

粒子を懸濁した水の流れ

—非ニュートン流の力学の展望から—

JAMES W. DAILY

ま え が き

マサチューセッツ工科大学 (M.I.T.) のディリー教授は米国における水理学の代表的な教授の一人で、その研究範囲は水力機械、キャピテーションなどから海岸水理学、さらには化学工学の分野にまで及ぶ多岐にわたる多岐におよび、いずれも基礎的研究の立場からそれらの諸問題を取り上げてすぐれた業績をあげているのが特徴的である。

同教授は 1962 年 9 月仙台において開催された国際水理学会キャピテーションおよび水力機械シンポジウムに同国際学会の関係委員会委員長として来日され、その折に土木学会主催による講演会において講演された。その際、編集部はその講演内容の学会誌への寄稿を依頼したのであるが、その後同教授はさらに新しい資料を加え、またその内容を一般技術者向きのものに書き直して今回寄稿してこられた。本文はその抄訳である。河川工学上の土砂流から化学工学上のパルプの流れ、さらにレオロジー的な考え方にも関連をもつ一種の境界領域にかかる水理学ないし流体力学上の問題として興味深いものである。(編集部)

1. 粒子流の力学機構

最近の工学分野では、単純な単一の流体のみではなく、粒子やその他の異質物を浮遊した流れを取り扱うことがきわめて多くなっている。たとえば、洪水時の土砂で濁った河水がそうであり、また固体粒子(セメント・穀類・石炭)とか繊維を水や空気の流れで輸送する空気輸送・流体輸送がその例である。しゅんせつ現場にみられるサンド・パイプもまさにその例である。

こうした流れ——flow with suspensions とか suspension とかいはわれる——の抵抗法則や粒子の分布・運動量の輸送という問題には普通の水理法則をそのまま適用しなくなり、いろいろの問題や奇妙な性質が現われてくる。この粒子流の力学機構を解明するために、現在多くの研究者が努力をかたむけているが、この論文では MIT で行なってきた基礎研究の結果を中心にして粒子流の力学機構について解説しようと思う。

粒子流を取り扱うのに 2 つの方法がある。一つは、粒子流の見掛け上の性質の変化を主にしてあたかも単一の流体のように取り扱う方法であり、他の一つは流体と浮遊物質との相互作用に注目して基礎的に内部的にメカニズムを究明しようとする立場である。

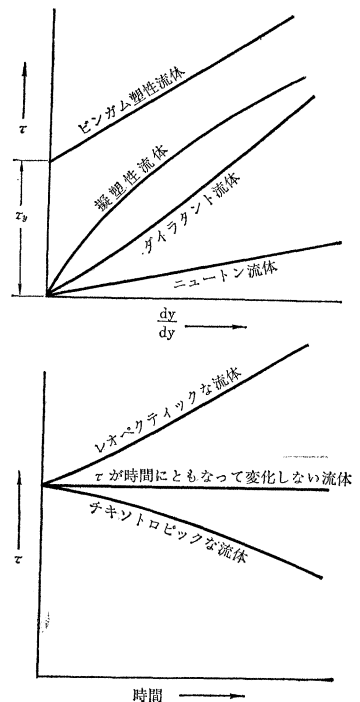
普通の水とか空気とかはせん断力と速度勾配の関係が単純な一次式 ($\tau = \mu \frac{dU}{dy}$) で表わされる。このような流体はニュートン流体といわれる。しかし、たとえ粒子を浮遊させている流体がこのニュートン流体であっても、粒子流はもはや $\tau = \mu \frac{dU}{dy}$ の関係にしたがわない非ニュートン流体として取り扱わなければならない。この場合には、レオロジーモデルを応用して粒子流の抵抗法則

を表わすことができる。これに対して、第 2 の立場はニュートン流体中の粒子の運動として流れの性質を解明しようとするもので、解析はいろいろ困難である。しかしながら、直接・間接の実験の積み重ねから力学機構が少しずつ理解されるようになってきた。これらの点について順次話をすすめる。

