

今月は論文集第 113 号 (40 年 1 月発行) 登載予定論文としてつぎの 4 編を紹介いたします。なお、次号では第 114 号 (40 年 2 月発行) として下記の 3 編を紹介する予定です。

山本 宏：曲線部材に対するたわみ角式とそのモーメント分配法について

島田静雄：鋼薄肉矩形断面のねじり実験および理論的検討

山本 元・高木 薫：トンネル支保工と覆工に関する研究

有効応力よりみた飽和粘土の一次元圧密と強度特性に関する研究

赤井浩一・足立紀尚

1. はしがき

一般に自然粘土層の圧密は、側方には変位しない条件のもとで生ずることが多い。このような場合側方応力は圧密の進行とともに減少し、その結果として主応力差が増大することになる。したがって厳密に一次元圧密の機構を理解するためには、内部応力の面に立ち入って研究を進める必要がある。

本文では、その前半において飽和粘土が排水のみならず、変位も鉛直方向に限られるような純粋な一次元圧密の機構を弾性理論に立って考察し、改良型三軸試験装置を用いて、このような一次元圧密中の側方応力の変化と過剰間げき水圧の挙動を実験的に調べ、この結果から有効応力の軌跡、体積変化と有効応力の関係ならびに沈下について考察した結果を述べる。後半では、上記の一次元圧密の履歴をもつ粘土の強度特性を調べるため、間げき水圧測定をとまう一連の圧密非排水せん断試験を実施した結果について述べる。

2. 理論的考察

粘土骨格を均質・等方な弾性体と仮定すると、各方向の有効応力 σ' とひずみ ϵ との間にはつぎの関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij}' &= \frac{3K_V - 2G}{3} \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \epsilon_{ij} \\ \delta_{ij} &= \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに K_V は体積弾性係数、 G はせん断弾性係数、 δ_{ij} は Kronecker の delta である。

標準圧密試験で再現されるような純粋の一次元圧密を考えると、側方変位の生じないという条件から $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ (ϵ_2, ϵ_3 は水平方向のひずみ) が求まる。

(1) 土圧係数について

上記の条件を式 (1) に適用すると、有効応力にもとづく静止土圧係数 K_0 がつぎのように求まる。

$$K_0 = \frac{\sigma_3'}{\sigma_1'} = \frac{\nu}{1-\nu} \dots\dots(2)$$

ここに ν はポアソン比である。すなわち弾性理論によると、静止土圧係数 K_0 は圧密期間を通じて一定であることが式 (2) よりわかる。

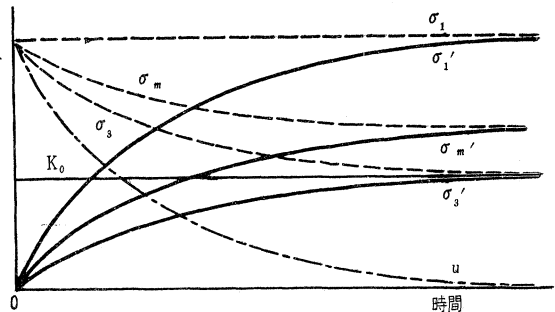
(2) 側方応力変化について

上記のように K_0 が一定であると仮定し、有効応力の概念と間げき水圧 u を導入することによって式 (2) から

$$\sigma_3 = K_0 \sigma_1 + (1 - K_0) u \dots\dots(3)$$

が求められる。この式から側方応力 σ_3 は間げき水圧 u と同様に時間と位置の関数であって、初期値 σ_1 から最終の $K_0 \sigma_1$ まで圧密の進行とともに減少する。したがって一次元圧密においては平均全応力 σ_m は初期の σ_1 から最終値 $(1 + 2K_0) \sigma_1 / 3$ まで減少することになる。ゆえに過剰間げき水圧の逸散は間げき水の流出のみならず、平均応力 σ_m の減少にもなって内部的に逸散が加速されるものと考えねばならない。図-1 には一次元圧密中の各方向の全応力 σ_1, σ_3 および σ_m 、有効応力 σ_1', σ_3' および間げき水圧 u の時間的変化を示してある。

