

文献抄録

文献調査委員会

Vaiont 貯水池の災害

(Civil Engineering)/北原義浩
 海岸地下水における塩淡水境界面の挙動
 (Proc. of A.S.C.E., HY)/玉井伸往
 有孔質内の流れの特性
 (Proc. of A.S.C.E., HY)/佐久間 襄
 ハンブルグの総合的都市交通運営の例
 (Modern Railways)/塚田正弘
 交通流を流体と考えた場合の挟さく部の影響
 (Operational Research Quarterly)/藤田大二

Vaiont 貯水池の災害

“Vaiont Reservoir Disaster”
 Kiersch, G.A.,
 Civil Engineering Vol. 34 No. 3, pp. 32-39
 March (1964)

世界の土木技術者にとって Vaiont の大惨事は記憶に新しい所である。この事故の情報は、ニュースとしてしばしば報道されているが、本文は事故の原因、ダム サイトの地質状態に焦点をしばったものとして、現在げけにされている報文中では最も良くまとめられていると考えて抄録した。

図-1 Vaiont ダム地域と Riave 川峡谷の地形図、地すべりの境界と洪水限界

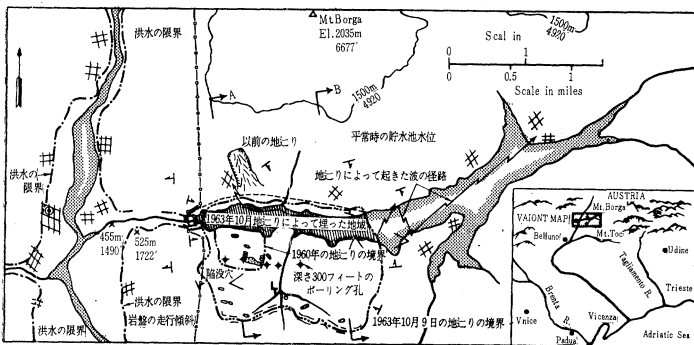
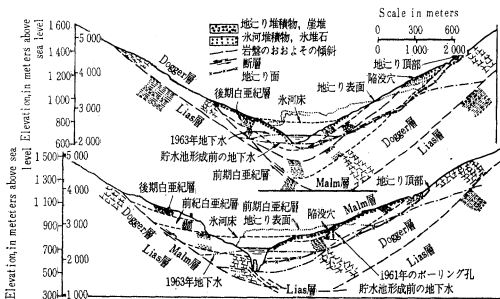


図-2 図-1 の断面 A-A, B-B の地質断面図、地り、岩塊、水位等を示した



史上最悪といわれる本事故は、1963 年 10 月 9 日に起こったものであるが、その特色はつぎのような点である。

① ダムの高さが 265.5 m という世界第 2 位のものであった。

② 薄いアーチ ダムとしてはその高さは世界第 1 位でしかも地りりと越流とで設計圧をはるかに越える 400 万 t もの力を受けたと想像されるにもかかわらず、堤体シェルおよびアバットメントは無傷であった。

③ 災害の原因が長さ 2 km、幅 1.6 km の地りり地帯に生じた地圧であった。

④ 地りり量は 2 億 4000 万 m³ を越えほとんどが岩であった。

⑤ 貯水池は 2 km にわたって完全に地りり物質で埋まり、その高さは貯水池水位を 175 m も越えるもので、しかもこれらの現象が 15~30 秒の間に起こった。

⑥ この地りりは、はるかに離れたウィーンやブラッセルで記録されるほどの地震を起こしている。

以上のような事故の特色、当時の状況およびその後の調査によって、ダムそのものの設計・施工・基礎処理などに欠点がなかったことなどから、この事故の原因としてつぎの諸点が考えられる。

- 1) 貯水池区域の地質状態が悪かったこと。
- 2) ダムを作り貯水したという人為的な条件により、従来微妙な平衡状態にあった急しゅんな岩盤斜面の安定性に影響を与えた。