2. レオロジー

一般に流体の性質をせん断力とひずみ速度との関係で表わすとき、この関係が時間的に変わらないものと時間的に変化するものにわけられる。時間とともに固くなる性質をレオペクシー (rheopexy) といい、逆に時間とともに柔らかくなる性質をチキソトロピー (thixotropy) と呼んでいる。せん断力とひずみ速度の関係が時間とともに変わらない場合、その関係は 図 1 のように 3 種

図 1 種々のレオロジー的性質



に分類される。

せん断力がある降伏応力に達してから流動が始まるものを発見者にちなんでビンガム塑性 (Bingham plastic) といっている。その関係は

$$\tau = \tau_s + \mu_s \frac{dU}{dy} \dots\dots\dots(1)$$

で表わしうる。

τ と dU/dy が指数法則

$$\tau = K \left(\frac{dU}{dy} \right)^n \dots\dots\dots(2)$$

で表わされる流体は $n < 1.0$ のときダイラタント (dilatant) な流体といわれ、 $n > 1.0$ の場合には擬塑性 (pseudoplastic) 流体といわれる。

式 (1) や式 (2) の関係から、一般化された流速分布法則や抵抗法則を導くことができ、係数や指数を変えれば任意の流体の層流域・乱流域を記述しうる便利さがある。しかし、粒子流では断面内に濃度差や相の分離が生じており、等質流体としての取り扱いにおのずと限界があることは明らかである。

3. 有効粘性

粘り流のレオロジー的考えの一つに有効粘性を導入する方法がある。流れが層流であれば、粒子による付加的なエネルギー逸散のために見掛けの粘性は媒質より大きくなる。このことを理論的にはじめて明らかにしたのは Albert Einstein である (この研究は彼の博士論文となった)。Einstein の導いた理論式は、 C を粒子濃度; ν を流体の粘性係数; ν_e を有効粘性係数とすときつぎのようになる。

$$\eta = \nu_e \nu = 1 + 2.5 C \dots\dots\dots(3)$$

この式は濃度の低い場合には実験と良く一致する。また Eilers⁸⁾ の実験式は広い濃度範囲にわたって実験と良くあう。

$$\eta = [1 + \{2.5 C / 2(1 - 1.35 C)\}]^2 \dots\dots\dots(4)$$

しかし、これらの式はいずれも層流域について成り立つのであり、また擬塑性流体やダイラタント流体のように指数則にしたがう流体 (この場合には有効粘性は dU/dy に関係するが) には通用しえないという欠点がある。

4. 固体粒子を浮遊する流れ

つぎに粒子流の代表的な 3 つの場合、すなわち ①比重の大きい固体粒子——土砂流, ②比重が 1 に近いフレキシブルな浮遊物——パルプ・ファイバー, ③ほぼ中立浮遊の固体粒子流について、順次にその力学機構を説明しよう。

(1) 土砂流の実験

土砂流は粒子流のうちでも最も早くから研究が行われてきたものである。自然の砂あるいはシルトは比重が

大 (石英で 2.65) であるから、重力の作用で沈降しようとする。それゆえ、粒子はある流れの限界条件を越えてはじめて流れの乱れの作用とつり合って浮遊する。粒子の沈降速度を w , 粒子の濃度を C , 輸送係数を ϵ_s とすれば、次式の関係が成立する。

$$G = wC = -\epsilon_s dc/dy \dots\dots\dots(5)$$

この式は、運動量の輸送によるせん断応力 τ の式 (6) と相似な関係である。すなわち、

$$\tau = \rho \epsilon_m dU/dy \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 ρ は流体の密度、 ϵ_m は運動量の輸送係数、 U は一点の時間平均流速である。

この両式と $\epsilon_s = \epsilon_m$ の仮定および τ が断面内で直線的に変化すること、流速分布が Karman-Prandtl の速度欠損則式 (7)、すなわち

$$(U_{max} - U) / U_* = \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{d}{y} \dots\dots\dots(7)$$