図-1 一次元圧密中の各応力の時間的変化



(3) 一次元圧密の基礎方程式

一次元圧密においては、平均全応力 σ_m の減少にもなって、間げき水圧が内部的にも逸散が加速されるから、非定常熱伝導問題における熱源と類似の考えを導入する必要がある。z 軸を鉛直方向にとると、一次元圧密の基礎方程式はつぎのようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + R(z, t) \dots\dots(4)$$

ここに c_v は圧密係数、 $R(z, t)$ は平均全応力 σ_m の減少にもなう間げき圧の内部的減少割合である。

以上は粘土の構造骨格が微小変位を受ける弾性体と考えてきた。すなわち容積変化は平均有効応力のみに関係し、主応力差は形状変化のみに関与するとした。ところが実際には、粘土は主応力差によって容積変化を生ずる

というダイレイタンスーを示すことが知られている。したがって一次元圧密においては、間げき水圧は平均全応力 σ_m の減少により内部的に減少が促進されるが、一方同時に増大する主応力差によって逆に間げき水圧を発生することも考える必要がある。このように式 (4) の $R(z, t)$ は、 σ_m の減少と主応力差 ($\sigma_1 - \sigma_3$) の増加の双方による内部的变化割合として考える必要がある。

$$R(z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \{ \sigma_m + \sqrt{2} a (\sigma_1 - \sigma_3) \} \dots \dots (5)$$

ここに a は Hankel の提案による間げき圧係数である。 $R(z, t)$ の決定は一種の不静定問題であって、現在のところ実験値を用いる以外に方法がない。

(4) 強度特性

上記のような一次元圧密を受けた粘土においては、圧密圧力を p とすると、圧密終了時にすでに $p(1-K_0)$ の主応力差を受けている。非排水せん断時に新たに発生する間げき水圧について考えると、破壊時の強度は

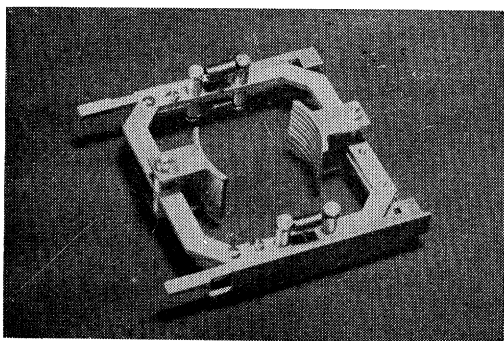
$$\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{p \sin \phi' \left[\frac{1}{3} (1+2K_0) + \sqrt{2} a (1-K_0) \right]}{1 + \left(2\sqrt{2} a - \frac{1}{3} \right) \sin \phi'} \dots \dots (6)$$

で求まることになるが、圧密時の応力履歴の差が有効せん断抵抗角 ϕ' と間げき圧係数 a に影響をおよぼさないと仮定すれば、強度は静止土圧係数 K_0 のみに関係することになる。

3. 実験試料および装置

飽和粘土供試体を直径 3.5 cm、高さ 3.5 cm または 8.0 cm の円筒形にして三軸セル内に水中セットする。このさい一次元圧密の場合、側圧の変化にかかわらず鉛直応力 σ_1 を一定に保つため、供試体と同径の載荷ピストンを有する三軸装置を用い、側圧の変化は自動平衡式記録計で自記させた。なお側方変位測定には図-2に示すバーニヤ型側方ひずみ計を用い、圧密中は供試体上面から排水し、間げき水圧はその底面から測定した。

図-2 側方ひずみ計



4. 実験方法および結果

まず等方圧密においては、所定の圧力における圧密時の排水量、鉛直方向変位、水平方向変位、間げき水圧を各時刻ごとに測定し、一方、一次元圧密では、側方変位が 0 に保たれるよう圧密の進行とともに側圧 σ_3 を減少させて、各測定項目について等方圧密と同様に行なった。

鉛直方向に排水する純粋の一次元圧密において、底面から測定した間げき水圧から、供試体全高にわたる平均間げき水圧を解析的に求め、その結果を用いて各時刻における平均的な有効応力を算出した。一次元圧密における静止土圧係数 K_0 で示すと、圧密初期の $K_0=1.0$ から終期の $K_0=0.45$ まで単調に減少することがわかる。

