

今月は論文集第101号(39年1月発行)登載予定論文としてつぎの3編を紹介いたします。なお、次号では第102号登載論文として下記の3編を紹介する予定です。

- 野口 功: プレストレッシング コンクリート 橋梁特に  
プレストレッシングの管理に関する研究
- 石原研而: 二層弾性地盤内の垂直応力 (英文)
- 島田静雄: 横荷重・ねじれならびに垂直荷重を受けるつり橋の計算を電子計算機にかけるためのプログラム

## ランガー桁の動的解析

吉村虎蔵・平井一男

### 1. 緒 言

ランガー桁の動的解析として従来いくつかの研究が数えられるけれども、それらはいずれもランガー桁の固有周期の解析理論が主であって、これによる理論値と固有周期の実験値との比較が行なわれてきたにすぎなかった。これらの研究の中にはいくつかの疑問のある研究もあるようである。また、移動荷重に対する動的レスポンスの研究は他の多くの種類の橋梁と同様に未開拓の分野であった。筆者らは新しい2つの別個の理論によってランガー桁の固有周期と正規化した振動モードを求め、両者の解析値が全く一致することを確かめたのち、これらの固有周期と振動モードを使って運動方程式を立て、その動的解の特別な場合としての静的解が、静力学的方法すなわち仮想仕事法によって得られるたわみ・曲げモーメント影響線と完全に一致することを知った。なお、移動荷重による動的レスポンスの解を与え、数値計算も行なった。

ランガー桁は死荷重によってアーチに大きな水平推力が作用し、これが補剛桁に張力として働く。これのたわみ・曲げモーメント・固有振動数に与える影響についても研究を行なった。

### 2. 適合条件

解析を容易にするために、この論文では放物線アーチの、しかもアーチと補剛桁断面がそれぞれ定断面で、アーチと補剛桁端とに偏心結合がなく、吊材の伸びがない場合について理論を進めた。このような仮定の骨組と仮定を設けない実骨組との間で、各影響線がどのように相違するかは静力学的に数値計算によって検討を加えた。アーチが変形したときのその支間の伸びと、補剛桁の伸びが等しいという条件から、振動によるアーチの水平推力の増加  $\Delta H$  とたわみとの間につぎの関係式が成立する。ただしランガー桁は  $\varphi(x) = \sum_1^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$  のモードで振動していると考える。

$$\left. \begin{aligned} n=1,3,5,\dots \text{のとき,} \\ \Delta H = \frac{16\left(\frac{f}{l}\right)E}{\pi l} \cdot \frac{A_a A_g}{A_a + A_g \left\{ 1 + 8\left(\frac{f}{l}\right)^2 + 19.2\left(\frac{f}{l}\right)^4 \right\}} \cdot \sum \frac{a_n}{n} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

$n=2,4,6,\dots$ のとき,  $\Delta H=0$

ここに  $l$  は支間,  $f$  はライズ,  $A_a \cdot A_g$  はそれぞれアーチ・補剛桁の断面積を示す。

### 3. 振動数方程式と振動モードの正規化

#### (1) エネルギー法

自由振動時のランガー桁橋の Potential Energy と運動エネルギーの最大値をそれぞれ  $V_{max}, T_{max}$  とし、その差を最小にする条件を入れて振動数方程式を求めるとつぎようになる。

$$\frac{256\left(\frac{f}{l}\right)^2}{\pi^2 l} B \frac{1}{n} \sum \frac{a_n}{n} + \frac{\pi^4 E I_g}{2 l^3} n^4 a_n - \frac{1}{2} \rho l \omega^2 a_n = 0 \dots (2)$$

ここに,

$$B = A_a A_g \left[ A_a + A_g \left\{ 1 + 8\left(\frac{f}{l}\right)^2 + 19.2\left(\frac{f}{l}\right)^4 \right\} \right]$$

上式は  $n=1,3,5,\dots,n$  に対して  $n$  個の連立方程式となる。その係数行列を0とおくと、対称振動の固有円振動数  $\omega_m$  すなわち  $\omega_1, \omega_3, \omega_5, \dots$  が得られる。逆対称振動数は補剛桁のみのそれであるから周知の次式から得られる。

$$\omega_{gm} = \left( \frac{m\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{E I_g}{\rho}} \dots (3)$$

ここに  $I_g$  は補剛桁の断面2次モーメント,  $\rho$  はランガー桁橋の単位長あたりの質量, 添字の  $m$  はランガー桁橋の振動次数, 添字  $g$  は補剛桁を示す。

