

論文紹介

今月は論文集第 117 号(40 年 5 月発行)登載予定論文としてつぎの 4 編を紹介します。次号では第 118 号(40 年 6 月発行)として下記の 3 編を紹介する予定です。

A.M. Freudenthal・篠塚正宣：地震による構造物破損の確率(英文)

川本勝万：直交異方性弾性体内の一定内圧をうける円孔の変形状態について

遠藤都夫：し尿の嫌気性消化に関する基礎的研究一とくに消化温度 33°C および 37°C について

偏心荷重をうける単純支持円板の曲げについて

佐 武 正 雄

偏心荷重をうける単純支持円板の曲げの問題を双極座標を用い、モーメント荷重の場合もふくめて一般的に取り扱ったものである。偏心荷重をうける円板の曲げの問題は極座標による Clebsch-Föppl の方法など種々の取り扱いがなされているが、単純支持の場合は固定の場合に比較して複雑であり、また従来のものは集中荷重(力)の場合に限られている。ここではまず双極座標による級数解を集中荷重の場合について求め、モーメント荷重の場合の解もこの解をわずかに修正すれば得られることを述べる。モーメント荷重の場合、そのままでは荷重点のたわみ角が ∞ になってしまい難点があり、この難点はモーメント荷重がかかると考えられる小円部分を剛体と考えることにしなければ回避できないが、こういう考察もここに述べる双極座標の方法によってのみ可能である。集中荷重の場合の代表的な荷重位置について計算例を示し、またモーメント荷重の場合、偏心率と荷重のかかる剛体部分のたわみ、たわみ角との関係などについて検討を加えた。

偏心率を $\alpha = d/a$ とし、荷重点を極点とする双極座標を採用する(図-1)。

$$p_1 = \tanh^{-1} \frac{2cx}{x^2 + y^2 + c^2}, \quad p_2 = \tan^{-1} \frac{-2cy}{x^2 + y^2 - c^2} \quad (1)$$

ただし、 $c = \overline{CO} = -a \sinh p_{10}$, $p_{10} = \log \alpha$

この座標に対する平板の基礎方程式 $\Delta^2 w = 0$ の一般解は

$$w = \frac{1}{h} \sum_n f_n(p_1) \frac{\cos np_2}{\sin np_2}, \quad h = \frac{1}{c} (\cosh p_1 + \cos p_2) \quad (2)$$

と記すことができる。ここに、周 ($p_1 = p_{10}$) 上で $w = 0$ となるような $f_n(p_1)$ は一般に

図-1

$$\left. \begin{aligned} f_0(p_1) &= A_0 e^{p_1} (p_1 - p_{10}) + B_0 e^{-p_1} (p_1 - p_{10}) \\ &\quad + A_0^* e^{-p_1} (e^{2p_1} - e^{2p_{10}}) \\ f_1(p_1) &= A_1 (e^{2p_1} - e^{2p_{10}}) + B_1 (e^{-2p_1} - e^{-2p_{10}}) \\ &\quad + c_1 (p_1 - p_{10}) \\ f_n(p_1) &= e^{(n-1)p_1} [A_n (e^{2p_1} - e^{2p_{10}}) \\ &\quad + B_n (e^{-2np_1} - e^{-2np_{10}}) \\ &\quad + C_n (e^{-2(n-1)p_1} - e^{-2(n-1)p_{10}})] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

と書くことができる。集中荷重の場合、荷重点のたわみの有限確定性から

$$B_0 = B_1 = B_n = C_n = 0 \quad (n \geq 2) \quad (4)$$

である。 A_0 , C_1

は反力のつりあ

いの条件から、

A_0^* , A_1 , \dots

A_n , \dots は支持の条件から決定される。本論で取り扱うのは、集中荷重(Case I)のほか、図

-2 に示すモ

ーメント荷重

(Case II, III)

の 3 つの場合で

あるが、たわみ

面の対称性から

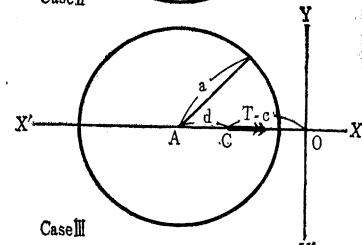
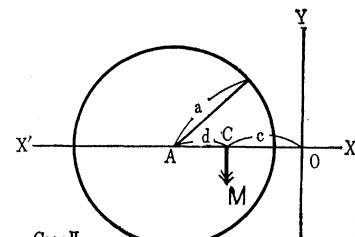
式(2)において