しかし 2. で述べたように、側圧 σ_3 は時間のみでなく位置の関数でもあるから、上記のような鉛直方向排水の実験では、変形が高さ方向に関して一様ではなくなる

図-3 一次元圧密における有効応力の経路

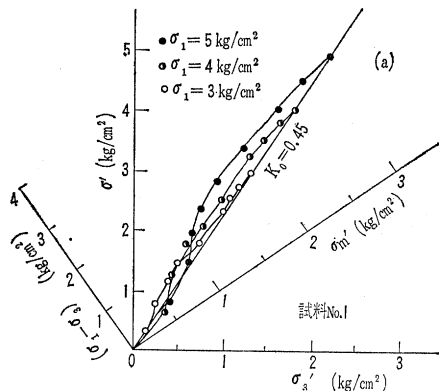
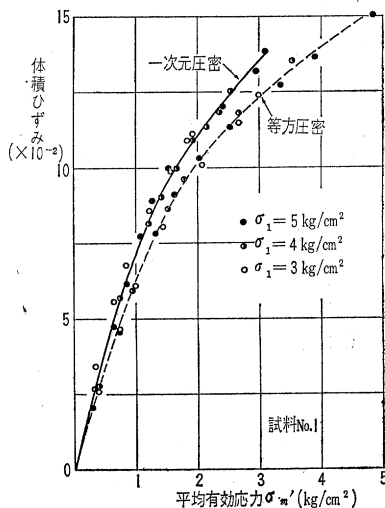


図-4 体積ひずみと平均有効応力の関係



ので、側方変位を供試体全高にわたり0に保つことはできない。そこでフィルター ストリップを用いて、水平方向にのみ排水する実験を行なった。ただしこの場合は、水平方向には応力が不等分布になることはやむをえないが、実際的にはサンド ドレーン工法に対応するものである。この実験で求められた有効応力の軌跡は図-3に示すとおりであって、圧密を通して K_0 はほぼ一定(0.40~0.45)といえる。図-4は平均有効応力 σ_m' と体積ひずみの関係を示しているが、同じ σ_m' に対して一次元圧密のほうが大きな値をとることは、先に述べた負のダイレイタンスによる体積ひずみが加算されていることを示している。図-5(a)は平均有効応力 σ_m' と各方向のひずみの関係を描いたものであるが、軸方向ひずみについては、一次元圧密の場合は等方圧密の場合の3倍ないし4倍の値となっていることがわかる。図-5(b)は一次元圧密時の鉛直ひずみ $\Delta h/h$ と σ_m' による $\Delta h/h$ との差を主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ に対して描いたものであり、この応力範囲では両者は直線関係にあることがわかる

図-5 (a) 各方向ひずみと有効応力の関係

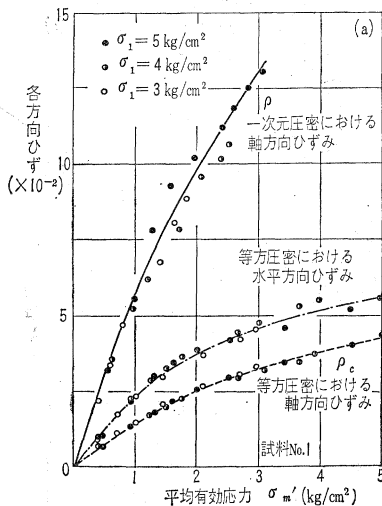
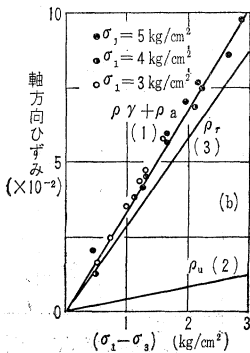