3) 岩はときとともに徐々に劣化するが、地下水水位が急に上昇したため、その速度が速くなったこと。

図-1 には Vaiont 近傍の地形図を示し、地りりや洪水がどのような状態で起こったかを一般的に示した。

さらにこの地域の 2 つの断面についての地質状況をややくわしく示したのが図-2 である。この地域はほとんどが石灰岩の厚い堆積層であって、その中にレンズ状の粘土質層と一連の石灰岩質と泥

灰岩質との互層があるのが特長である。図-2 の地質断面の古い地層から順に略述する。

a) Lias 層 (前期ジュラ紀) 赤白砂質泥灰岩の薄層と互層する石灰岩の薄層。軟質の泥灰岩層がその上盤の断層運動を助けている。この層は直接貯水池に露出していないが、下部で広がっておりダム サイトでは、峡谷標高に近い。

b) Dogger 層 (中期ジュラ紀) 灰色の密な石灰岩の 300 m 以上の層で、粘土のシームが分枝し、上部の薄層は溶解作用で開口している。ダム基礎は完全にこの層に入る。

c) Malm 層 (後期ジュラ紀) 珪岩層の混った白色ないし赤色石灰岩の薄層。粘土シームをかんでいるのが普通で溶解作用で開口を生じている。この層は貯水池斜面に露出していて、その位置はダムからおよそ 1km 以内で、1960 年および 1963 年に起こった地這り物質中にふくまれている (図-2, B-B 断面)。

d) 前期白亜紀 砂岩質石灰岩および粘土岩の層をはさんだ白色石灰岩で、厚さは薄いものから中程度まである。石灰岩の溶解により開口している。主に左岸壁と地這りの扇状上部に露出している。また 1960 年および 1963 年の地這り物質中にもふくまれている (図-2, B-B 断面)。

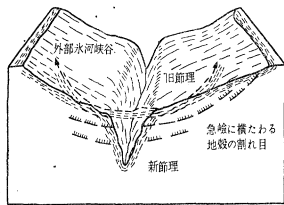
e) 後期白亜紀 赤色泥灰岩の薄層で、淡赤色石灰岩の薄層との互層である。1ヵ所灰色粘土質砂岩をふくんだ灰色に近い泥灰岩部分がある。この層は貯水池左岸上部および河床に露出しており、1963 年の地這り面に大きな関係がある (図-2, B-B 断面)。

f) 氷河堆積物 (氷河紀) 大小不規則な礫で、砂とシルトが混った石灰岩が主である。氷河谷の河床に氷堆石が堆積し残ったもので、谷の外側の基盤を薄くおおっていて、1960 年および 1963 年の地這り物質中にふくまれている。

g) 地這り堆積物 (現在) 崖錐、斜面流下物および古い地這りによる堆積物で不規則な塊である。谷の内側および外側の基盤をさまざまな厚味でおおっていて、1963 年の地這り物質にふくまれている。

Vaiont 地区の山は褶曲して若いので、岩盤を変形しようとする地殻応力を持っていた。さらに局所的な褶曲とか傾斜などによってブロック状の岩塊が形成されている。図-3 に示すように、峡谷の外側では解放節理が発

図-3 Vaiont 峡谷のスケッチ



達し、破砕帯や層状化した弱い岩盤の厚さが 100~150 m で、その下部がいわゆる自然の平衡応力状態の岩である。深く切れ込んだ峡谷の内側はダム工事中に確認されたように、侵食作用によって生じた河川と平行な解放節理を生じている。この二組の開放節理が内側峡谷の上部で重なり合っているため、扇状の谷壁は、この部分で非常に不安定となり安定な傾斜面を求めてクリープしがちである。