Case I, II の場合 \cos , Case III の場合 \sin をとればよい。また、断面モーメント $M_{(11)}$ 等は

$$M_{(11)} = -\frac{D}{c} \sum_n m_n(p_1) \frac{\cos np_2}{\sin np_2}$$

(D は板の曲げ剛度) (5)

図-2

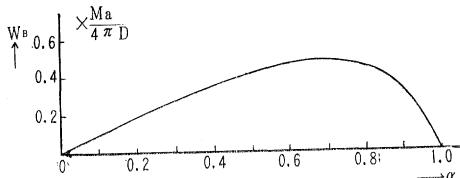


Case III :

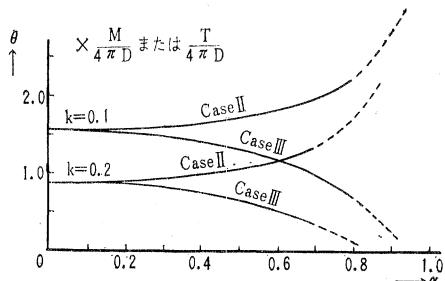
$$\left. \begin{aligned} w_B &= 0 \\ \theta &= -\left(\frac{1}{2} + \log \frac{\varepsilon}{\alpha}\right) K + \alpha^2 A_1 \end{aligned} \right\} \dots \quad (21)$$

を得る。図-4, 図-5 は $k=0.1, 0.2$ としてこれらの関係を図示したものである。

図—4



图—5



(1964.8.5・受付)

[筆者：正会員 東北大学助教授 土木工学科]

橋梁構造の振動減衰

伊藤 学・片山恒雄

比較的柔軟な構造物の耐震あるいは耐風設計には、構造物の動的応答にもとづく計算が行なわれるようになってきたが、その際構造系が有する振動減衰性を量的に把握することが必要である。本論文は、多くの文献により橋梁上部構造を中心とした構造物の減衰に関する問題点を整理するとともに、過去の実測資料を収集解析して、従来貧困であったその経験的事実を抽出し、一般的傾向を検討することをおもな目的とした。減衰性をはかる数値としては対数減衰率 δ を用い、考察は弾性域内に限る。

構造物における減衰力に対してはいろいろな考え方があるが、筆者らが行なった単純支持ばりの模型実験からは、Inglis の仮定したような変形速度に比例する減衰力はほぼ質量にほぼ反比例し、曲げ剛性にはほとんど影響されないとする結果を得た。また対数減衰率は振動次数が高くなると漸減し、ある一定値に漸近するような傾向も模型実験では認められている。振幅の大小と減衰率の間の関係についても定説はないが、支承部におけるクーロン減衰、部材継手におけるスリップ減衰、空気抵抗に

による減衰がこれを支配する。

橋梁上部構造については単桁橋 40, ゲルバー橋 19, つり橋 26 をふくむ 108 の既往データを整理した。これらをスパン長について示したのが 図-1, 橋梁形式別について分布を調べたのが 図-2 で、つきのような傾向が認められた。

図-1 スパン l と対数減衰率 δ

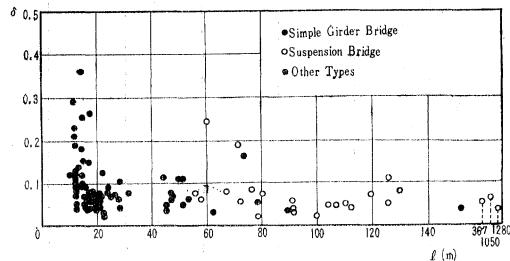
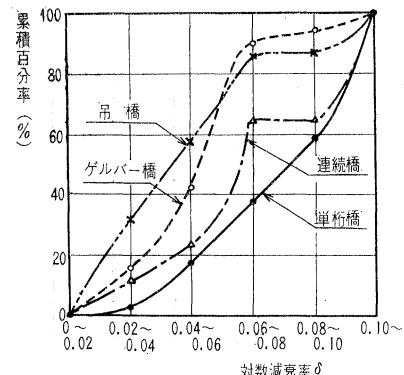


