

今月は論文集第 114 号 (40 年 2 月発行) 登載予定論文としてつぎの 4 編を紹介いたします。なお、次号では第 115 号 (40 年 3 月発行) として下記の 3 編を紹介する予定です。
 吉村虎蔵・平井一男：補剛アーチ橋およびつり橋の動的共通試験
 河野通之・松本嘉司：新幹線標準ラーメン高架橋の設計について
 西田耕之助：ガス クロマト グラフによる大気汚染物測定に関する研究

円弧部材に対するたわみ角式とそのモーメント分配法について

山 本 宏

1. 緒 言

従来、構造物は主として直線材の組み合わせによって構成されてきた。したがって、古来このような構造に関しては、弾性力学の範囲内で研究が進められ、とくに、戦後いちじるしい発展をみせた電子計算機の利用によって、現在では、複雑な構造でも、立体解析も一応できるようになっている。

一方、戦後構造物の形態はかなり自由なものとなり、土木構造物・建築構造物ともに従来直線材を用いていたところでも、適宜湾曲させているようである。曲面構造のものは、この際は別問題となるが、曲線橋・建築ラーメン (とくにコーナー部分のはりなど) ・鉄骨シェル等々随所に曲線材がみられる。

曲線材が、その軸面内の荷重をうける場合については九州大学 村上 正教授の研究がある*。

また、曲線材が軸面に直角な荷重をうける場合の解析は、1914 年に、Gibson, Ritchie が “A Study on the Circular-Arc Bow-Girder” なる研究を行なっているが、これでは、両端固定の円弧ばりが取り扱われている。1950 年になって、Swida が “Berechnung eines statisch unbestimmt gestützten und senkrecht zu seiner Ebene beliebig belasteten geschlossenen Kreisringes”, さらに 1953 年に, “zur Statik des Kreiringträgers” を発表している。この両論文は、いずれも円弧ばりの 3 連モーメント式を誘導している。

本論文においては、軸面に直角な荷重をうける円弧ばりを取りあげ、これをエネルギー法により解析し、直線

* “Studies on the slope-deflection method” Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, Vol. XIV, No. 1.

材におけるたわみ角式に相当する一種の修正たわみ角式とも称すべき式を誘導する。この場合、式の誘導にあたっては、直線材のものと同様な用語・記号を極力用いることとし、円弧材のみならず、直線材との併用により構成される構造物へも適用できるようにした。ただし、ここで取り扱うはりは、支点において、その沈下とたわみ角は生ずるが、ねじり角は生じないように支持されたものと、固定支持されたものの 2 種とする。

たわみ角式が判明すれば、これをもとにしてモーメント分配法が可能となる。これも直線材との併用になる構造にも適用できるように、用語・記号等直線材のものとの関連を考えた。直線材の場合と同じ考えで計算をすればよい。

円弧ばりの場合のたわみ角式が直線材のもの異なる最も大きい点は、円弧ばりが荷重によってねじりの作用をうけるために、直線材のものが、係数として 1 および 2 をとったのに対し、円弧材の場合には、その幾何学的形状と材料の機械的性質とによってきまる係数となることである。したがって、モーメント分配法の分割率・伝達率その他の係数もまた個々の円弧ばりによってきまる数値をとる。

2. 理 論

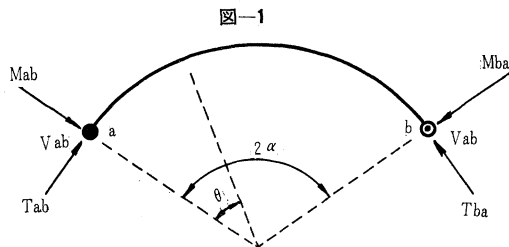
(1) 記号：記号および符号などは、直線材のたわみ角式で慣用されているものによる。たとえば、 $M \cdot T \cdot V$ はそれぞれ曲げモーメント・ねじりモーメントおよび端せん断力であるなどである (図-1 参照、図示の場合を正とする。)