10 月 9 日の地這りの原因は、以上述べてきた地質条

件から生じたつぎのような悪条件によるものと考えられる。

1) Toc 山北側斜面の露頭の岩塊が急傾斜していて、変形して摩擦結合力が弱まっていた。

2) 峡谷を北に向う岩床の傾斜が急で、その先端は一度平坦になるが、その先でさらに急な峡谷に落ち込んでいるため、地這りに対する抵抗力がない状態であった。

3) 岩塊は元来弱く、せん断抵抗が弱く層状をなしている、粘土層などの貫入もあった。

4) 内側峡谷の急しゅんな岩壁は強力な重力作用を提供し、粘弾性的あるいは重力によるクリープや滑動の因をなしている。

5) 半円形をした傾斜状態のため、重力作用による変形が鉢状の限られた範囲に生ずる。

6) 地下水の循環による石灰溶解作用が古来より続いていたので、地下では管状の開口、空洞および節理などが発達した。上部 Malm 層斜面には吸込み孔すら生じた。これらによって地下水が再貯留され、岩盤の着着力は弱まり、揚圧力を生じ岩盤内の滑りを容易にした。

7) 谷の内部と外部との結合部の開放節理により谷上部全体は不安定な岩塊を形成していた。

8) 10 月 9 日前約 2 週間の豪雨で地下水面上った。

9) この雨により本来地下水位上方の岩盤の密度が増大し、全体のせん断抵抗は低下し、揚圧力が増大し滑動しやすい状態となった。

10) 岩床が鉢状をなしていたため、地下水が閉そくされる結果となった。また粘土挟雑物もこの傾向を助長した。

11) 1961 年のボーリング孔から、粘土質シームと小さな滑り面とが報告されている。また 1960 年におきた地這りの上端近くに掘ったボーリング孔は、その後閉そくしせん断されてしまっている。すなわち重力作用的なクリープは 1960 年以後、むしろそれ以前から続いていた。

このような条件の所に貯水池ができたため、図-2 の三角形をした地山マス全体の地下水位が上昇した。貯水池水位は 1963 年 4 月以前は EL. 680 に保たれていたが、その後水位が 10 m ほど上昇してから 5 ヶ月後すなわち 9 月になって地這り地域のクリープ速度がました。この現象によってつぎの 3 点を説明し得るのではなからうか。

1) 本来の岩盤マスの強度と内部応力の微妙な平衡関係がくずされ静水圧が高まった。

2) 10 月初頭の降雨により 1) と同様の現象を生じた。

3) 1961 年~1963 年の水位 EL. 680 のもとでは、地下水の浸透量は極大量には達していなかったのが、1963 年 9 月になって極大量に達し、クリープを加速し

た。

地じりの直接原因は、岩盤内部応力の増大と岩塊の強度が全体として低下したことであることは明らかである。特に泥灰岩と石灰岩との薄い互層からなる上流側の扇形の部分ではこのことがいえる。実際の崩落は地下水の急増が発端となって岩塊の密度が変化し、揚圧力と膨張力とが本来の弱面沿いに増大したことで重力作用的ににりやすい地質状況とが結びついて生じたものである。

事故の状況は諸報道によって衆知されているとおりで、本文で特に参考になると思われるのは、事故前約1ヵ月間にわたって地じり地帯で観測されていたクリープ速度のデータである(表-1)。

表-1

月 日	クリープ速度	クリープの形式
6月18日~24日	1 cm/day	一時クリープ
" 25日~10月1日	10~20 cm/day	準粘性クリープ
10月 2日~ " 7日	20~40 cm/day	" "
10月 8日	40 cm	破壊クリープ
10月 9日	80 cm (破壊前)	" "

(北原 義浩)

海岸地下水における塩淡境界面の挙動

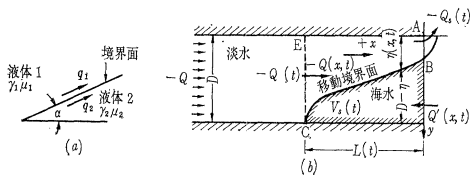
"Moving Interface in Coastal Aquifers"

Bear, J. and Dagan, G.