図-5 (b) 各方向ひずみと平均有効応力の関係



が、この鉛直方向の変形成分には図-4の2曲線の差として示されるダイレイタンスによる成分 ρ_d が含まれていることに注意すべきである。したがって一次元圧密における鉛直方向変位、すなわち沈下 ρ は σ_m' による圧密の鉛直方向成分 ρ_c (約30%)と純粋な変形の成分 ρ_r (60%)、および上述のダイレイタンスによる成分 ρ_d (10%)の和として生じていると考えられる。

図-6は非排水せん断試験時の有効応力の軌跡を示すものであり、等方圧密試料については $K_0 = 1.0$ 線上から、一次元圧密試料では $K_0 = 0.45$ の線上からせん断が開始することは自明である。この図から、異方応力履歴がせん断時のダイレイタンスに影響を与えるが、破壊包絡線には有意の差のないことがわかる。破壊時のモールの応力円から求めた有効せん断抵抗角 ϕ' についていえば、双方ともほぼ 32.5° となる。しかし破壊時の間げき圧係数 a_f については、異方応力履歴を受けた一次元圧密試料のほうが小さい。図-7は含水比と最大主応力の関係を示すものであるが、同一含水比については一次元圧密試料のほうが強度が大きいことが知られる。

図-6 せん断時の応力経路

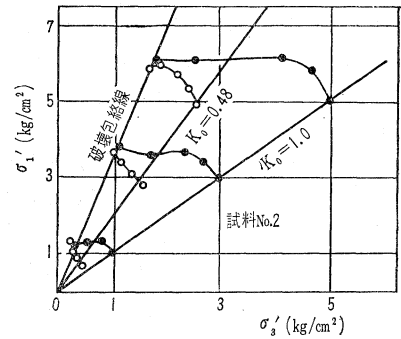
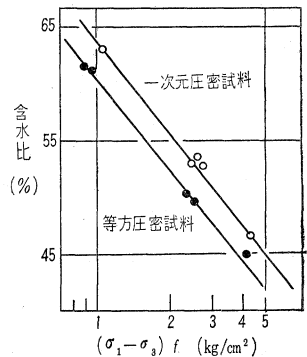


図-7 含水比と最大主応力の関係



この研究は自然堆積状態での粘土層の圧密とか、粘土層の厚さにくらべて載荷面が大きい場合あるいは比較的薄い粘土層が砂層の間か、砂層と岩盤の間にはさまれている場合にみられる一次元圧密の機構を有効応力の立場でより厳密に解明しようとして試みたものである。なお、水平方向に排水を行なう型の一次元圧密の実験的研究は、サンド ドレーンやカードボード ドレーンなどの地盤改良工法における圧密現象に対応しているものである。

(1964.6.11・受付)

赤井：正会員 工博 京都大学教授 工学部
足立：学生会員 京都大学大学院学生

エアレーションタンクにおける 気泡の挙動と流動

合田 健・宗宮 功

活性汚泥処理のエアレーションタンク中における散気泡の挙動や流動形態については、学術的な研究報告が少なく、ことに酸素供給能力と定量的に関係づけたものはきわめて乏しい。著者らは各種の実験を基礎としてこの定量的関係を検討したのであるが、この目的のためにエアレーションコラムと箱型の模型散気槽とを用いた。散気板から放出された気泡の物性なり挙動はストロボ写真によって解析した。また、気泡の槽内挙動を巨視的な立場からとらえるために、気泡の吹き込みにより生ずる見かけ密度の差からホールドアップを実測、解析した。その結果、気泡は断面一様にひろがらず、散気板上をほぼまっすぐに上昇し、たとえ反射板（バックル）を設置しても気泡分布形態をいちじるしく変えることはできないことがわかった。加えて空気速度の低いときには、下降流に気泡がずいぶん拌することはほとんど期待できないことが明らかになった。また、ある散気板から放出される気泡の直径は気泡加重平均容積を求めたうえ、この容積に等価な球の直径として求め、次式のようにあらわした。

$$d = 1.88 v_a^{0.183}$$

ここで、 d ：直径 (mm)、 v_a ：空気速度 (cm³/分/cm²)
エアレーションタンク内の代表ホールドアップの大きさは通常の使用空気速度で 10⁻¹ であることがわかった。