振動モードの正規化のためには周知の正規化の条件を用い、正規化した  $m$  次のモードを  $\Phi_m(x)$  で記す。対称振動時には式(2)に  $\omega_m$  を代入すると同式中の  $a_{m1}, a_{m3}, a_{m5}, \dots$  の振幅比  $b_{m1}, b_{m3}, b_{m5}, \dots$  が定まるので、これに対応して正規化した振幅の定数  $C_m$  が定まり、正規化モードは次式ようになる。

$$C_m^2 = \frac{2}{\rho l} \frac{1}{\sum_{n=1,3,5,\dots} b_{mn}^2} \dots (4)$$

$$\Phi_m(x) = C_m \sum_{n=1,3,5,\dots} b_{mn} \sin \frac{n\pi x}{l} \dots (5)$$

逆対称の正規化モードは次式となる。

$$\Phi_m(x) = \Phi_{gm}(x) = \sqrt{\frac{2}{\rho l}} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots (6)$$

#### (2) 結合法

この方法はランガー桁橋をまず補剛桁とアーチ部とに切離し、補剛桁に強制等分布周期力を加えて定常振動をさせ、このときの補剛桁の振動変位と同じ変位をアーチに与えるような等分布力を求める。その力をアーチに加えながらアーチと補剛桁とを結合すると、アーチと補剛桁とは一体となってランガー桁橋として振動する。ランガー桁橋が自由振動するときは、上の補剛桁とアーチに働く等分布外力の和は0であるから、その条件を入れるとつぎの振動数方程式が得られる。

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{512 E f^2}{\pi^2 l^3 (\rho l) n^2 (\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot B = 0 \dots (7)$$

この式から試算によって対称振動の  $\omega_m$  を容易に定められる。逆対称の  $\omega_m$  は式(3)を用いる。

このときの対称振動の正規化モードは次式となる。

$$C_m'^2 = \frac{2}{\rho l} \frac{1}{\sum_{n=1,3,5,\dots} b_{mn}'^2} \dots (8)$$

$$\Phi_m(x) = C_m' \sum_{n=1,3,5,\dots} b_{mn}' \sin \frac{n\pi x}{l} \dots (9)$$

$$b_{mn}' = \frac{1}{n(\omega_n^2 - \omega_m^2)} \dots (10)$$

ここに  $\omega_n$  は補剛桁の  $n$  次の固有円振動数。逆対称の正規化モードは式 (8) と同じ。

#### 4. 運動方程式と動的・静的レスポンスの解

補剛桁の  $x_i$  点に  $P(t)$  なる集中荷重が作用するとき、 $x_i$  点におけるたわみ  $w$  は、 $\Phi_m(x)$ ,  $\omega_m$  を用いて次式から求めることができる。

$$\dot{w}_m + \omega_m^2 w_m = \Phi_m(x=x_i)\Phi_m(x=x_j)P(t) \dots\dots(11)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} w_m \dots\dots(12)$$

ここに  $w_m$  は  $m$  次のモードに対する動的たわみである。例えば  $P(t) = P_0 \sin \omega t$  なる場合は、その解はつぎのとおり、

$$w_m = \frac{\Phi_m(x=x_i)\Phi_m(x=x_j)P_0}{\omega_m^2 - \omega^2} \sin \omega t \dots\dots(13)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} w_m \dots\dots(14)$$

また補剛桁の曲げモーメントのレスポンスは次式から得られる。

$$M(x) = -EI_g \frac{d^2 w}{dx^2} = -EI_g \frac{d^2}{dx^2} \left( \sum_{m=1}^{\infty} w_m \right) \dots\dots(15)$$

集中荷重が移動するときは、荷重点  $x_j$  を時間の関数  $x_j(t)$  とすればよい。例えば速度が初速度  $v_0$  で一定すると式 (11) において  $x_j = v_0 t$  とおけばよい。静荷重  $P_0$  が  $x = x_j$  点に作用するときのたわみは、式 (13) において  $\omega \rightarrow 0$  の極限を考えるとよい。このとき  $x_i$  点のたわみは次式にて与えられる。

$$w(x_i) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m(x=x_i) \Phi_m(x=x_j) P_0 \omega_m^2 \dots\dots(16)$$