Proc. of A.S.C.E., HY, Vol. 90, No.4, pp. 193~216, July (1964)

海岸被圧滞水層内に淡水の流出量が急変した場合の非定常な境界面の動きを、境界面に沿う流量 $Q(x, t)$ を仮定することにより近似的に解いたものである。結果は、Hele-Shaw model による実験と比較検討されている。

図-1 移動する境界面の概略図



滞水層の本質的な浸透係数を K とすれば、Darcy's Law により境界面の形は

$$\sin \alpha = \frac{\mu_2 q_2 - \mu_1 q_1}{K(r_2 - r_1)} \dots \dots \dots (1)$$

で表わされる。Dupuet の仮定を用い、また $\mu_1 = \mu_2, n$ を有効空げき率とすれば、式(1)と連続性より

$$\frac{\partial \eta}{\partial X} = \frac{Q_L}{K'(D - \eta)} - \frac{Q}{K'} \frac{D}{\eta(D - \eta)} \dots \dots \dots (2)$$

$$n \frac{d}{dt} \int_0^D \times d\eta = Q_{L_f} - Q_s \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{ただし } K' = \frac{K}{\mu} (r_2 - r_1)$$

が得られる。また流量は $+X$ 方向を正とする。未知量と考えられるものは、 η と淡水の海への流出量 $Q_s(t) \equiv Q(0, t)$ であり、解法は、①ある分布を仮定する $Q = Q(Q_s, Q_L, \eta)$, ② $X = X(Q_s, Q_L, \eta)$ をうため式(2)を解く、③この結果を式(3)に代入して $Q_s = Q_s(t)$ に関して解く、という順である。

a) 第1近似解 $t=0$ の瞬間に淡水の流入が $-Q_L$ から $-Q_{L_f}$ に変化したとする。 $-Q_s(t)$ の値は $-Q_L$ から $-Q_{L_f}$ に徐々に変化して新たな平衡に達するが、この際にはいかなるときにも Q が η に比例して変化すると仮定するのである(図-2参照)。境界は定常の場合と同じく放物線であるが、 Q_s の変動に応じて異なる曲線が得られる。

b) 第2近似解 実際には第1近似で述べられたような急激な変化は起きないで、図-2(a)に点線で示されたような関係を有す。したがって第2近似においては、図-3(a)で $t > 0$ に対し示されるような折れ線で近似させた。ここで a は後に決定される定数である。

図-2 $Q = Q(\eta, t)$ の第1近似と得られた境界面

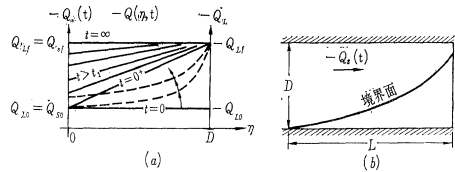
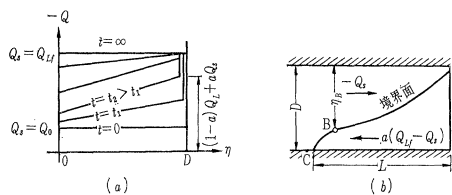


図-3 $Q = Q(\eta, t)$ の第2近似と得られた境界面



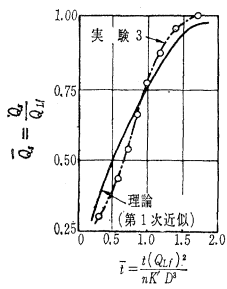
第2近似解では、変曲点Bの存在がいわれ、実験でも内陸方向へ境界面が動く際には変曲点が存する。また、この点の測定結果より $a=0.1$ としてよいことがわかる。

一方 Harleman と Rumer は $Q_{L_f} = 0$ の場合の先端の動きについて近似式をえているが、本論における第1・第2近似解は、ともにこれと相似な形を得るが、係数が違っている。