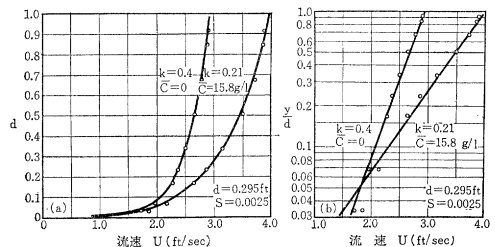
で表わされることを考慮すれば、土砂濃度分布式として式 (8) がえられる。

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{a-y}{y} \cdot \frac{a}{d-a} \right)^{\frac{w}{kU_*}} \dots\dots\dots(8)$$

ここに、 k は Kármán 定数、 $U_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ は摩擦速度、 d は水深、 C_a は任意の基準面 $y=a$ での土砂濃度である。

土砂流の性質についての、最初の精密な実験は有名な Vanoni¹⁾ の研究である。この研究の結果、水路の水深と勾配が等しければ、土砂流の方が普通の水の場合よりも流量が大いこと、つまり抵抗が少ないことや流速分布

図一 二次元開水路の土砂流の流速分布—同一の水路勾配・水深での砂粒子の浮遊による流速分布の変化



の勾配は浮遊土砂量が増すにつれて急になること (Kármán 定数が減少すること) が明らかになった (図一)。

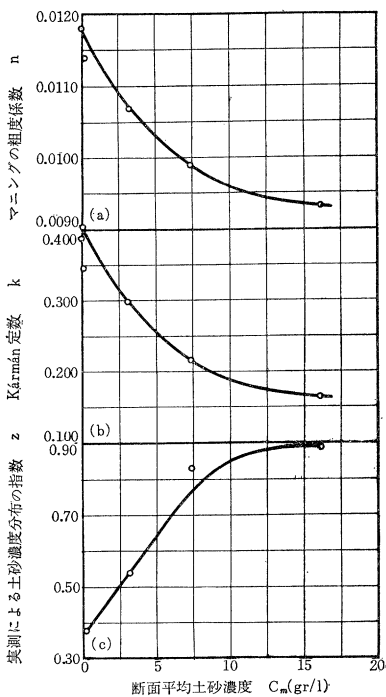
Vanoni の実験結果から、土砂流では砂粒子を浮遊させる仕事のために乱れの垂直成分は押えられ、乱れは減衰するものと解釈されている*。

* 訳者注：土砂流では乱れがいちじるしく減衰するであろうという解釈はまだ実験的に検証されていない。志村は乱れの強さは土砂の浮遊によって変わらないと仮定して、Kármán 定数の変化と土砂量との関係式を導いたし、日野は理論的に土砂流の場合の乱れの減衰はごくわずかであること、中立浮遊の粒子流では乱れが増加することを明らかにし、Kármán 定数の変化と粒子濃度との関係を示した。

Vanoniの実験結果明らかにされたもう一つの事実は、土砂濃度の分布に関する指数 $Z=w/kU_*$ の理論値が実験値と多少異なるということである。また輸送係数 ϵ_m と ϵ_s は同じものでないことも認められた。式(8)は $\epsilon_s = \epsilon_m$ と仮定して導かれたものであるから、分布指数 Z の理論値と実験値が一致しない点も納得しうる。

Ismail²⁾ は長方形断面の閉水路で Vanoni の実験の追試を行ない、同一の結論に達した。彼の実験では混入砂量がいちじるしく多く、砂れんの発生のために抵抗係数は普通の状態より増加しており、レイノルズ数の高い場合にのみ普通の状態に近づき、さらにこれよりいく分低下することが認められた。浮遊砂の輸送係数 ϵ_s は運動量の輸送係数 ϵ_m より大きく、0.10 mm 砂では $\epsilon_s = 1.5 \epsilon_m$ 、0.16 mm 砂で $\epsilon_s = 1.3 \epsilon_m$ であった。

