

海中構造物の設計波力について

合 田 良 実*

1. はじめに

土木工事の技術が進歩し、経済活動が活発になると、構造物建設の舞台も陸上や海浜から、海中へ進んできている。海底の石油資源を採掘する諸装置などは、その代表的な例である。こうした洋上に孤立した構造物は、強大な波浪や激しい風にたたかれ、これに耐えて行かなければならない。それには、まず、襲ってくる波、風の外力を正確に計算しなければならない。この資料で取り上げるのは、様々な形状の海中構造物の中でも基本的な部材である、直柱に作用する波力の問題である。特に、海底勾配がゆるやかな海中に立てられた直柱に作用する最大波力の算定法について、検討してみたものである。

2. 波力計算の基本式

海中の構造物に働く波力は、抗力と質量力に分けて計算されるのが通例である（水理公式集¹⁾ p. 514 など）。抗力は物体に沿っての流体摩擦や、物体背後の渦のために生ずる前後の圧力差による力を表わし、質量力は流れが加速されるときに物体周囲の水粒子が局部的に加速されるために生ずる力を示す。直径 D の直円柱の長さ dz の部分に働く波力は

$$dF = dF_D + dF_M \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$dF_D = \frac{w}{2g} C_D D u^2 dz \dots\dots\dots (2)$$

$$dF_M = \frac{w}{g} C_M \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} dz \dots\dots\dots (3)$$

で表わされる。ここに u 、 $\partial u / \partial t$ は水粒子の水平速度、および水平加速度、 C_D 、 C_M は、抗力および質量係数である。また、 w は水の単位体積重量である。円柱が傾斜しているときは軸に直角な速度、加速度成分を取れば良いであろう。波力をこのような抗力と質量力に分けずに単一の抵抗係数で表わそうとする試み^{2), 3)} もあるが、

現段階ではまだ実用化されていない。

実際に、これらの式で波力を計算しようとすれば、まず、 u と $\partial u / \partial t$ の大きき、 C_D と C_M の値をどのように推定するかが問題となる。特に水平粒子速度は、その二乗で波力に影響するので、正確な値が要求される。微小振幅波の取り扱いでは、誤差が大き過ぎ、有限振幅波としての取り扱いが必要である。また、水面上に出た波の山の部分は、粒子速度が大きいため強大な波力をもたらす。したがって波の山がどこまで上昇するかも重要である。

有限振幅の波の諸性質を理論的に算定するには、高精度の数値計算によらなければならない。級数解の形で求めた Borgman と Chappellear の第3次近似解⁴⁾、Skjelbreia の第3次近似解⁵⁾、Skjelbreia と Hendrickson による第5次近似解⁶⁾ などの数表、また、浅海の波を対象としたクノイド波を計算した Masch と Wiegel の数表⁷⁾ などがすでに発表されているが、特に水深が波長の 1/10 前後で、砕波近くの波に対する近似度が十分かどうか疑問が残されている。この資料では鶴田が港湾技術研究所の 105 m 大型造波水路で得た実験データ⁸⁾ などを参考にして、上記の波の諸性質を算定することを考えてみた。

3. 設計波高

海中構造物の部材設計では、設計波高として有義波高 $H_{1/3}$ よりも、最大波高 H_{\max} を用いるのが望ましい。有義波高は、防波堤など構造物全体としての安定性の検討に使われている。しかし、直柱などの構造物は、強大な波浪に一回たたかれただけで破壊される危険がある。したがって、部材は構造物の耐用年数内に襲来しそうな最大の波に対して設計すべきであろう。