実験はつぎの4つの流れの型の下に行なわれた。

- (1) $Q_{L_0} < 0; Q_{L_f} < 0; |Q_{L_f}| > |Q_{L_0}|$ 実験 3
- (2) $Q_{L_0} < 0; Q_{L_f} < 0; |Q_{L_f}| < |Q_{L_0}|$ 実験 2
- (3) $Q_{L_0} < 0; Q_{L_f} = 0$ 実験 1
- (4) $Q_{L_0} < 0; Q_{L_0} > 0$ 実験 4,5

図-4 後退する境界面による海への流出量の変化



これより、いずれの場合も海への流出量 $Q_s(t)$ は十分大きいことが必要であり、第1近似解は、淡水の流出が増して境界が後退する場合のみに適用でき、第2近似解は、境界が進行する場合をよく表わし得ることがいえる。また後退する場合は第2近似解はほとんど役に立たないので言及しないと述べられている。 $Q_s(t)$ は、直接測定できないので記録された境界面の形状より間接的に求められている。 $Q_{L_f}=0$ の場合の先端の動きについては図-6に示される。 $\eta/D=0.85$ の場合は、HarlemanとRumerの結果が近似的に成立するようであるが、これはさらに実験が必要であろう。

図-5 進行する境界面による海への流出量の変化

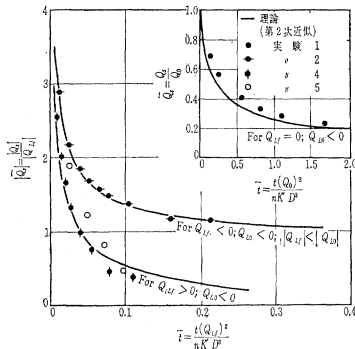
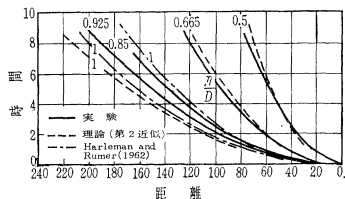


図-6 境界面の動き 実験1 (淡水の流入停止)



本論文における方法は、揚水量と海水の侵入域の動きの関係を抑え得るので、海岸地帯の地下水開発には有用であると思われる。

(玉井 伸往)

有孔質内の流れの特性

“Turbulent Flow in Porous Media”
Ward, J.C.
Proc. of A.S.C.E., HY, Vol. 90, No.5, pp.1~31, September (1964)

この論文は有孔質内の層流および乱流の両方に適用で

きる公式を提案したものである。

M. Muskat は、有孔質内の乱流に対して次式を提案している。

$$dP/dl = aV + bV^2 \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 dP/dl は圧力勾配 (M/T^2L^2)、 V は平均の流速 (L/T)、 $a, (M/TL^3)$ 、 $b, (ML^4)$ は定数である。

次元的に有孔質内の層流、乱流両方に適用し得る公式は次式で表わされるはずである。

$$dP/dl = \phi(V, k, \rho, \mu) \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 k は有孔質の透水係数 (L^2)、 e は流体の密度 (M/L^3)、 μ は粘性 (M/LT) を表わす。よって次元間の関係は、

$$[dP/dl] = [V^W \cdot k^X \cdot e^Y \cdot \mu^Z] \dots\dots\dots(3)$$

これより

$$[ML^{-2}T^{-2}] = [M^Y \cdot L^{W+2X-2Y-Z} \cdot T^{-W-Z}] \dots\dots\dots(4)$$

X, Y, Z を W で表わし式(2)に代入する。それと式(1)とより

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dl} &= \sum_{W=1}^2 C_w V^W \cdot k^{W-3/2} \cdot e^{W-1} \cdot \mu^{2-W} \\ &= C_1 \frac{\mu V}{k} + C_2 \frac{eV^2}{k^{1/2}} \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