気泡吹き込みにより生じた旋回流の流速分布は、ピトー管を用いて測定し、その流動状態を論じた。その結果実験装置の中央部に外周の旋回流より流速の緩慢な部分が存在することを知った。直線形の反射板を設置することはあまり重要でなく、これを設置しない場合よりもむしろ中心部の動きは弱くなることがわかった。かくして旋回流式エアレーションタンクにおける、散気泡が流動形態におよぼす影響がほぼ明らかにされた。

(1964. 5. 18・受付)

合田：正会員 工博 京都大学教授 工学部
宗宮：学生会員 京都大学大学院学生

非可逆的熱力学にもとづく熱の 影響を考慮した圧密理論

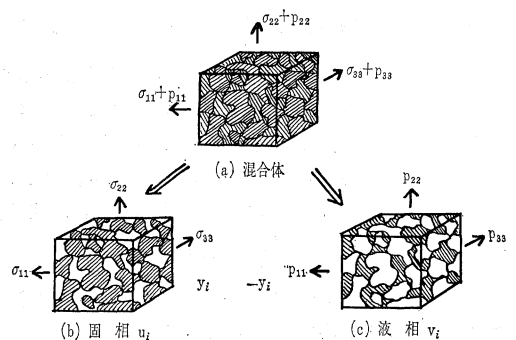
石原 研 而

非可逆的熱力学は古典的熱力学に新しい概念と手法を導入することにより最近目ざましい発展をとげた。これ

は単に熱的現象を取り扱う学問にとどまらず、むしろ広範囲な物理現象をマクロ的な立場から総括的系統的に研究する学問となりつつある。従来、べつべつの歴史的背景から発展してきた流体力学、弾性論、粘弾性論、熱弾性論等もこれによって統一解釈することが可能になり、さらに、電気、磁気、化学反応等の影響を加味した連続体の力学の基礎づけがさかんに行なわれている現状である。

このような状態のもとで、土質力学でなじみ深い圧密理論を非可逆性熱力学の立場から見直してみることは、多くの簡化のための仮定の上で成立している従来の圧密理論に、他の影響を取り入れて拡張発展させる可能性を見出すのに役立つと思われる。そこで本論文では、その初歩的試みとしてまず従来の圧密理論がいかにして非可逆性の熱力学から導かれるかについて一私案を考えてみた。この時、熱の影響が加味された圧密理論をまず導き、その特別な場合として従来の圧密理論が導かれることになるわけで、本論文では温度の効果を考慮に入れた圧密の式もかなり詳細に吟味してある。この手法を用いることにより、電気浸透流による圧密、化学変化をとともなう圧密等の式も導けるはずであるがここでは触れていない。圧密理論には大別して、Terzaghi によるものと Biot によるものとの二つがある。前者は圧縮変形しか考えていないのに対し、後者は圧縮とせん断の両方の変形を考えているので、間げきを水が流れている場合の弾性体の力学とみなせば、拡張がしやすい。Biot の圧密理論は熱弾性論の考え方と軌を一にするものであり、熱を水量、温度を間げき水圧に置きかえることにより、熱弾性の式がそのまま圧密の式になることが示される。ここでは Biot のような考え方をとり、圧縮変形とせん断変形の両方を考えて行くことにする。考え方をはっきりさせるため、図-1 (a) のような微小体積 ΔV の中に土と水が混在している場合、固相と液相の形状を変えずにそのままそっくり両者が図-1 (b), (c) のように分離できると仮定し、おのおのを独立な連続体とみなして方程式を作ってみる。この時、混合体を考える時には内力と

図-1



して打ち消されていた固相と液相の間の相互干渉力を外力として考え直さねばならない。しかもこれは表面力ではなく体積力の性質を有すべきものである。したがって $4V$ の体積の固相に作用する相互干渉力を y_i とすれば、固相より液相におよぼす力は $-y_i$ となる。 $4V$ に作用する表面力も二つに分け、固相に作用する応力テンソルを σ_{ij} 、液相に作用するテンソルを p_{ij} とする。また固相の全体としての変形ベクトルを u_i 、液相のそれを v_i で表わすと、両相に対する方程式はつぎようになる。