この意味で、問題は計画地点における最大波高の大きさである。深海で N 個の波を観測したときの最大波高は、確率的に次式で与えられる⁹⁾。

$$H_{\max} = 0.707 \sqrt{\log_e N} H_{1/3} \dots\dots\dots (4)$$

しかし、この確率的な最大波高も砕波の限界波高を越えることはできない。

* 正会員 運輸省港湾技術研究所水工部 Sc. M

図-1 限界波高比と水深波長比の関係

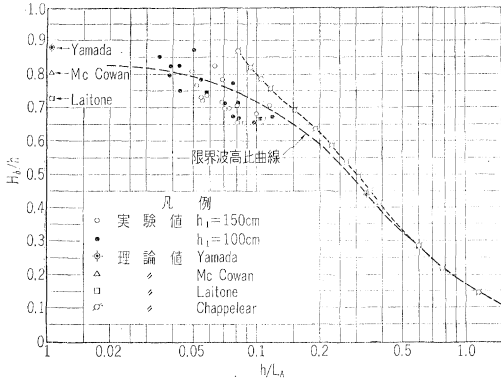
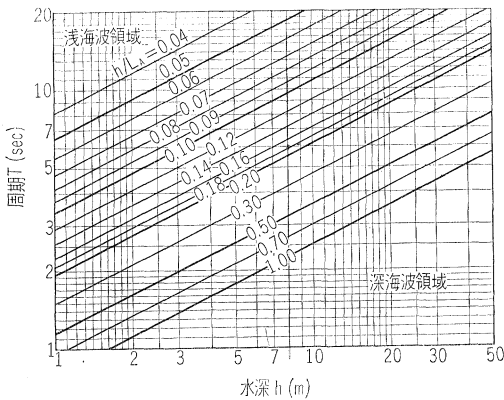


図-2 水深波長比の算定図表

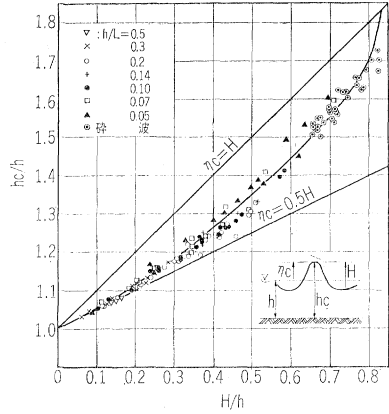


進行波の限界波高の表示としては、図-1のように、波高水深比の限界値 H_b/h を水深波長比 h/L_A に対して示すのが便利である。ここで波長 L_A は、微小振幅波としての値で、水深と周期がわかっているときは図-2から水深波長比を読み取れる。図-1には、McCowan¹⁰⁾、Chappellear¹¹⁾、Laitone¹²⁾、Yamada^{13)~15)}の理論値と、港研での実験値⁹⁾(底勾配 1/100)を示した。理論値の中では Yamada の計算が最も精度が高いと考えられるので、主にこれを参考にして定めたのが、図中の限界波高比曲線である。やや厳密さは欠くが、進行波の最大波高の一応の基準となろう。

4. 波の作用高

静水面から測った波の山の高さは、微小振幅波とすれば $H/2$ 、孤立波とすれば H であって、実際には両者の中間にある。図-3 は港研での実験値⁹⁾を整理したもので、波高の増大とともに、波峰が相対的に上昇する様子がわかる。この実験曲線は Bretschneider による B.E.B. の実験値¹⁶⁾や、Chappellear の砕波限界の波の理論値¹¹⁾

図-3 波峰水深比と波高水深比の関係



とほぼ一致する¹⁷⁾。図-3 では海底から測った波峰の高さ h_c がただちに求められるようにしてあるが、このように h_c/h を H/h に対して表示すると、周期の影響が非常に小さくなる。ただし、 h/L_A が 0.5 より大きい深海波と 0.05 より小さい浅海波は、図-3 を用いると、実際より波峰を低目に推定することになるので注意が必要である。

5. 水平粒子速度、および加速度

基準として微小振幅波の理論値を取ると、波形を正弦波としたときには

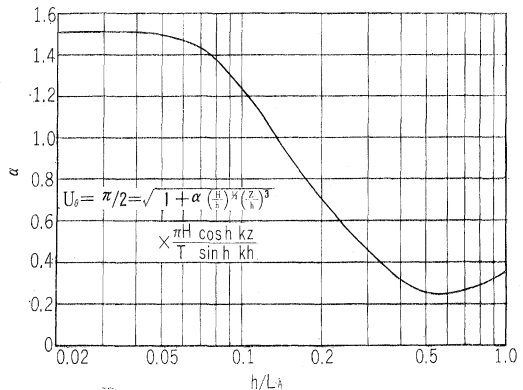
$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh kz}{\sinh kh} \sin \theta \dots\dots\dots(5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\cosh kz}{\sinh kh} \cos \theta \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 $\theta = \sigma t - kx$ 、 $\sigma = 2\pi/T$ 、 $k = 2\pi/L_A$ で z は海底面を基準とし、 h は水深である。