になる。ここに C_w, C_1, C_2 は無次元の定数である。

一方、ダルシーの法則は有孔質内の層流に適用され、

$$dP/dl = \mu V/k \dots\dots\dots(6)$$

で表わされる。低流速の場合は式(5)と式(6)とは等しくなり、式(5)の右辺第2項は無視される、よって $C_1=1$ となる。そこで $C_2=C$ とおくと、式(5)は、

$$dP/dl = \mu V/k + CeV^2/k^{1/2} \dots\dots\dots(7)$$

となる。 C はすべての有孔質に対して同じ値をとる無次元の定数である。

式(7)において、第2項の第1項に対する比をとると、

$$CVk^{1/2}e/\mu = CR_k \dots\dots\dots(8)$$

すなわち

$$R_k = Vk^{1/2}e/\mu \dots\dots\dots(9)$$

となる。ここに、 R_k は有孔質に対する Reynolds 数である。

有孔質の透水係数を求めるために、式(7)を k について解くと、

$$k = \left[\frac{CeV^2 \pm \sqrt{C^2e^2V^4 + 4\mu V dP/dl}}{2 dP/dl} \right]^2 \dots\dots(10)$$

となる。低流速に対して、式(6)を k について解くと、

$$k = \mu V/(dP/dl) \dots\dots\dots(11)$$

となり、高流速に対して式(7)は

$$dP/dl = CeV^2/k^{1/2} \dots\dots\dots(12)$$

これより、 k は $k = \left[\frac{CeV^2}{dP/dl} \right]^2 \dots\dots\dots(13)$

となる。低流速に対して式(10)および式(11)、高流速に

対して式(10)および式(13)が等しくなければならないから、式(12)は、

$$k = \left[\frac{CeV^2 + \sqrt{C^2e^2V^4 + 4\mu V dP/dl}}{2dP/dl} \right]^2 \quad (14)$$

となる。

いま、有孔質に対する無次元の Fanning の摩擦係数 f_k を

$$f_k = dP/dl \cdot \sqrt{k} / V^2 e \quad \dots\dots\dots(15)$$

で定義すると、式(6) (ダルシーの法則) は

$$f_k = 1/R_k \quad \dots\dots\dots(16)$$

式(7)は、

$$f_k = 1/R_k + C \quad \dots\dots\dots(17)$$

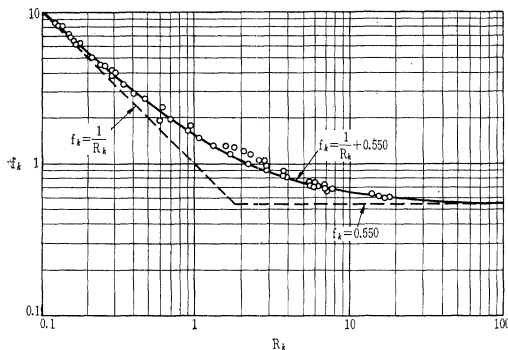
式(12)は、

$$f_k = C \quad \dots\dots\dots(18)$$

と表わせる。

上述の理論にもとづいて実験が行なわれた。有孔質として、ガラス玉、イオン交換樹脂、砂、礫、無煙炭、粒状活性炭素が用いられた。各有孔質に対して k が求められそれによって計算された C の値は 0.550 ± 0.024 になった。実験値および、式(16)、(17)、(18)を図-1に示

図-1



す。図は、実験値と公式が良く一致し、層流と乱流の遷移領域はなめらかであることを示している。

結局、結論としてつぎのことがいえる。すなわち、有孔質内の層流および乱流の両方に適用できる次式を提案したこと、

$$\frac{dP}{dl} = \frac{\mu V}{k} + \frac{0.55 e V^2}{k^{0.75}} \quad \dots\dots\dots(19)$$

有孔質の透水係数は次式で表わされること、

$$k = \left[\frac{0.550 e V^2 + \sqrt{0.302 e^2 V^4 + 4 \mu V \frac{dP}{dl}}}{2 dP/dl} \right]^2 \quad \dots\dots\dots(20)$$

および、式(9)で示される Reynolds 数は有孔質内の流れの特性を論ずるのに適当であること、である。

なお、1964年2月号に抄録された“乱流状態における浸透流” “Laminar and Turbulent Flow Water Thro-

ugh Sand” by Anandalcrishnan, M., Varadarajulu G.H., が類似のテーマで取り上げている。

(委員 佐久間 襄)

ハンブルグの総合的都市交通運営の例

“Hamburg Model of Co-ordinated Urban Transport”

Hellewell, D.S.