図-3 開水路の粒径の小さい浮遊土砂の影響 (参考文献 1)



土砂流の性質を先にのべたレオロジー模型で記述することは、粒子濃度がきわめて高い場合や低流速の場合をのぞけば、一般には無理であろう。低流速高濃度の土砂流では管路の中にしばしば plug (栓) が形成され、この状態はビンガム塑性流と呼ばれる。

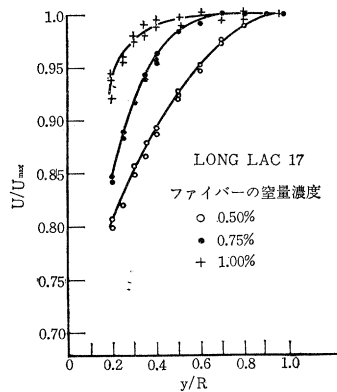
Vanoni らの土砂流の実験でのいろいろな新事実の発見から、粒子流の性質について様々な疑問が生じる。砂粒子の浮遊によって乱れの垂直成分が押えられるとすれば、ほかの乱れ成分はどんな影響をうけるのであろうか。粒子による抵抗係数の減少という性質は一般性をもつ結

論なのであろうか。粒子の比重はどんな役割をはたしているのであろうか。つまり、中立浮遊の粒子の場合にも乱れは減衰するのであろうか。粒子の硬さの影響はどうであろうか等々。土砂流の問題が完全に解明されたわけではないが、こうした基本的な疑問を解き明すために現在新しい種類の粒子流についての研究がさかんに行なわれている。まずファイバー浮遊流の研究からのべよう。

(2) ファイバーを混入した流れ

ファイバー混入流は最近の MIT における筆者らの一連の粒子流の研究のきっかけをなしたものである。パル

図-4 2 in 管中のファイバー (Kraft softwood fiber) 混入流の無次元流速分布 (参考文献 3)



プ会社の依頼によって私たちはファイバー流の抵抗係数の研究を始めたのであるが、その結果ファイバー流の奇妙な性質がつきつきに発見された。図-4 は抵抗係数とレイノルズ数の関係を調べた実験結果であるが、通常の流れといちじるしく異なった性質が見出される。まずわずか1%もしくはそれ以下の重量濃度で抵抗係数に大きな差がみられ、それは流量の大きさによって2つの領域に分かれる。流量の小さい領域では、抵抗係数 f とレイノルズ数の関係は層流的である。この領域ではファイバーはもつれ合って管の中心部に栓のようにかたまっており、その栓のまわりを層流状態の水の環がとりかこんで流れている。せん断応力はこの水の環のクエット流(Couette flow)の部分がうけもっている。この状態はちょうどビンガム塑性流でモデル化できる。管の中心部では流速が一定で、壁面の近くで流速分布が急に変化している。この層流プラグ流の領域はかなり高いレイノルズ数域まで存在するが、レイノルズ数が大きくなるにつれて抵抗係数はニュートン流体よりも小さくなる。この近くで乱流への遷移がはじまり、第2の領域に移行する。ファイバー・プラグは崩壊しはじめ、ついには乱れが管全体に拡がる。乱れの作用が強くなるとせん断力の伝達や混合は完全に乱れによって行なわれ、ファイバーの相互作用やもつれは重要でなくなる。抵抗係数とレイノルズ数の関係は当然ニュートン流体の場合に近づく。

ファイバー流の場合、ファイバーをわずか1%混入したために抵抗係数が40%も低下する領域がある。この

ような抵抗係数の減少は、長分子構造をもつある種の液体の場合や、境界層内に物体表面から他の流体を噴出させてその流体の被膜境界層を作る場合にも観察される。ことに後者の現象を応用して航空機や船舶の流体抵抗をへらそうという研究がさかんに行なわれている。