(1) 運動方程式

固相に対して、

$$\rho^s \frac{d\dot{u}_i}{dt} = \sigma_{ij,j} + \rho^s F_i + y_i \quad \dots\dots\dots(1)$$

液相に対して、

$$\rho^w \frac{d\dot{v}_i}{dt} = p_{ij,j} + \rho^w F_i - y_i \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで ρ^s 、 ρ^w はそれぞれ土粒子または水の見かけの密度であり、 F_i は体積力を表わす。 \dot{u}_i 、 \dot{v}_i は速度を表わす。

(2) エネルギー方程式

固相に対して、

$$\rho^s \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \dot{u}_i \dot{u}_i + \chi \times u^s \right) = \dot{u}_{j,i} \sigma_{ij} + \dot{u}_j \sigma_{ij,i} - J_{i,i}^{qs} + y_i (\dot{v}_i - \dot{u}_i) \quad \dots\dots\dots(3)$$

液相に対して、

$$\rho^w \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \dot{v}_i \dot{v}_i + \chi + u^w \right) = \dot{v}_{j,i} p_{ij} + \dot{v}_j p_{ij,i} - J_{i,i}^{qw} - y_i (\dot{v}_i - \dot{u}_i) \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここでは χ ポテンシャル エネルギー、 J_i^{qs} 、 J_i^{ws} は土または水の中の熱の流れを表わすベクトルである。また、 $\dot{u}_{j,i} = \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i}$ のようにコンマの後のサフィックスは場所の関数による微分を表わすとする。土と水の混合体を考えた場合、 y_i による仕事は内力の仕事なのでエネルギーの式には入って来ないはずである。したがって式(3)と(4)を加えた場合 y_i による仕事の項が表われないように $y_i (\dot{v}_i - \dot{u}_i)$ 、 $-y_i (\dot{v}_i - \dot{u}_i)$ を選んだのである。体積力 F_i が保存力の場合には χ と F_i の間につぎの関係がある。

$$\rho^s \frac{d\chi}{dt} = -\rho^s \dot{u}_i F_i, \quad \rho^w \frac{d\chi}{dt} = -\rho^w \dot{v}_i F_i \quad \dots\dots(5)$$

一方、式(1)に \dot{u}_i 、式(2)に \dot{v}_i を乗じると運動エネルギーの式がえられるので、これと式(5)を用いると(3)(4)より、固相と液相の内部エネルギー u^s および v^w の表現式がえられる。この u^s と v^w の式を加えると混合体全体の内部エネルギー u^t の式が次のように求まる。

$$\rho \frac{du^t}{dt} = \rho^s \frac{du^s}{dt} + \rho^w \frac{dv^w}{dt} = \sigma_{ij} \dot{e}_{ij} + p_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - J_{i,i}^q + y_i (\dot{v}_i - \dot{u}_i) \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで $\rho = \rho^s + \rho^w$ 、 $J_i^q = J_i^{qs} + J_i^{qw}$ とし、

$$\dot{e}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}), \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{v}_{i,j} + \dot{v}_{j,i})$$

とする。

(3) エントロピーの方程式

よく知られた Gibbs の式を多少変形するとエントロピーの表現式は、

固相に対して、

$$T \rho^s \frac{ds^s}{dt} = \rho^s \frac{du^s}{dt} - \sigma_{ij} \dot{e}_{ij} \quad \dots\dots\dots(6)$$

液相に対して、

$$T \rho^w \frac{ds^w}{dt} = \rho^w \frac{dv^w}{dt} - p_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \quad \dots\dots\dots(7)$$

となる。ここで s^s 、 s^w は土および水のエントロピー、 T は温度である。式(6)と(7)を加えると混合体全体に対するエントロピーの式が導かれる。

$$T \rho \frac{ds^t}{dt} = \rho \frac{du^t}{dt} - \sigma_{ij} \dot{e}_{ij} - p_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \quad \dots\dots\dots(8)$$

(4) 連続の方程式

固相および液相に対して、

$$\frac{d\rho^s}{dt} + \rho^s \dot{u}_{i,i} = 0, \quad \frac{d\rho^w}{dt} + \rho^w \dot{v}_{i,i} = 0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