構造物に働く波力の最大値を求めるには、 u 、 $\partial u/\partial t$ の最大値を知れば良い。水平粒子速度 u は、 $\theta = \pi/2$ の波峰通過時に最大となる。このときの値を半経験的に

図-4 粒子速度の補正パラメーター α



$$u_{\theta=\pi/2} = \sqrt{1 + \alpha \left(\frac{H}{h}\right)^{1/2} \left(\frac{z}{h}\right)^3 \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh kz}{\sinh kh}} \dots\dots\dots (7)$$

と表わす。この鉛直分布の形は、粒子速度の実験値や、クノイド波や、孤立波などの理論値を参考にして定めたものである。ここでパラメーター α は、波長の影響を表わす項である。この α の値を、砕波限界の波の最大粒子速度（波峯）がそのときの波速に等しくなるように定めると図-4のようになる。この計算で砕波限界は図-1、波峯の高さは図-3から求め、有限振幅波の波速は種々の理論値から推定した¹⁸⁾。この水平粒子速度の表式(7)は、理論的根拠は薄いのが、波高が0から砕波までのあらゆる周期の波の最大粒子速度を推算できる利点がある。また、この方式による波峯通過時の粒子速度は、Munkによる孤立波の値¹⁹⁾よりは小さ目であるが、港研での実験値やクノイド波の理論値とはほぼ一致する。

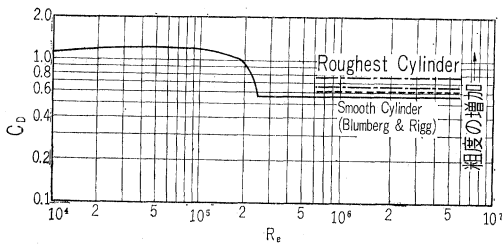
一方、粒子加速度については実験データがほとんどなく、また、有限振幅波の理論値⁹⁾を見ても微小振幅波の式(6)とそれほど大きくは変わらないので、一応、式(6)で算定すれば良いと思われる。

7. 抗力係数 C_D と質量係数 C_M

前節までの方で波の作用範囲や粒子速度・加速度を算定したとすると、つぎの問題は抗力と質量力の係数 C_D および C_M の大きさである。まず、 C_D については風洞実験などで定常な流れの中での値が求められてきた。角柱のように流線のはく離点が決まっているときは、レイノルズ数がある程度大きくなると、 C_D の値がほとんど一定になる。正方形断面の角柱では辺に直角な流れに対して2.0、対角線方向の流れに対して1.6となる²⁰⁾。

円柱の場合には、はく離点の位置が流れの状況によって変わるので、図-5のように、レイノルズ数が 2×10^5 付近で一度急減する²¹⁾。実際の設計で遭遇する $10^6 \sim 10^7$ のレイノルズ数の範囲については、最近Blumbergと、Riggが水槽実験を行なった²²⁾。この結果では、 C_D は円柱の粗度に支配され、滑面のときの0.4からきわめて粗なときの1.0まで変わると報ぜられている²³⁾。この表面

図-5 粗度による円柱の抗力係数の変化



粗度による C_D の増加の傾向は、1930年のFageとWarsapの実験結果にも見ることが出来る²¹⁾。

子円柱などが波の作用を受けるときには、流れの速度すなわち水粒子の運動速度の測定がむずかしいので、正確な C_D の値は求められていない。しかし、鶴田が波の粒子速度と円柱に働く力を同時に測定して C_D を求めた結果⁹⁾や、Laird達が水槽の中で円柱を加速・減速しながら引張った実験の結果²⁴⁾を見ると、波の中の円柱の抗力係数も、定常流の中の値とほとんど同じ値を取るようである。したがって、円柱に働く波の抗力の計算には、図-5の抗力係数を使って良いと思われる。実際の問題では鋼管の腐食、海虫やかき類の付着などで、表面粗度が増すと考えられる。このため設計には、 $C_D=1.0$ を取るのが妥当であろう。

つぎに、質量係数 C_M については、微小振幅のポテンシャル波が、円柱に作用するときの理論値が2.0となる^{25), 26)}。これは、円柱の直径が波長の1/10以下のときで、円柱の径が大きくなると C_M が減少する。たとえば、直径が波長の1/2のときは $C_M=0.78$ である。これに対して実験値は、円柱の背後に渦が残るためか、上記の理論値より小さ目である。しかし、実験値のパラッキなどを考えると、実際設計には $C_M=2.0$ が妥当であろう。角柱や球、立方体などについてはStelsonとMavis²⁷⁾の実験データがあり、正方形断面の角柱では $C_M=2.19$ と計算される。