また $\lambda = EI/GJ$ (EI : 曲げ剛度, GJ : ねじり剛度) である。

(2) 式の誘導に際しては、つぎの仮定を行なう。

- ① 部材は等断面である。
- ② 水平方向の変位は無視し、垂直方向の変位のみを考える。
- ③ せん断力および軸力の影響は無視する。

(3) 円弧材に対するたわみ角式：部材端に曲げモーメントとねじりモーメントを 図-1 のようにうける円弧材で、つりあい条件式を用いて、任意点の M および T は、



$$\left. \begin{aligned} M &= M_{ab} (\cos \theta - \cot 2\alpha \cdot \sin \theta) \\ &\quad - M_{ba} (\operatorname{cosec} 2\alpha \cdot \sin \theta) \\ T &= M_{ab} (\sin \theta + \cot 2\alpha \cdot \cos \theta) \\ &\quad + M_{ba} (\operatorname{cosec} 2\alpha \cdot \cos \theta) + V_{ab} r \end{aligned} \right\} (1)$$

つぎに、ひずみエネルギーは、材質・断面一定の円弧材の場合には、

$$U = \int \frac{M^2}{2EI} ds + \int \frac{T^2}{2GJ} ds \\ = \frac{r}{2EI} \int M^2 d\theta + \frac{r}{2GJ} \int T^2 d\theta$$

これより接線角は、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ab} &= \frac{r}{EI} \int M \cdot \frac{\partial M}{\partial M_{ab}} d\theta + \frac{r}{GJ} \int T \cdot \frac{\partial T}{\partial M_{ab}} d\theta \\ \tau_{ba} &= \frac{r}{EI} \int M \cdot \frac{\partial M}{\partial M_{ba}} d\theta + \frac{r}{GJ} \int T \cdot \frac{\partial T}{\partial M_{ba}} d\theta \end{aligned} \right\} (2)$$

で求められる。また、支点沈下が0であるとすれば、

$$\frac{r}{EI} \int M \cdot \frac{\partial M}{\partial V_{ab}} d\theta + \frac{r}{GJ} \int T \cdot \frac{\partial T}{\partial V_{ab}} d\theta = 0 \dots (3)$$

が成立しなければならない。

式(3)に(1)を代入すれば

$$V_{ab} = -\frac{M_{ab} + M_{ba}}{2\alpha r} \dots \dots \dots (4)$$

また式(2)より、

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= \frac{EI}{2\alpha r} [k_1' \tau_{ab} + k_2' \tau_{ba}] \\ M_{ba} &= \frac{EI}{2\alpha r} [k_2' \tau_{ab} + k_1' \tau_{ba}] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

支点沈下のある場合には、接線角はたわみ角と部材角の差で表わされるから式(5)は(6)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= K_{ab} [k_1 \varphi_a + k_2 \varphi_b + k_3 \psi_{ab}] \\ M_{ba} &= K_{ab} [k_2 \varphi_a + k_1 \varphi_b + k_3 \psi_{ab}] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

式(6)は、直線材の場合のいわゆる実用たわみ角式の形で求めたものである。直線材の場合、 $\varphi_a \cdot \varphi_b \cdot \psi_{ab}$ の係数は1または2であるが、曲線材では、その幾何学的形状と曲げ剛性・ねじり剛性によってきまる $k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$ となる。

さらに、部材中間に集中荷重・分布荷重などが作用する場合には、部材両端が固定でかつ材端の移動のない場合を考えて、これの影響をつけたせよ。

したがって、式(6)の右辺に、中間荷重による a 端・ b 端への影響を加えたものが、円弧材に対するたわみ角式となる。曲げモーメントが求れば、ねじりモーメントはつりあい式より計算することができる。

たわみ角式が求まれば、つぎにモーメント分配法を考えることができる。直線材と曲線材の場合とでは、たわみ角式の係数に違いが表われるのでモーメント分配法も、その分割率・伝達率なども異なったものとなる。たとえば、直線材の場合には、固定端へのモーメントの伝達

は、加えられたモーメントの1/2であるが、円弧材の場合には、 k_2/k_1 となるなどである。(1963.4.10・受付)