図-5 は、ファイバー混入流の流速分布を無次元で示したものである。この流速分布から式(2)の n は $n < 1$ の擬塑性流であり、ニュートン流体にくらべて流速分布が丸みをもっていることがわかる。この図では流速分布の勾配はニュートン流体の場合より急で、したがって $\tau_0 = u(dU/dy)_{y=0}$ で与えられる壁面応力が大きいことを示している。しかし、実際にせん断力や抵抗係数を測定してみると明らかにニュートン流体の場合より小さく、

図-5 2 in 管中のファイバー混入流の抵抗係数と Reynolds 数との関係 (参考文献 3))

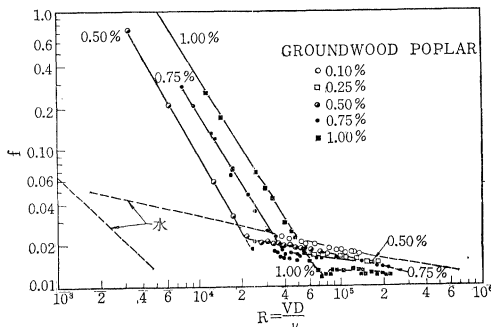
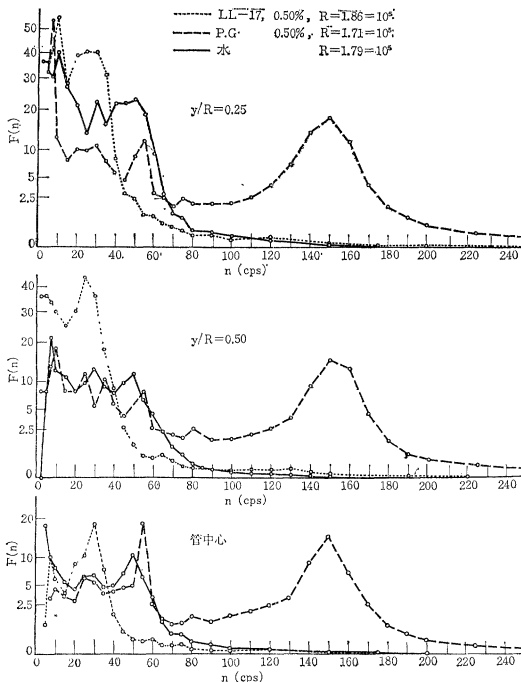


図-6 乱れの u' 成分のエネルギー スペクトル — 2 in 管中の紙パルプ ファイバー流 (参考文献 4))



流速分布と抵抗係数の測定結果は矛盾しているようにみえる。だが乱流構造を調べるとこの矛盾が解明される。図-6 は、乱れの u' 成分のエネルギー分布と周波数との関係の実験結果である。曲線と横軸、縦軸に囲まれた部分の面積が乱れの強さにあたる(ただし、150 cps 付近の曲線の山は計器の固有振動数と乱れとの共鳴によるものであるから無視しなければならない)。乱れのエネルギーは大きな渦つまり低周波の部分にふくまれている。図-6 によれば、ファイバーの混入のために乱れの強さが減り、エネルギー分布が低周波数の部分に移行することがわかる。以上の実験事実から、ファイバー流の内部構造はつぎののべるようになっていであろう。

壁面の近くでは、せん断力は主として層流粘性力で伝達される。一方、管の中心部ではからみ合ったファイバーがせん断力の伝達に重要な役割をはたしており、流速分布型は平たい型となる。壁面と管の中心部との中間では、おもに乱れの作用でせん断力が伝達される。この部分では乱れが大きくファイバーのかたまりを解きほぐしている。しかし、管の中心部はそれほど乱れが強くない、ファイバーの束を解きほぐすには至らない。ファイバー混入流では、この3つの作用、つまり、壁面せん断応力の低下と、境界層のすぐ外側の乱れの減衰と、管中心部のからみ合ったファイバーの束とが、ちょうどつりあっていると考えられる。

(3) 中立浮遊の固体粒子流

前節にのべたファイバー流は、土砂流にくらべて重力の影響が少なく現象を解明しやすいといえるが、他方長い柔軟な繊維どうしがからみ合っているために、力学機構はかなり複雑である。粒子流をより根本的に理解するために、筆者らは中立的に浮遊する比重がほぼ1の固体粒子を混入した流れの研究へと進んだ。