図-2 橋梁形式別の対数減衰率分布



- 1) スパンが 35m 以上では橋架形式を問わず δ は 0.02~0.10 という比較的せまい範囲にある。一方、スパンが小さい場合は構造形式によって減衰率は大きな差を示す。したがって短スパンでは上部構造の内部減衰が、長スパンでは支点の摩擦の影響が大きいという事実が推測される。
 - 2) ゲルバー橋は測定されたもののスパンが比較的小さいにもかかわらず、 δ は他の形式にくらべかなり低い。
 - 3) つり橋は特殊な例を除き、スパンの大小にかかわらず δ は 0.02~0.08 の範囲にあり低い。長スパンでは空気抵抗の影響がかなりあるものと思われる。
 - 4) プレストレストコンクリート橋は鉄筋コンクリート橋より減衰率はかなり低い。また鋼橋ではリベット接合またはボルト接合構造は溶接構造の約 2 倍の減衰率をもつ。

一方、ボルト継手を有する片持ばかりの実験結果からは

- 1) 繙手がある場合、あるひずみ振幅までは δ は振幅にあまり影響されないが、図-3 に見るごとくこれを越

図-3 実験における振幅対数減衰率の変化
(図中数字は実験番号)

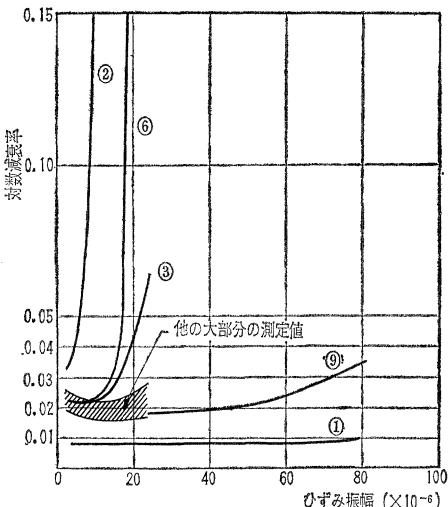
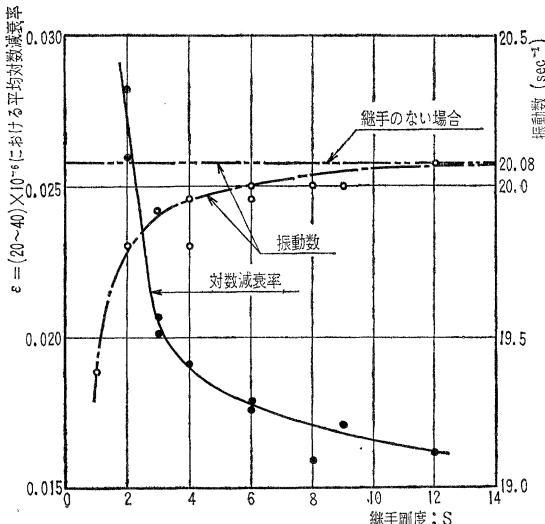


図-4 繼手剛度と対数減衰率および振動数の関係



えると δ は急激に増す。この限界振幅は継手の剛度の大きいほど大きい。

2) 図-4 に示すように δ は継手の剛度が増すと減少するが、継手のない場合の 2 倍弱より下がることはない。

3) 本実験では、静的ヒステリシス曲線から計算した δ はひずみ振幅が増すとかなり急激に増大し、振動実験から求めた真の値より大きく、とくに締付け力の大きい継手のある場合に差がいちじるしい。すべりが振動速度に追従できない機構が存在するのではないかと考えられる。

(1964.9.11・受付)

伊藤：正会員 工博 東京大学助教授土木工学科
片山： 工修 Teaching Fellow, Univ. of N.S.W.,
Australia

瞬間最大値と評価時間の関係

—とくに突風率について—

日野 幹雄

1. ある不規則な変動、たとえば風速や煙の濃度などを観測するとき、これらの瞬間最大値が観測時間の長短や計器の感度の良否によって異なることはよく知られている。

一方、不規則変動のいろいろな性質は Rice の雑音理論として知られている。これによれば、スペクトル密度 $S(f)$ をもつ不規則変動の極大の確率 $p(\xi)$ は、

$$p(\xi) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\sigma} \left[\epsilon e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} + (1-\epsilon^2)^{1/2} \frac{\xi}{\sigma} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} \int_{-\frac{(1-\epsilon^2)^{1/2}}{\sigma\xi}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \right] \quad (1)$$