が成り立つが、これは式(3)、(4)を変形する際にすでに用いてきた式である。すべての物体が満足せねばならない必要な方程式は上記の4種類しかない。物体独自の性質は、内部エネルギーの表現とエントロピー生成の表現の差異によって表わされることになる。前者は可逆的変形(たとえば弾性)を特徴づけ、後者は非可逆的現象(たとえば粘性、浸透流、無伝導等)を特徴づけるものである。さて、式(5)を式(8)に代入して多少変形すると、

$$\rho \frac{ds^t}{dt} = - \left(\frac{J_i^q}{T} \right)_{,i} + \frac{Y_i}{T} (\dot{v}_i - \dot{u}_i) - J_i^q \frac{T_{,i}}{T} \quad (10)$$

となる。式(5)の $\sigma_{ij} \dot{e}_{ij}$ 、 $p_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$ は考えている微小体積 $4V$ に外部から加わる変形エネルギーであるから、粘性や塑性によって後で熱に変わるようなエネルギーももちろん含む。それに反し、式(8)の $\sigma_{ij} \dot{e}_{ij}$ 、 $p_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$ は弾性的エネルギーしか含まれていないと考えていることに注意すべきである。今の場合、もともと粘性、塑性の変形はないと仮定していながら式(5)も式(8)も同じ $\sigma_{ij} \dot{e}_{ij}$ の表示を用いたのである。式(10)がエントロピーの時間的変化を与える式で量も重量な関係式である。式(10)の右辺の第1項は $-\text{div}(J^q/T)$ であるから、考えている $4V$ の中に外部から入って来る熱量を表わし、これは entropy flow と呼ばれている。それに反し第2、3項は $4V$ の中で摩擦等の作用によって発生する熱量を表わし、entropy production と呼ばれている。熱力学の第2定理の主張する所はこの entropy production が負であってはならないということである。entropy production を表わす式の中の変数が

$$J_i^q = -l_{tt} \frac{T_{,i}}{T^2} + l_{tv} Y_i \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{\dot{v}_i - \dot{u}_i}{T} = -l_{vt} \frac{T_{,i}}{T^2} + l_{vv} Y_i \quad \dots\dots\dots(12)$$

によって関係づけられると仮定した時、さらに

$$l_{tv} = l_{vt} \quad \dots\dots\dots(13)$$

であると仮定すると、非常に好都合になる。式(13)の関係は Onsager の定理と呼ばれるもので、かなりの物理化学的現象でこの定理の正当性が実験的に確かめられている。そこで今の場合も式(13)が成立つと仮定する。式(11)、(12)を(10)の右辺2項に代入すると

$$\begin{aligned} \sigma &= Y_i/T(\dot{v}_i - \dot{u}_i) - J_i^q \frac{T_{,i}}{T} \\ &= l_{vv} Y_i Y_i - 2l_{vt} Y_i \frac{T_{,i}}{T} + l_{tt} \frac{T_{,i}}{T} \frac{T_{,i}}{T} \quad \dots\dots(13) \end{aligned}$$

となり、熱力学の第2定理より、

$$l_{vv} \geq 0, l_{tt} \geq 0, l_{vt}^2 - l_{vv} l_{tt} \leq 0 \quad \dots\dots\dots(14)$$

なる定数間の条件式が求まる。

つぎに式(1)、(2)に返って、非常にゆっくりした変形を考えると慣性項は無視できる。さらに重力の影響も無視できるとし、液相はマクロな意味で非粘性であるとする、式(1)、(2)より

$$\sigma_{ij,j} = -\gamma_i, -p_{,i} = \gamma_i \quad \dots\dots\dots(15)$$

となる。ただし $p_{ij} = -p \delta_{ij}$ としている。式(15)の第2式を式(11)、(12)に代入すると、

$$J_i^q = -l_{tt} \frac{T_{,i}}{T} - l_{tv} p_{,i} \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$\frac{\dot{v}_i - \dot{u}_i}{T} = -l_{tv} T_{,i}/T - l_{vv} p_{,i} \quad \dots\dots\dots(17)$$