Modern Railways, pp. 172-177, September (1964)

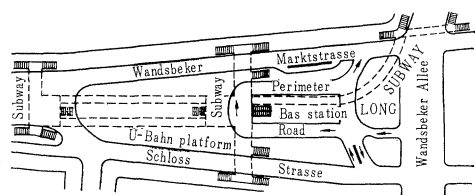
ハンブルクは人口約190万人で西ドイツ最大の都市であるが、1937年市制発足以来、同市の各運輸機関は統合され、半公共の会社であるハンブルク高架鉄道KK (H.H.A.)によって運営されている。H.H.A.は路面電車、バス、地下鉄(U-Bahn)、アルスター湖のボートなどを経営し、さらに急行電車(S-Bahn)を運営しているドイツ連邦鉄道およびエルベフェリーを運営している会社とも密接に協定している。

1955年に都市交通問題に対して積極の方策をたて、路面電車の地下鉄化および路面電車をバスルートにおきかえたり、さらに地下鉄の主要駅に接続して普通バスおよび急行バスを郊外へ向って運行させ、通勤者が自分の自動車で通勤するより公共交通機関を利用する方がより快適であり、かつ財政的にも魅力があるように計画している。

地下鉄とバスとの乗換駅として最初に完成されたのはWandsbek Markt駅である。Wandsbek Marktの地下鉄駅は島式ホームで、ホームから直接地表のバス乗場へ通じるようにエスカレータが設置されている。バス乗場は長方形で長さ348ft、幅95ftあり、中央の一段と高くなった所にバスの出発指令室がある。さらに待合室および売店もある。バスは長方形の三辺に歩道に沿って停車するようになっており、そこは全部屋根でおおわれている。地下鉄からこないでバスに乗ろうとする乗客は、路面から地下道を通りバスの停留所へ行かねばならない(図-1)。

ハンブルクの中心部から電車できて、バスに乗る乗客は最初の乗車駅で目的地までのキップを買い、改札口ではそれを見せるだけで通過する。これは逆方向の場合も同様で、バスの運転手は(ハンブルクのバスはすべてワ

図-1 Wandsbek Markt駅のレイアウト



ンマンカーである) 通しキップを発行する。

鉄道とバスの接続は、バスの出発指令員によって確実に保たれている。バス停留所の上にある指令室では、鉄道のホームの状況、電車の動きなどすべてがわかるようになっており、指令員は到着電車に接続すべきバスの出発を指令できるようになっている。バス停留所には天井からシグナルボックスが取り付けられており、指令員の操作で、乗客への案内およびバスの運転手への指令などいっさいが行なわれている。運転手に対する信号は三つあり、時刻表どおりに「出発せよ」という信号、接近してくる電車に接続させるために待たせておく「待て」という信号、さらに電車が遅れた場合とか、バスの乗客が多くてバスを重発させることが必要だと判断されたときに出す「ただちに出発せよ」という信号である。

現在 H.H.A. によって二つのバス組織が運営されている。一つは普通バスで、停留所も多く、地下鉄駅および急行電車站と郊外とを結んでいる。もう一つは急行バスで、これは停留所も数が制限されており、そのルートは市の中心部を横断し、主要地下鉄駅と接続して郊外へと通じている。普通バスは車体が赤とクリーム色に塗装されており、急行バスはこれと区別するためにピンクと白色に塗装されている。

その他この文献には、ハンブルクにおける 1925 年以来的地下鉄車両の発展段階が記してあり、現在地下鉄に配属されている最新の車両は、デザインも良く、高性能の加速および減速が可能な DT 2 型であるということが記してある。この車両は 2 両ユニットで、全体の長さは 88 ft で重量は 38 1/2 t あり、1950 年のものより 14 t も軽くなっている。