となる。ここに

$$\left. \begin{aligned} \epsilon^2 &= (\sigma^2 \nu^2 - \rho^4) / \sigma^2 \nu^2 \\ \sigma^2 &= \int_0^\infty S(f) df \\ \rho^2 &= (2\pi)^2 \int_0^\infty f^2 S(f) df \\ \nu^2 &= (2\pi)^4 \int_0^\infty f^4 S(f) df \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

である。

T 時間の観測での瞬間最大値は、その期待値として

$$E(\xi_{\max}) = \sigma \int_0^\infty \left\{ 1 - \left[1 - (1-\epsilon^2)^{1/2} e^{-\frac{x^2}{2}} \right]^{TN} \right\} dx \quad (3)$$

となり、やはりスペクトル $S(f)$ について表現しうる。ただし、

$$N = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\nu}{\rho} \quad (4)$$

である。

あるいは、 $TN(1-\epsilon^2)^{1/2}$ が大きければ前式は $TN(1-\epsilon^2)^{1/2}$ に関して漸近展開が可能である。

観測時間 T の長短や計器感度（瞬間値の評価時間 s ）の影響は、もともとの不規則変動に周波数フィルター $G(T, s)$

$$G(T, s) = \left[1 - \frac{\sin^2 \pi T f}{(\pi T f)^2} \right] \frac{\sin^2 \pi s f}{(\pi s f)^2} \quad (5)$$

を掛けて、スペクトルを変形させることに相当する。つまり、上の式 (1)～(4) 中の $S(f)$ のかわりに $G(T, s) S(f)$ を代入すればよい。式 (5) の意味は大体周波数が $1/T$ より低い部分と $1/s$ より高い領域をカットする操作と考えられる。

2. 変動の平均値に対する瞬間最大値の比がしばしば問題になる現象に風の息がある。この場合、比を突風率と呼んでいる。

突風率の計算には突風スペクトルを知らなければならぬが、突風スペクトルとしては Davenport 式が良く用いられる。しかし、Davenport 式は経験式であって、高周波域での Kolmogorov スペクトルと ($-5/3$ 乗の指数以外では) 一致していない。この関係をも満たすものとして新しく式(6)を導いて、実測との比較を行なった。

$$S(f) = \frac{a^2}{\beta} \frac{2 \Gamma\left(\frac{5}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} \left\{1 + \left(\frac{f}{\beta}\right)^2\right\}^{-5/6} \quad \dots(6)$$

ここに

$$\beta = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{a}{a^2}\right)^{3/2} \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{2 \Gamma\left(\frac{5}{6}\right)} \right\}^{3/2} V_1^4 \left(\frac{ak}{z_1}\right) \left(\frac{z}{z_1}\right)^{(2m\alpha-1)}$$

a^2 : 風速の強さ, k : 地表粗度係数, α : 風速分布指數 α : Kolmogorov Constant, V_1 : 高さ z_1 での基準風速: $z_1=10$ m である。式(6)によれば突風スペクトルは z とともに小さくなり、エネルギー逸散に関する修正係数 m を適当にとれば実測とも一致度が良くなる。

突風スペクトルが定まれば突風率 Γ を計算することができる。突風率は観測時間 T , 評価時間 s のほかに地表粗度 k , 高さ z , 基準風速 V_1 の各因子の影響をうけるが、この関係は

$$\frac{(\Gamma-1)}{\sqrt{12k}} \cdot \left(\frac{z}{z_1}\right)^\alpha = \Lambda(T, s; V_1) \quad \dots(7)$$

$$\begin{aligned} \Lambda(T, s; V_1) &= \left[\int_0^\infty G(T_*, s_*) \frac{2f}{3(1+f^2)^{4/3}} df \right]^{1/2} \\ &\cdot \left[(\ln T_* d(T_*, s_*))^{1/2} + \frac{r}{2} (\ln T_* d(T_*, s_*))^{-1/2} \right. \\ &- \frac{1.9781}{8} (\ln T_* d(T_*, s_*))^{-3/2} \\ &\left. + \frac{5.4449}{16} (\ln T_* d(T_*, s_*))^{-5/2} - \dots \right] \quad \dots(8) \end{aligned}$$

$$d(T_*, s_*) = \left[\frac{\int_0^\infty \frac{f^3}{(1+f^2)^{4/3}} G(T_*, s_*) df}{\int_0^\infty \frac{f}{(1+f^2)^{4/3}} G(T_*, s_*) dt} \right]^{1/2}$$

$$T_* = \frac{V_1}{1200} T, \quad s_* = \frac{V_1}{1200} s$$

の形にまとめることができる。

図-1 にみるように式(7)と実験との一致はかなり良い。ことに、突風率が瞬間最大風速と平均風速との比の「平均値」と定義されるものであるのに、比較した実験点のうち Sale でのものは 2 個の平均で厳密な比較はできないことを考慮すれば、式(7)と実験はきわめて良く一致しているといふ。

