法参照(65~67ページ)
- 7) 文献6)の第20章・第2節，薄肉断面材の単純ねじり，式389を近似的に適用できる。(105ページ)
- 8) 文献6)の第12章・第4節，表-23(66ページ)
- 9) 文献6)の第13章・第1節，表-25(72ページ)
- 10) 文献4)，式(47)，(48)参照
- 11) 小松定夫・玉田博一・三瀬 純・菅谷 昭・安井三雄：連続曲線2箱桁橋の模形実験について，第19回年次学術講演会，講演概要，I-70

◀学会出版 PR▶

トンネル100億円橋梁100億円

関門海峡に鉄道トンネルが開通したのは昭和19年，道路トンネル開通は昭和33年3月のことである。あれから7年，昭和39年度には10000台近い交通量をさばき，数年後には20000台という数字で完全にお手上げ……。第二関門道路トンネル，関門架橋案が再び脚光をあげ始めた。運輸省は堤防案，公団はトンネル案，九州地建は架橋案と，思惑はさまざまだが，今年の秋には最終決定が出される模様という。トンネル100億，橋梁300億といわれ，軍配はどちらに上るか興味あることである。

世界のトンネル技術者の注目をあびた海底道路の建設記録が，「日本道路公団編・関門トンネル工事誌」であり，B5判・700ページ近い貴重な報告書が，たった2000円で手に入ることが案外知られていないのは，学会のPR不足を恥じるのみである。会員には，さらに勉強して1500円で売っているからお早目にお申込み願いたい。物価高の今日，まさに掘出しモノであることは間違いない。