このような研究の最初のもは Bagnold⁹⁾ によって行なわれた。彼は、回転同軸円筒の間のクエット乱流中に大きな(径 0.13 cm の)中立浮遊の球形粒子を混入すれば、せん断応力が普通の場合にくらべて増加することを発見した。ちょうど土砂流とは逆の性質である。この新事実を説明するため、Bagnold は粒子どうしの衝突のために新たに内的応力が生じるものとし、その応力を実験結果からつぎのように表わした。

$$T \propto \sigma(\lambda d)^2 (dU/dy)^2 \quad (dU/dy \text{ の大きい場合}) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$T \propto \lambda^{3/2} \mu dU/dy \quad (dU/dy \text{ の小さい場合}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 T = 付加応力、 σ = 粒子の密度、 λ = 線型濃度 = (粒子の径)/(粒子間の距離)、 d = 粒子の直径、 μ = 流体の粘性係数。

Elata と Ippn⁵⁾ は比重 1.05 の小さい(径がほぼ 0.01

cm)の球形プラスチック粒子を混入した2次元開水路流の研究を行なった。この結果、流速分布は土砂流の場合と同じく粒子濃度が増すにつれてその勾配が急になる(つまり、Karman 定数が減少する)ことがわかったが、抵抗係数は土砂流の場合とは逆に増加し、乱れの強さは増加することが発見された。これは、真に驚異的な発見でこれまでの土砂流ないしは粒子流の研究は根本的に再検討されなければならないことを示すものであった。

Daily と Chu⁶⁾ は、2 in の円管に比重 1.035 の粗い(平均径 0.14 cm)の粒子を混入した水流の研究を行なった(図-7)。この結果、粒子流の抵抗係数は濃度の増加につれて、普通の流れの場合より増加すること、その増加率はレイノルズ数が小さい場合ほど大きいそれは

図-7 無次元流速分布-2 in 管中の粒徑の大きいほぼ中立浮遊の粒子流-

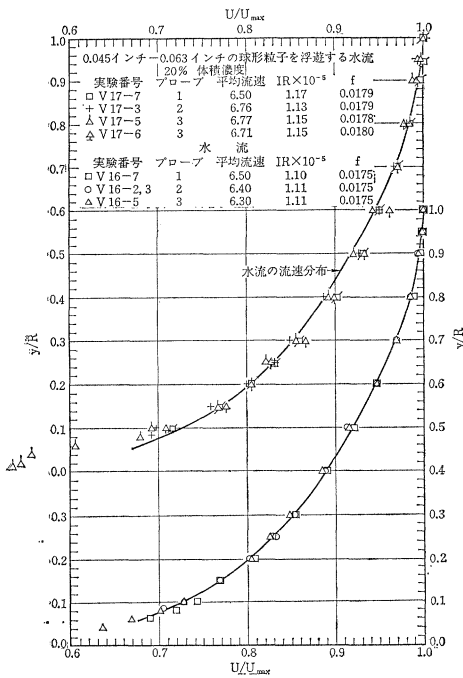
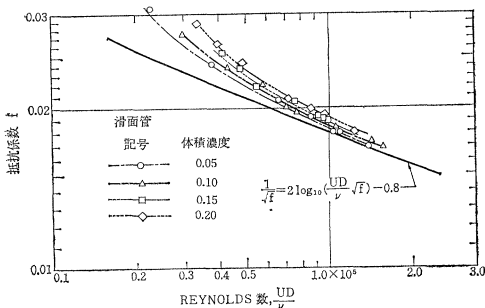


図-8 抵抗係数と Reynolds 数との関係-粒徑の大きいほぼ中立浮遊の粒子流の場合- (参考文献 6)