関数 $\Lambda(T, s; V_1)$ を種々の $T, s; V_1$ の値について計算し図表として本論文に載せた。また、実用範囲では Λ は近似的に

図-1

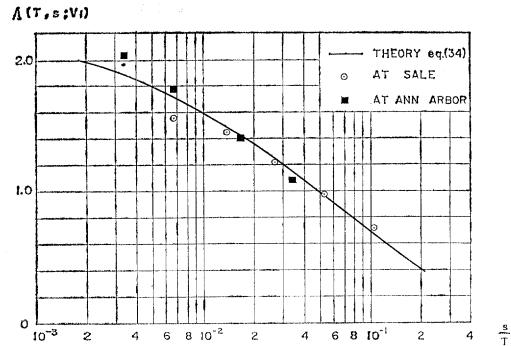


図-2

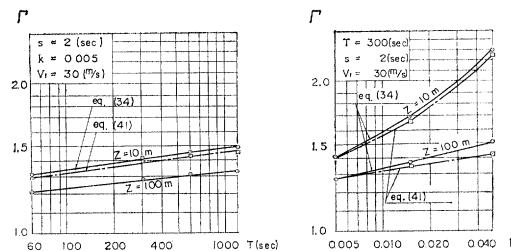
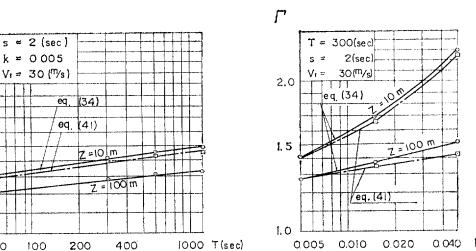


図-3



$$\begin{aligned} \Lambda(T, s; V_1) &= \{0.23 \log T_* + 0.72\} \log s_* \\ &+ \{0.25 \log T_* + 0.23\} \quad \dots(10) \end{aligned}$$

として良い。

突風率 Γ を s/T の指数関数として表わすことは一般には不適当である。突風スペクトルとして、Davenport 式を用いても式(6)を用いても最終結果に大差はないから簡単な Davenport 式で十分であるといえる。

種々の因子の突風率におよぼす影響を計算し図示したが、図-1, 2, 3, 4 はその一例である。一般に、突風率は、観測時間の長いほど、評価時間の短いほど、地表粗度の

図-4

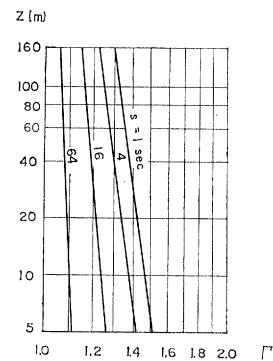
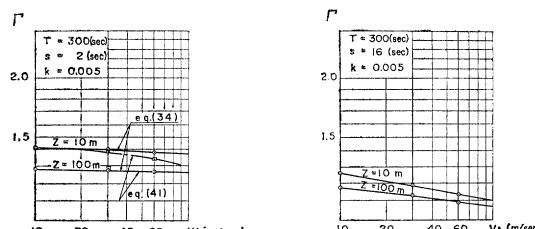


図-5



大きいほど、高さの低い点ほど、基準風速の小さいほど大きくなると結論しうる。そして、この結論は物理的にも予測あるいは納得しうるものである。

(1964.8.12・受付)

[筆者：正会員 工博 電力中央研究所]

粘弾性的物質の変形係数に およぼす荷重速度の影響

石原研而

工学材料の非弾性的性質の一つである粘弾性の応力とひずみの関係を表現するのには、従来、いろいろの方法がとられてきた。これらは、単なる当てはめの公式にすぎないものや、多少、物理的意味のある表現であるものや、いろいろであるが、spring と dashpot をいくつか並列または直列にならべたモデルで表わせる関係式は、非可逆性の熱力学の原理から導き出せること、およびその関係式が線型である、ことなどの長所をもっている。さらに、このような応力—ひずみ関係式を用いると、構造物内の応力や変位の分布を求めることが可能になるという点で非常に有用であるといえよう。Voigt および Maxwell の名で知られる spring と dashpot を組み合わせたモデルについては、今までにもかなり行きとどいた議論がなされているが、その正しい物理的解釈と応用性については、まだ足らない点もあるように思える。特に、粘弾性を表わす定数の実験的決定法と、それをいかに応力解析の面に用いて行くかについては、さらに、くわしく調べて見る必要があるようと思われる。