[筆者：正会員 三菱重工業KK 広島研究所]

鋼薄肉長方形断面のねじれ実験 および理論的検討

島田 静雄

SS 41 と SM 50 A の二種の鋼で、板厚 6.4 mm, 幅 21 cm, 高さは 21 cm から 66 cm の大きさに至る種々の長方形断面の試験体を計 29 本製作し、これに純ねじりを加えて実験した。試験体の長さは 1.75 m である。

耐荷トルクは鋼板のせん断応力度が降伏点に達した時にきまり板厚にくらべて板幅が大きい時には板の座屈できまる。座屈できまる限界の板厚/板幅比は、SS 41 で 1/72, SM 50 A で 1/58 であり、それぞれせん断応力度の降伏点は 1 450 kg/cm², 2 250 kg/cm² であった。

鋼材のせん断剛性係数は鋼板の応力とひずみの関係と見掛けのねじれ剛性の二つを比較した。

理論的な取り扱いを板の二次元応力の問題として扱ったが、これは、いわゆるシアラグといわれている問題と全く同じ取り扱いが行なわれることを示した。電子計算機により必要な定数を計算して数値を比較したところ、実験に使用した長方形断面では、その影響が小さいことがわかった。

(1963.6.20・受付)

[筆者：正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部]

くり返し応力を受けた締固め土の弾 性係数および降伏応力について

河上房義・小川正二

この論文は、締固め土の供試体に、ある回数(最大 100 000 回)までくり返して一軸圧縮応力を加えた後、応力制御の方法で、一軸および三軸圧縮試験を行ない、くり返し応力を受けている間の供試体の挙動を表わすようなレオロジー模型を定め、この模型の性質と圧縮試験における応力—ひずみ速度関係 ($\sigma - ds/dt$ 曲線) を比較して、土の弾性係数と降伏応力とを求める方法について述べ、さらに弾性係数と降伏応力とにおよぼす土質、含水比、締固め密度、くり返し応力度、載荷回数および圧縮試験中の側方拘束などの影響について述べたものである。

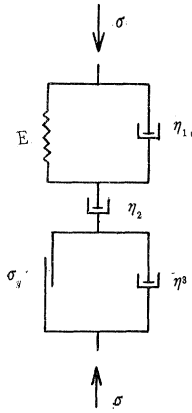
実験は、シルト質ローム、粘土および3種の粘土・砂混合土を用いて、含水比および密度の異なる供試体をつくり、これに数段階の応力を約 1.6 sec のサイクルで

1 000~100 000 回ずつくり返して载荷し、試験中の全ひずみおよび残留ひずみを測定した（供試体中の若干のものには 5~1 000 回の载荷を行なった）。つぎに所定のくり返し载荷をうけた後の供試体について、一定の応力速度で一軸および三軸圧縮試験を行ない、その $\sigma-d\epsilon/dt$ 関係を求めた。

くり返し载荷試験中の供試体を表わすように、図-1 のようなレオロジー模型を選ぶと、この模型が $d\sigma/dt = \dot{\sigma}$ なる一定の応力速度で圧縮される時のひずみ速度は式 (1) で表わされる。

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\dot{\sigma}}{E} \left(1 - e^{-E/\eta_1 \cdot \sigma/\dot{\sigma}} \right) + \frac{\sigma}{\eta_2} + \left[\frac{1}{\eta_3} (\sigma - \sigma_y)^n \right] \dots (1)$$