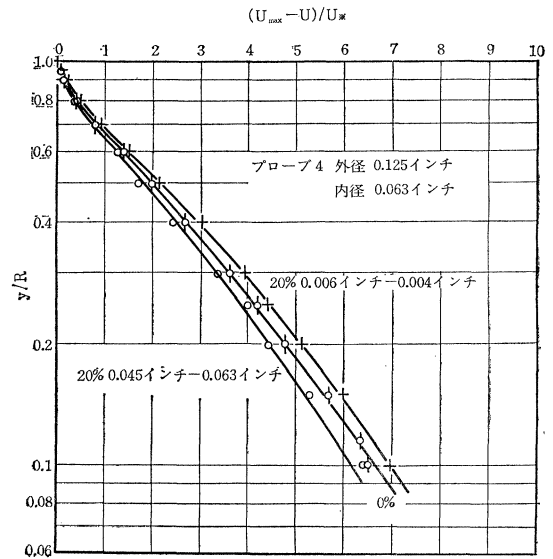
流速がおそければ粒子が沈降するためであろうという事実がわかった。流速分布にも浮遊粒子の影響がみられるが、それほど顕著ではない(図-8)。大きい粒子の場合には、Bagnoldの付加応力の仮定を用いて流速分布の欠損則を導くことができた。

$$\frac{U_{max}-U}{U_*} = \frac{1}{k} \log \frac{R}{y} - \frac{1}{4k} \left(\frac{m \lambda d}{kR} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{y}{R} \right)^2 \right] + \frac{3}{32k} \left(\frac{m \lambda d}{kR} \right)^4 \left[1 - \left(\frac{y}{R} \right)^4 \right] - \dots \dots (11)$$

ここに、 m =実験定数、 R =管径である。

式(11)の右辺の第2項以下が浮遊粒子による流速分布のひずみを与えるものである。円管の流速分布は、管の中心部や壁面近くでは対数則からずれるので、式(11)の右辺第1項のかわりに、水のみ流速分布の実験曲線を用いて第2項以下の影響を表したのが図-9である。

図-9 流速欠損の形で表示した無次元流速分布-2 in 管中の中立浮遊粒子流における粒徑の影響- (参考文献 6)



実験定数として、 $m=1.80$ 、 $k=0.3$ を選べば実験と一致することがわかった。

また、抵抗法則は式(11)を変形してつぎのようになる。

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10} (R \sqrt{f}) - 0.8 - d^2 \left(\frac{m \lambda d}{\lambda R} \right)^2 \dots (12)$$

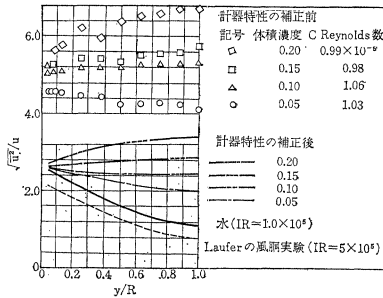
ここに、 $R=U_0 D / \nu$ (レイノルズ数)、 U_0 =平坂流速、 D =管の直径、 α =定数(=1.03)である。

2次元開水路の実験に用いたのと同じ小さな粒子を用いて2 in 管での実験をくりかえした。大きな粒子を浮遊した場合には、流速分布形は普通の場合よりも丸まる方に变形したが、小さな粒子を浮遊する場合は逆に細く鋭い分布形になる。しかし、抵抗係数は両方の場合とも

水の場合より大きい。さらに径の小さい粒子の場合には式 (11), (12) が適用できなくなる。この点については目下研究を行なっている。

図-10 は粒径の大きい粒子流の u' 成分の乱れの強さを示している。この測定結果によれば、乱れの強さの増加はせん断力の増加よりもはるかに大きい。このことは、乱れの渦と粒子との干渉はおもに周波数の高い小さな渦で起こり、乱れの増加が直接運動量の輸送(せん断力)と結びつかないためであろう。つまり、粒子の回転

図-10 乱れの u' 成分のエネルギースペクトル
粒径の大きいほば中立浮遊の粒子流 (2 in 管) (参考文献 6)