普通よく用いられる、たとえば図-1 のようなモデルは、spring と dashpot の定数を適当に組み替えると必

図-1 Spring と Dashpot
からなる一般的なモデルの一例

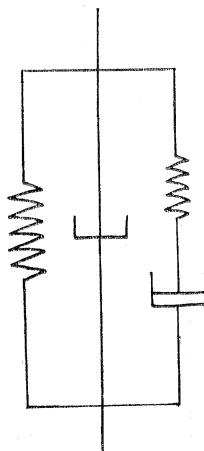
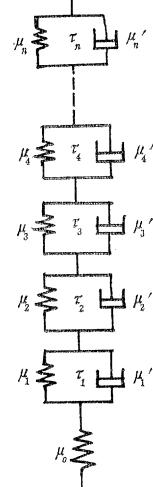
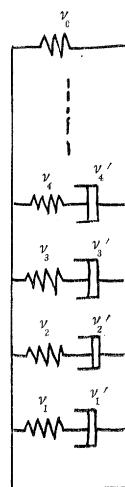


図-2 一般化された Voigt 型



ず図-2 のような同数の要素から成る等価のモデルに直すことができ。これは“一般化された Voigt モデル”と呼ばれているものであり、応力制御クリープ試験等によって求めた応力—ひずみ関係を表現するのに適したモデルである。図-2 のモデルの粘弾性定数をさらに適当に組み合わせると、“一般化された Maxwell モデル”と呼ばれる図-3 のような等価なモデルがえられる。これはひずみ制御方式（リラクゼーション試験等）によってえられる応力—ひずみ関係を表わすのに便利なモデルである。

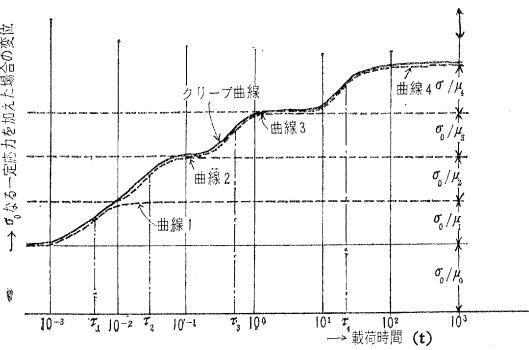
図-3 一般化された Maxwell 型



いま、図-2 のモデルによって表わされる材料に一定応力 σ_0 を加えて一軸圧縮試験をしたとし、その時の変位—時間曲線を片対数グラフで示して、たとえば図-4 の実線のようにになったとしよう。この曲線に相当するモデルは厳密にいうと無限に存在しうるが、近似的に図-2 のモデルで表わされるとしよう。この場合、遅延時間 τ_1 の Voigt 要素に対応するクリープ曲線は図-4 の曲線 1 であり、遅延時間 τ_2 の Voigt 要素に対応するものは曲線 2 といった具合になっており、これらの分割されたクリープ曲線を加え合わせたものから、実際に測定されるクリープ曲線は成り立っていると考えるのである。これが遅延時間の分布の概念であって、現在の線型粘弾性論の根本概念である。一定ひずみを与えて応力の時間的変化を求める応力緩和試験の結果えられる緩和曲線についても上と同様な考えが成り立つ。

さて、図-4 のようなクリープ曲線を広範囲な時間範囲（図-4 の場合だと $10^{-3} < t < 10^3$ ）にわたって求めようとする場合、1種類の試験で目的を果たすことはとう

図-4 一般化された Voigt モデル（図-2）に対応する片対数グラフ上のクリープ曲線



ていでない。

2, 3秒以上の載荷時間におけるクリープ曲線は、普通のクリープ試験で間に合うが、これ以下の載荷時間の曲線は振動法によっている。これは一定振幅の交番応力（または変位）を、振動数 ω をいろいろに変えて、試料に与え、変位（または応力）の振幅および位相を読み取る方法である。振動試験においては $2\pi/\omega$ がクリープ試験の時間に相当するとみなしてグラフを描くと載荷時間が2,3秒より小さい範囲のクリープ曲線（または緩和曲線）がえられ、前述のクリープ試験の結果と合わせて、図-4 の全体的なクリープ曲線がえられることになる。