8. 最大波力の算定

水の粒子が波で動かされる時、その水平速度と水平加速度は位相が約90度異なる。したがって式(1)の抗力 F_D と、質量力 F_M も位相がずれていて、質量力が先に最大値に達し、抗力が波峯通過時に最大となるときには質量力は0に落ちている。両者の和である全波力の最大値を概算するため、抗力と質量力が微小振幅波的に変わるとして、

$$F_T = (F_D)_{\max} \sin^2 \theta + (F_M)_{\max} \cos \theta \dots\dots (8)$$

と表わせば、全波力の最大値が

$$\left. \begin{aligned} (F_T)_{\max} &= (F_D)_{\max} + \frac{(F_D)_{\max}^2}{4(F_D)_{\max}} \\ &\text{ただし } 2(F_D)_{\max} > (F_M)_{\max} \\ (F_T)_{\max} &= (F_M)_{\max} \\ &\text{ただし } 2(F_D)_{\max} \leq (F_M)_{\max} \end{aligned} \right\} (9)$$

と求まる。波力によるモーメントも同様の考え方で求められる。

特に、一樣断面の直円柱については、抗力と質量力の最大値を式(2)と式(3)の積分で求められる。まず、抗力とそのモーメントの最大値は、

$$(F_D)_{\max} = w C_D D H^2 K_D \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$(M_D)_{\max} = (F_D)_{\max} \cdot S_D \quad \dots\dots\dots(11)$$

ただし

$$K_D = \frac{1}{2gH^2} \int_0^{h_c} [u_{\theta=\pi/2}]^2 dz \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$S_D = \frac{1}{H^2 K_D} \int_0^{h_c} z \cdot [u_{\theta=\pi/2}]^2 dz \quad \dots\dots\dots(13)$$

また、質量力とそのモーメントの最大値は

$$(F_M)_{\max} = w C_M D^2 H K_M \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$(M_M)_{\max} = (F_M)_{\max} \cdot S_M \quad \dots\dots\dots(15)$$

ただし、

$$K_M = \frac{\pi}{8} \tanh kh \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$S_M = \left[1 - \frac{\cosh kh - 1}{kh \sinh kh} \right] h \quad \dots\dots\dots(17)$$

となる。実際に K_D , S_D を式(7)の粒子速度を使って計算した結果を図-6, 7に示す。 K_M , S_M は微小振幅波の粒子加速度にもとづいているので、それぞれ一本の線で表わされる。これらの図を使うと抗力、質量力の最大値が簡単に求まり、全波力の最大値も式(8)からただちに算定できる。

図-6 抗力および質量力の最大値算定図表

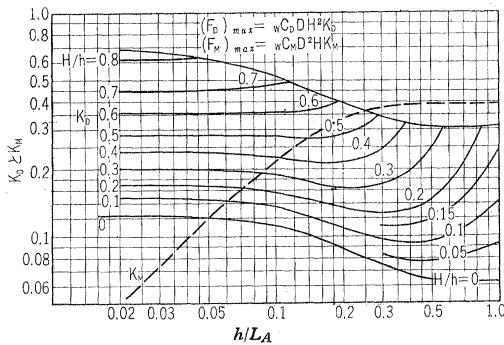
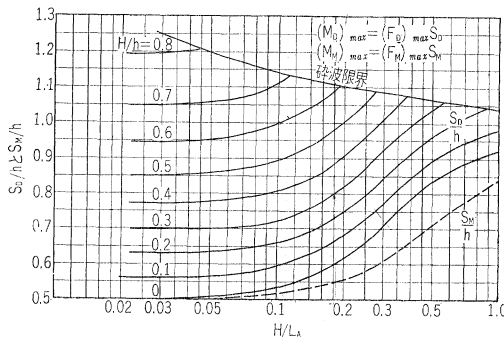


図-7 抗力および質量力の最大モーメント算定図表



具体的な計算例を示そう。

設計水深 8 m で周期 9 秒、最大波高 5 m の波が襲来する地点に、直径 2 m の円柱を水面上 4 m まで築造する場合を考える。まず、水深波長比 h/L_A は図-2 から