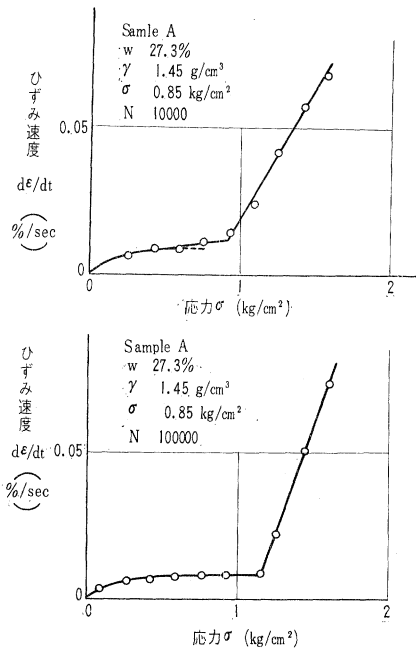
図-1 レオロジー模型



ただし [] 内の項は供試体が降伏した後に働く項である。

図-2 は実験の結果の一例を示したものであるが、くり返し応力を受けた後の供試体がある応力速度で圧縮した時の $\sigma-d\epsilon/dt$ 関係は、式 (1) に $n=1$ を入れた型の関係を示し、明確な降伏点（曲線の折点）を示し、降伏した後は Bingham 流動の形のひずみを生ずる。しかもくり返し载荷回数が増えると、図-1 の粘性係数は η_2 に ∞ 近づき、図-2 の $\sigma-d\epsilon/dt$ 曲線の始めの部分（折点より

図-2 くり返し応力を受けた締固め土の一軸圧縮試験における応力-ひずみ速度関係



前の部分) から弾性係数 $E (= \dot{\sigma} / d\epsilon/dt)$ を、また折点の横座標から降伏応力 σ_y が求められる。

このようにして求めたくり返し応力をつけた締固め土の弾性係数と降伏応力についてつぎのようなことがいえる。

(1) 降伏応力は、载荷回数とともに増大するが、ある载荷回数になると、くり返し応力に応じた限界値に近づく。 N 回のくり返し応力をうけた供試体の降伏応力 ($\sigma_{y,N}$) は次式で与えられる。

$$\sigma_{y,N} = A \exp f(N)$$

降伏応力は、くり返し応力度とともに変化するが、最大降伏応力を与えるくり返し応力度は、 $N=100 000$ の場合くり返し载荷をうけない供試体の一軸圧縮強さの 70~80% くらいである。

(2) 一般に弾性係数はくり返し応力度の小なるほど大きく、载荷回数が増すとその増加の割合はいちじるしくなる。しかしくり返し応力度がある値以上になると、载荷回数が増すにつれて、かえて弾性係数が低下することもある。さらに弾性係数は含水比が低いほど、あるいは密度の高いほど大きくなり、密度が高くなるとある極限値に近づく。

(3) 土質による弾性係数の差異は顕著でないが、降伏応力は砂含有量が多いほど小さくなる。これは降伏応力が細粒分、特にコロイド分の含有量によって大きく影響するが、弾性係数は粗粒子の周囲に造られる clay matrix に影響され、この実験の範囲では大きな差異を示さなかったものと考えられる。

(4) くり返し応力をうけた土の弾性変位係数、 $\sigma-d\epsilon/dt$ 関係から求めた弾性係数は、 $\sigma-\epsilon$ 関係から求めた初期接線係数など各種の弾性係数は、くり返し応力度が低いほど、また含水比が低いほど大きい。これらの変化の状態はそれぞれ類似の傾向を示している。

(5) くり返し载荷後に行なう三軸圧縮試験の際、周囲の拘束応力が大きくなると、くり返し载荷によって生じた硬化効果が失われ、弾性的挙動と塑性的挙動がほとんど同時に現われ、降伏応力は拘束応力が増すと大きくなる。

(6) 最大圧縮強度、降伏応力、硬化効果などくり返し応力度との関係から、急速荷重をくり返して受ける構造物の設計には、土の許容強さとして静的一軸圧縮強さより小さい値（一軸圧縮強さの 60% くらい）を基準にとることが必要であると考える。（1964.5.10・受付）

〔河上：正会員 工博 東北大学教授 工学部〕
〔小川：正会員 工修 東北大学助手 工学部〕

トンネルの支保工と覆工に関する研究

山本 元・高木 薫

トンネル構造物の機能について、従来わが国で一般に

認められた考え方としては、『トンネル工事における支保工は、トンネル掘削後、覆工をほどこす前に、地山の崩落を防ぎ、一時的に地山の外圧を支える仮設構造物である。コンクリート覆工は地山の全外力を最終的にまた永久的に支えていく主要な永久構造物である』としている。したがって、土荷重をいくらにとるか、コンクリート覆工の巻厚をいくらにするか、コンクリート覆工の施工をどうするか、などが主要な設計上の関心事項であり支保工は仮設構造物であるということから、重要な設計対象とはならなかった。