載荷時間が短い時の材料の応答を求めるもう一つの手段として考えられるのは一様増加荷重（または変位）を用いた急速載荷試験であり、この試験の結果からいかにしてクリープ曲線を求めるかということが本論文の一つの目的である。最近、方々で急速載荷試験が行なわれているが、その結果の解釈と適用法についてはあまり検討されていないようである。コンクリート、土、およびアスファルト等に対して急速試験を行なうと、図-5 のように、載荷速度が大きいほど変形係数が大きくなる傾向を示すことはよく知られている。これらの実験的事実を粘弾性論にもとづいて解釈し、その応用方法を検討するのも本論文の目的である。本論文で提案した方法を過去に行なわれたいくつかの実験結果にあてはめてみた。図-6 は畠野正氏がコンクリートの急速載荷試験でえた結果に筆者が提案した整理方法を適用してみた一例である。このように広範囲の載荷時間のクリープ曲線を求めておくと、実際の構造物が受けるであろう載荷時間に相当するモデルを取り出して、それにもとづいて応力解析をすることができるようになる。この論文では、載荷時間が与えられた場合、適当な簡略化されたモデルをいかにしてクリープ曲線から取り出すかという問題にも触れている。一般に粘弾性体といってもその spring や dashpot の定数は一つの物質に対して一定ではなく、載荷時間と

図-5 載荷時間 t を変えて急速載荷試験を行なった時にえられる代表的な応力-ひずみ曲線

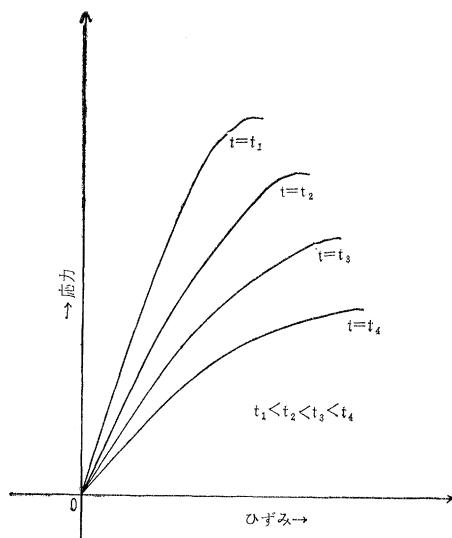
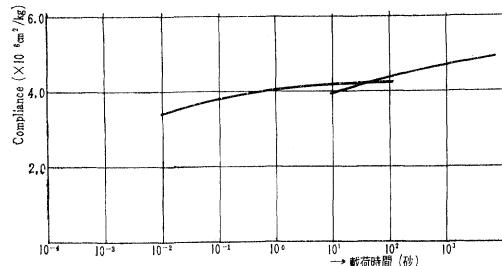


図-6 急速載荷試験の結果えられたコンクリートのクリープ曲線の一例 ($w/c=0.37 \sim 0.40$)



ともに変化するのである。普通用いられる Voigt モデルや Maxwell モデルは図-4 のようなクリープ曲線のある限られた載荷時間範囲でのみ一定の粘弾性定数を有すると解釈すべきである。このように解釈した場合の Voigt モデルや Maxwell モデルの定数をいかに定めるべきかということも検討した。 (1984.10.6・受付)

[筆者 正会員 東京大学講師 土木工学科]

<出版 PR>

セミアーチダム

佐久間、御母衣、奥只見、田子倉、坂本など、わが国が誇る大ダムを着実に築き上げてきた電発技術陣が新しく開発したセミアーチ式国産第一号が只見川水系の大島ダムで、アーチと電力の利点を巧みにとり入れた形式として各國の注目を浴びているという。

貴重な資料の散逸を防ぎ、技術上の問題点を浮ぼりにした工事報告書の出版は学会としての使命でもあるので、電発の全面的な協力を仰いで4月上旬「工事報告 大島セミアーチダム」が出版された。B5判 226ページ、折込付図11枚つきで定価1400円の充実したレポートである。原色カラーのカバーも最高の出来栄え……これは編集者の自画自讃かもしれない。1200部のうち1000部の嫁入り先が決り、あとわずか200人のきれいなお嬢さんが理想のお嬢さんを探している次第……お早くどうぞ。