また、地下鉄の駅の最近の傾向として、ターミナル駅以外は一人の駅務員によって客扱いが行なわれているために、相対式ホームよりも島式ホームの方が多くなっているということ、さらに地下鉄の最近の状況などが述べられている。

(委員 塚田 正弘)

交通流を流体と考えた場合 の挟さく部の影響

“Travel Times Through Shock Waves”
Operational Research Quarterly, Vol. 15, No.
2, June (1964)

交通流を圧縮性のある流体と考えて道路の挟さく部における交通現象を解析する方法が試みられている。

流体の連続性から単位時間当たり交通量 $q(x, t)$ と密度 $k(x, t)$ とは通常の連続方程式を満足する。

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

一方比較的に密度が高い場合には、速度 $v(x, t)$ は密

度のみの関数と考えられているので、 $q(x, t) = k(x, t)v(x, t)$ もまた密度のみの関数である。ゆえに式(1)は書き換えられて

$$u(k) \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

ただし $u(k)$ は dq/dk で衝撃波の速度になる。また t の時点に 2 点 x, y の間に存在する車の台数は、 y 点において x から y に到達する所要時間 $T(x, y, t)$ の間に観測できる通過台数に等しいので

$$\int_x^y k(r, t) dr = \int_t^{t+T(x, y, t)} q(y, s) ds \dots\dots\dots(3)$$

いま挟さく部で交通量が一時的に交通容量 C を越えると衝撃波を生じて密度の高い待ち行列を生じ、その中では速度が落ちる。行列の外での速度は $v_f =$ 一定とし行列の中の密度は $\bar{k} =$ 一定とする。すなわち x の位置によって

$$k(x, t) = v_f^{-1} q(x, t) \quad (x \text{ が行列の外}) \dots\dots(4)$$

$$= \bar{k} \quad (x \text{ が行列の中})$$

また

$$q(x, t) = q(0, t - v_f^{-1}x) = q(t - v_f^{-1}x) \quad (x \text{ が行列の外})$$

$$= C \quad (x \text{ が行列の内}) \dots\dots\dots(5)$$

t の時点での衝撃波の位置を $x(t)$ とすると式(4), (5)から

$$x(t) = \frac{C(t - t_0) - [Q(t) - Q(t_0)]}{\bar{k} - k(t)}$$

$$+ \frac{\bar{k} - k(t_0)}{\bar{k} - k(t)} y \quad t \geq t_0 \dots\dots\dots(6)$$

を得る。 $Q(t) = \int_0^t q(t) dt$ である。この式の第 1 項の分子は待ち行列の長さとして解される。

つぎに 図-1 で、 $x=0$ から y までの所要時間を考えると総所要時間=衝撃波までの時間や衝撃波の中での時間である。式(4)を式(3)に代入して

$$T(0, y, t) = C^{-1} \left\{ \int_0^{x(t)} v_f^{-1} q(t - uv) v_f^{-1} du + \int_{x(t)}^y \bar{k} du \right\}$$

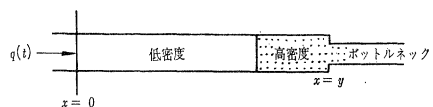
$$= C^{-1} \{ Q(t) - Q(t - v_f^{-1}x(t)) + \bar{k}(y - x(t)) \} \dots\dots\dots(7)$$

v_f^{-2} にくらべて無視できる項をはぶき $\eta(t)k(t)/\bar{k} < 1$ として

$$T(0, y, t) = C^{-1} \bar{k} [y - x(t) + \eta(t)x(t)] \quad t \geq t_0 \dots\dots(8)$$

を得る。

図-1 衝撃波の位置



このようにして密度と単位時間交通量の時間による変化がわかっている場合には、挟さく部を通るための所要時間を予測することが可能である。(委員 藤田 大二)