0.11 である。また、波高水深比は 0.62 で、碎波限界値より小さい。一方、波峰の高さは図-3 から 11.3 m (山 3.3 m, 谷 1.7 m) で、円柱の頂部は波峰の上にある。この円柱に働く最大波力の算定には、まず、図-6, 7 から

$$K_D = 0.39 \quad S_D = 1.03 h$$

$$K_M = 0.23 \quad S_M = 0.52 h$$

であるので

$$(F_D)_{\max} = 1.0 \times 1.0 \times 2.0 \times 5.0^2 \times 0.39 = 19.5 \text{ t}$$

$$(F_M)_{\max} = 1.0 \times 2.0 \times 2.0^2 \times 5.0 \times 0.23 = 9.2 \text{ t}$$

$$(F_T)_{\max} = 19.5 + \frac{9.2^2}{4 \times 19.5} = 19.5 + 1.1 = 20.6 \text{ t}$$

$$(M_D)_{\max} = 19.5 \times 1.03 \times 8 = 161 \text{ t-m}$$

$$(M_M)_{\max} = 9.2 \times 0.52 \times 8 = 38.2 \text{ t-m}$$

$$(M_T)_{\max} = 161 + \frac{38.2^2}{4 \times 161} = 161 + 2 = 163 \text{ t-m}$$

となる。また、 $(M_T)_{\max}$ と $(F_T)_{\max}$ との比から、最大波力の有効作用点が海底から 7.9 m と算定される。なお、波峰の最大粒子速度を式(7)から求めると 7.3 m/sec となる。したがって最大レイノルズ数は 1.5×10^7 である。

9. あとがき

この資料では海中構造物に働く波力の諸問題のうち、孤立した直柱の問題のみを取り上げたが、実際の設計では水平部材や、斜材の設計波力²⁾、部材が隣接する場合の波力²⁸⁾、また、急斜面上で波が巻き波砕波となってぶつかる時の衝撃的波力²⁹⁾なども重要な問題となろう。また、洗掘の深さなども慎重に考慮しなければならないが、これは現状では未解決に近い問題である。さらに、この資料の中の波の作用範囲や粒子速度の算式など、適確な理論のないまま筆者が提案したもののなので、将来の理論的解決を期待するとともに、読者諸賢の厳しいご批判を頂いて、より信頼できる波力算定法を見い出して行きたいと考える次第である。

最後に貴重なデータをご提示頂いた港湾技術研究所水工部長 鶴田千里博士に深く感謝致します。

なお、本資料に登載した図版を再録される場合は、必ず筆者にご連絡下さい。

参考文献

- 1) 土木学会：水理公式集，昭 38. 7, 603 pp.
- 2) Iversen, H.W. and Balent, R.: A Correlating Modulus for Fluid Resistance in Accelerated Motion, Jour. Applied Physics, Vol. 22, No. 3, 1951, pp. 324 ~328.
- 3) Crook, R. C.: Re-analysis of Existing Wave Force Data on Model Piles, Tech. Memo. No. 71, Beach Erosion Board, April 1955, 19 pp.
- 4) Borgman, L.E. and Chappellear, J.E.: The Use of