運動や周囲の流体との相対運動のために粒子の表面に境界層が発達し、ある点で粒子表面からはく離して乱れが発生するが、この渦は粒子と同程度の小さなもので運動量の輸送には有効に働かないであろう。また、せん断力は u' 成分の大きさのみでなく、 u' 成分と v' 成分との積の平均で決まるのであり、 u' 成分の増加がそのまま τ

の増加に結びつかない点にも注意しなくてはならない。

参考文献

- 1) Vanoni, V.A.: "Transportation of Suspended Sediment by Water", Trans. ASCE 111, p. 67 (1946).
- 2) Ismail, H.M.: "Turbulent Transfer Mechanism and Suspended Sediment in Closed Channels", Trans. ASCE 117, p. 409 (1952).
- 3) Daily, J.W. and Bugliarello, G.: "Basic Data for Dilute Fiber Suspensions in Uniform Flow with Shear", TAPPI, Vol. 44, No. 7, July 1961, p. 497.
- 4) Daily, J.W., Bugliarello, G. and Troutman, W.W.: "Measurement and Analysis of Turbulent Flow of Wood Pulp Fiber Suspensions", T.R. No. 35, MIT Civil Engineering Hydrodynamics Laboratory, Sept. 1959.
- 5) Elata, C. and Ippen, A.T.: "The Dynamics of Open Channel Flow with Suspensions of Neutrally Buoyant Particles", T.R. No. 45, MIT Civil Engineering Hydrodynamics Laboratory, Jan. 1961.
- 6) Daily, J.W. and Chu, T.K.: "Rigid Particle Suspensions in Turbulent Shear Flow; Some Concentration Effects", T.R. No. 48, MIT Civil Engineering Hydrodynamics Laboratory, Oct. (1961).
- 7) Einstein, A.: "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen", Ann. Phys., 19, p. 289 (1906); Berichtigung zu meiner Arbeit "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen", 34, p. 591 (1911).
- 8) Eilers, H.: "Die Viskosität von Emulsionen hochviskoser Stoffe als Funktion der Konzentrationen", Kolloid, Z.: 97, p. 313 (1941).
- 9) Bagnold, R.A.: "Experiments in a Gravity Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear", Proc. Roy. Soc. A 225, p. 49 (1954).

(訳者: 日野幹雄 正員 工博 電力中央研究所)

書 評

道路用ガードフェンス

辻川 勝雄 共著
平野 和男
田辺 末信

理工図書KK刊

近年わが国における道路輸送の急速な伸展にともない、自動車事故もうなぎ上りに増加し、昭和37年だけでも、交通事故による死亡者は11445人、負傷者は実に313813人の多きに達している。

著者らは、これらの交通事故の発生比率を低下させ、かつ事故を防止し、軽減する積極的な手段として、道路用ガードフェンス(防護柵)をつけた道路を設計し、建設することが必要であることに着目し、数多くの諸外国の実例・文献などについて研究するとともに、各種の国内公開実験に立合い、この問題解明に努力し、それらの研究検討の成果をとりまとめたのが本書である。

従来、一般的にガードフェンス(ガードレール・ガードケーブル・オートガード等)は、単に昔の駒止の近代化したものくらいに取り扱われるきらいがあったので、本書では、特に国内の各種実験の内容とその結果を

抄録するとともに、わが国におけるこの分野での実体を紹介することに重点がおかれている。

本書ではガードフェンスの具備すべき条件や、一般機能などについて、ある程度突っ込んだ著者らの考え方が述べられており、設置例とその考察とともに関係者の参考になるものと思われる。

この分野での図書は、わが国では本書がはじめてでもあるので、交通・道路担当の方はもちろん、この方面に関心のある会員諸氏の有益な参考書として推せんする次第である。

著者: 辻川 正員 東京コンサルタント

平野・田辺 正員 建設省道路局

体裁: A5判 200ページ 定価 700円 1963.12. 刊

【建設省道路局 松本成男・記】