われわれは、鋼支保工がコンクリート覆工の中に埋め込まれるようになった近來のトンネル工事の実態から考えて見ると、従来の考え方は、急激に変化した工事の実情と要求にもはや合致しなくなってきたので、つぎのような新しい考え方を持つようになった。

「鋼アーチ支保工は、トンネル掘削後、地山の崩落を防ぎ外圧を支えて一時トンネルを保持する仮設物としての働きをするばかりでなく、コンクリート覆工を完成した後も長期にわたって、すべての外力をひきつづいて恒久的に支えていく主要構造物である。コンクリート覆工は、地山の大きい外圧を支える主要な構造物ではなくなり、主としてトンネルの内張りとして、落石ろう水を防ぎ、岩盤および鋼支保工の保護補強と風化防止などの役割りをうけもつ補助的構造物となった。」

この論文の前半では、トンネル工事の発達史をたどり、過去のトンネル工事報告を調査し、現行のトンネル工事の実態を研究して、普通の岩トンネルの場合（無支保または木支保のトンネルや、膨張性地質や土のトンネルを除く）には、上述の新しい考え方が当然の帰結として導き出されることを説明した。

この論文の後半では、国道の新設トンネル(中野第一)において、工事の始めから終りまでと完成後もひきつづいて(1962年9月～1963年12月)、掘削、支保工、覆工の関係について総合的な現場実測調査を行ない、これらの変状調査、変位測量、ひずみ測定などの解析からつ

ぎの結論を得た。

(1) 現場実測調査の解析の結果は新しい考え方が基本的に正しいことを示した。

(2) 鋼支保工の働き方については、その形ばかりでなくそのまわりの支持拘束の状態が強く関係する。

(3) 鋼支保工のひずみと応力については、施工時の当初の荷重と構造物の設置されたまわりの状態とが最も重要な関係にあるが、その後の変化は比較的小さく、温度変化がその主要な根源である。

(4) トンネル荷重については、施工時の荷重が最も重要で主要なるものであり、トンネル完成後はほとんど大きい変化はなくそのままひきつがれていくものである。

(5) 支保工の構造とそのまわりの支持拘束の状況が適切でない場合には、わずかな変化、わずかな荷重の増加が大きい変化、大きい荷重を誘発することがあり、このことが全面的破壊をもたらす原因となることもある。

これらの解析と結論の根拠となった調査記録およびそれらから導き出された図表(本文参照)などの主要なもののはつぎのとおりである。

- (1) 測定支保工の立込および掘削の実際
- (2) 測定作業日報
- (3) 写真(工事と調査)
- (4) 鋼支保工の変位測量記録
- (5) 鋼支保工のひずみ測定記録と計算表
- (6) 鋼支保工のひずみグラフ
- (7) コンクリート覆工のひずみ測定記録と計算表
- (8) コンクリート覆工のひずみグラフ
- (9) トンネルの掘削—支保工—覆工・応力変化の総合チャート

最後に、この新しい考え方および調査研究の結果をトンネル工事の設計と施工に適用することにより得られる利益のいくつかについて述べた。(1964.2.22・受付)

〔山本：正会員 建設省東北地建福島工事事務所長〕
〔高木：正会員 日本建設技術社常務取締役〕

コンクリート・ライブラリー第10号 構造用軽量骨材シンポジウム頒布中

本文は、最近特に注目を集めている軽量コンクリートについて各方面で行なわれている研究を集録した論文です。ぜひご一読下さるようおすすめ致します。

体 裁：B5判 96ページ 図・表・写真多数

定 価：500円(〒50円)

会員特価：400円(〒50円)

申 込 先：土木学会 振替東京 16828 番 電話 351-5130 (販売・編集直通)