となる。今、温度勾配のない物体を考えると式(17)より $\dot{v}_i - \dot{u}_i = -l_{vv} T p_{,i}$ がえられ、これは Darcy の法則にほかならない。また、圧力勾配のない物体を考えると式(16)より $J_i^q = -l_{tt} T_{,i}/T$ となり、これは熱伝導問題における Fourier の法則にほかならない。つぎに式(8)を変形して

$$\rho du^t = T \rho ds^t + \sigma_{ij} de_{ij} + p_{ij} d\epsilon_{ij} \quad \dots\dots\dots(18)$$

がえられるが、これは内部エネルギーが s^t , e_{ij} , ϵ_{ij} に関する全微分方程式で表わされることを示している。このことより、変数間にはつぎのような関係を仮定してよい。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \alpha e + \alpha_c \epsilon + \beta_c s, & -p &= \alpha_c e + k \epsilon + k_c s, \\ \theta &= \beta_c e + k_c \epsilon + \beta s, & \tau_{ij} &= 2\mu r_{ij} \end{aligned} \right\} \dots\dots(19)$$

ここで $\alpha, \alpha_c, \beta_c, k_c, k, \beta, \mu$ は定数である。また $\theta = T - T_0$ は温度変化、 s は単位容積当りで表わしたエントロピーであるとする。また $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}$, $\tau_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$, $e = e_{i,i}$, $\epsilon = \epsilon_{i,i}$, $r_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{3} e \delta_{ij}$ とする。式(16)、(17)

の関係式が非可逆の性質を表わすものに対し、式(10)は可逆的特性を表わす状態方程式であり、弾性体の場合の Hooke の方程式に対応するものである。今 linear な量だけを問題にすると仮定すると式(10)の第2、3項は省略できるので J_i^q の代り式(16)を代入すると

$$\frac{\partial s}{\partial t} = l_s \Delta \theta + l_a \Delta p \quad \dots\dots\dots(20)$$

がえられる。一方式(17)に divergence の演算をほどこすと、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = l_a \Delta \theta + l_\zeta \Delta p \quad \dots\dots\dots(21)$$

がえられる。ただし、 $\zeta = e - \epsilon$, $l_s = l_{tt}/T^3$, $l_a = l_{tv}/T$, $l_\zeta = T l_{vv}$ とする。また式(19)を(15)の2式を加えた $\sigma_{ij,j} - p_{,i} = 0$ なる式に代入すると u_i, p, θ を含んだ3個のつりあいの式がえられる。 s と ζ を式(19)を用いて u_i, p, θ で表わし、それを式(20)、(21)に代入すると、結局 $u_i (i=1, 2, 3), p, \theta$ の5個の変数に対する5個の方程式がえられるので問題は解けることになる。この導き方の詳細は原文に書いてあるのでここでは反復しない。また原文では以上5式の取り扱い方や、定数の物理的意味にも触れている。

(1964.7.21・受付)

[正会員 工博 東京大学講師 工学部]

水工学シリーズ頒布について

64-1	開水路流れの基礎理論	京都大学教授	工博	岩佐義朗	著	B5判	55頁
64-2	水文統計論	京都大学教授	農博	角屋陸	著	B5判	59頁
64-3	河床変動論	建設省土木研究所 河川部長	工博	吉川秀夫	著	B5判	22頁
64-4	洪水流出の解析	京都大学教授	工博	石原安雄	著	B5判	23頁
64-5	波動論・付録 (長波とクノイド波の理論)	北海道大学教授	工博	岸力	著	B5判	19頁
64-6	波浪予知論 (風波の発達に関する諸研究について)	北海道大学教授	工博	岸力	著	B5判	9頁
		九州大学教授	工博	井島武士	著	B5判	72頁
64-7	高潮理論	大阪大学教授	工博	室田明	著	B5判	33頁
64-8	海岸堤防論	京都大学教授	工博	岩垣雄一	著	B5判	41頁

定 価：64-1~64-4 1100円(〒100円), 64-5~64-8 1300円(〒100円), 全 巻 2400円(〒100円)