- the Stokes-Struik Approximation for Waves of Finite Height, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., Chap. 16, Dec. 1957, pp. 252~280.
- 5) Skjelbreia, L. : Gravity Waves : Stokes' Third Order Approximation, Tables of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, University of California June 1958, 337 pp.
 - 6) Skjelbreia, L. and Hendrickson, J.A. : Fifth Order Gravity Wave Theory with Tables of Functions, National Engineering Science Company, Pasadena, California, 1962, 424 pp.
 - 7) Masch, F.D. and Wiegel, R.L. : Cnoidal Waves, Tables of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, University of California, 1961, 129 pp.
 - 8) 鶴田千里 : 海洋構造物に関する二、三の問題, 運輸技術研究所, 昭 36, 331 pp.
 - 9) Longuet-Higgins, M.S. : On the Statistical Distribution of the Heights of Sea Waves, Jour. Marine Res., Vol. 11, No. 3, 1952.
 - 10) McCowan, J. : On the Highest Wave of Permanent Type, Phil. Mag., Series 5, Vol. 38, 1894, pp. 351~358.
 - 11) Chappellear, J.E. : On the Theory of the Highest Waves, Tech. Memo. No. 116, Beach Erosion Board, July, 1959, 28 pp.
 - 12) Laitone, E.V. : The Second Approximation to Cnoidal and Solitary Waves, Jour. Fluid Mech. Vol. 9, Part 3, 1960, pp. 430~444.
 - 13) Yamada, H. : Highest Waves of Permanent Type on the Surface of Deep Water, Reports of Research Inst. Applied Mech., Univ. of Kyushu, Vol. V, No. 18, 1957. pp. 37~52.
 - 14) Yamada, H. : On the Highest Solitary Wave, Reports of R.I.A.M., Univ. of Kyushu, Vol. V, No. 18, 1957, pp. 53~67.
 - 15) Yamada, H. : Permanent Gravity Waves on Water of Uniform Depth, Reports of R.I.A.M., Univ. of Kyushu, Vol. VI, No. 23, 1958, pp. 127~139.
 - 16) Bretschneider, C.L. : Selection of Design Wave for Offshore Structures, Jour. Waterways and Harbors Div. Proc. ASCE, WW 2, Paper No. 1568, March, 1958, 37 pp.
 - 17) Goda, Y. : Wave Forces on a Vertical Circular Cylinder : Experiments and Proposed Method of Wave Force Computation, Report of Port and Harbour Technical Research Institute, No. 8, Sept. 1964.
 - 18) 合田良実・竹田英章 : 海の波の波長および波速計算表, 港湾技術研究所資料 No. 12, 昭 39.8.
 - 19) Munk, W.H. : The Solitary Wave and Its Application to Surf Problems, Annals New York Acad. Sci., Vol. 51, Art. 3, 1949, pp. 376~424.
 - 20) 日本機械学会 : 機械工学便覧 (昭 26 版) p. 8~48, 昭 29.11.
 - 21) Goldstein, S. : Modern Development in Fluid Dynamics, Vol. II, Oxford, New York, 1938.
 - 22) Blumberg, R. and Rigg, A.N. : Hydrodynamic Drag at Super-Critical Reynolds Numbers, Paper presented at ASME meeting, Los Angeles, California, June 14, 1961, Petroleum Session.
 - 23) Dean, R.G. and Harleman, D.R.F. : Interaction of Structures and Waves, Chap. H, Estuary and Coastal Hydrodynamics, Hydrodynamics Laboratory, M.I.T., 1963.
 - 24) Laird, A.D.K., Johnson, C.A., and Walker, R.W. : Water Forces on Accelerated Cylinders, Jour. Hydraulics Div., Proc. ASCE, HY 9, Paper No. 2652, Nov. 1960, pp. 43~54.
 - 25) MacCamy, R.C. and Fuchs, R.A. : Wave Forces on Piles : A Diffraction Theory, Beach Erosion Board, Tech. Memo. No. 69, Dec. 1954, 17 pp.
 - 26) Reid, R.O. : Estimation of Wave Forces on a Fixed Vertical Cylinder of Large Diameter, Dept. of Oceanography, A. and M. College of Texas, May 1960 (unpublished).
 - 27) Stelson, T.E. and Mavis, F.T. : Virtual Mass and Acceleration in Fluids, Proc. ASCE, Vol. 81, Separate No. 670, 1955, 9 pp.
 - 28) Morison, J.R., Johnson, J.W., and O'Brien, M.P. : Experimental Studies of Forces on Piles, Proc. 4th Conf. Coastal Eng., Chap. 25, 1953, pp. 340~370.
 - 29) Hall, M.A. : Laboratory Study of Breaking Wave Forces on Piles : Tech. Memo., No. 106, Beach Erosion Board, August 1958, 24 pp.

(1964. 7. 31・受付)

創立 50 周年 記念 出版

土木学会誌・論文集総索引

本索引は大正 4 年学会創刊以来 50 年間 (48 巻) にわたり学会誌, 論文集に登載された約 5 000 件の題目を 23 章 195 節に整理し, 他部門にまたがる論文は重複をいとわず索引するのにきわめて親切な配慮をしております。文献調査委員会がその総力をあげて編集にあたった本索引集は, 付録として過去の文献抄録をも配列してありますので, あらゆる面で利用価値はきわめて高いと思いますので, 会員各位の座右にあって大いに活用されることを願います。

体 裁 : B 5 判 260 ページ 写真植字 オフセット印刷

頒 価 : 800 円 (〒 100 円)

申込要領 : 代金に送料を添え土木学会あて御申込み下さい (振替東京 16828 番)