数値計算の結果では、エネルギー法と結合法とによる  $\omega_m$  と  $\Phi_m(x)$  とは完全に一致するから、 $\omega_m$  と  $\Phi_m(x)$  が定まったのちは式 (16) より、静的たわみの影響線を求めることができる。このたわみの影響線を通常の静力学的解析すなわち仮想仕事法によって解いたものと比較すると、3者は完全に一致する。数値計算は子飼橋 ( $l=57.2$  m) と戸崎橋 ( $l=139.2$  m) の2橋の  $l/2$  点と  $l/4$  点について行なった。また曲げモーメント影響線についても同様であった。 $P_0=1$  なる単位の集中荷重が  $v_0$  なる一定速度で橋上を移動するときのレスポンスは次式となる。

$m=1, 3, 5, \dots$  のとき、

$$w_m = \sum_{n=1, 3, 5, \dots} \frac{A_{mn}}{\omega_m^2 - \left(\frac{n\pi v_0}{l}\right)^2} \cdot \left\{ \sin \frac{n\pi v_0 t}{l} - \frac{l}{\omega_m} \sin \omega_m t \right\} \dots\dots(17)$$

$m=2, 4, 6, \dots$  のとき、

$$w_{gm} = \frac{B_m}{\omega_{gm}^2 - \left(\frac{m\pi v_0}{l}\right)^2} \cdot \left\{ \sin \frac{m\pi v_0 t}{l} - \frac{m\pi v_0}{\omega_{gm}} \sin \omega_{gm} t \right\} \dots\dots(18)$$

よって、

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} w_m \dots\dots(17)$$

ここに、

$$A_{mn} = \Phi_m(x=x_i) C_m \sum_{n=1, 3, 5, \dots} b_{mn}$$

あるいは、

$$= \Phi_m(x=x_i) C'_m \sum_{n=1, 3, 5, \dots} b'_{mn}$$

$$B_m = \frac{2}{\rho l} \sin \frac{m\pi x_i}{l}$$

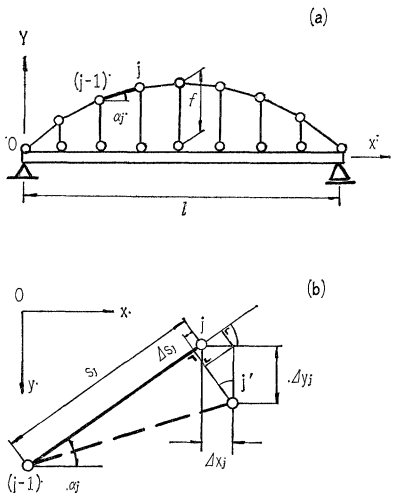
#### 5. 結 語

ランガー桁について、新しく導いた別個の理論すなわちエネルギー法と結合法との2つの方法によって、固有振動数  $\omega_m$  と正規化モード  $\Phi_m(x)$  を使って静的たわみ・曲げモーメントを求め、これと静力学的解析すなわち仮想仕事法より求めた結果とくらべると、3者は完全に一致することよりして、この動的解析理論の正しいことが知られる。走行荷重による動的レスポンスの解も与えたが、戸崎橋 ( $l=139.2$  m) について、速度 10, 20, 30 m/sec の走行荷重に対して、動的増加率はそれぞれ 11, 24, 43% となった。そのレスポンスの一例を図-1 に示す。

図において、 $w$  が動的レスポンス、 $w_s$  は静的たわみである。

死荷重によるアーチ推力の効果に関する理論式ここでは省略したが、支間が戸崎橋ほどになると、 $l/4$  点のたわみ・曲げモーメントは 10% ぐらい減少することが知られた。

図-1



(1963. 5. 7・受付)

吉村：正員 工博 熊本大学教授 工学部応用力学教室  
平井：正員 熊本大学助教授 同

### 砂の直接せん断に関する研究

井上 広 胤

直接せん断試験は多くの欠点をもっているが試験機の取り扱いが容易でいろいろの土質に使用できるため、わが国ではなお広く行なわれている。しかし密な砂の場合直接せん断試験によって得られる内部摩擦角の値は、三軸試験からの値よりかなり大きいことは多くの人々が経験していることと思われる。直接せん断試験機には普通一面せん断と二面せん断の形式があり、一面せん断のうちにもせん断箱の上半部を動かしてせん断する上部可動型とその反対の下部可動型があるが、わが国では下部可動一面せん断の形式が大部分のようである。過大な値が得られる大きな原因の一つは下部可動型を使用していることにあると思われるが、これについてはすでに Tschebotarioff が指摘している。また試料の厚さや径の大きさが変わると異なった測定値を与えることも欠点の一つであるが、これらには試料とせん断箱内面との間の側面摩擦が関係している。すなわち側面摩擦は密な砂のせん断時の膨張に際してはこれを妨げるように下向きに働き、膨張がないときには上向きに働いて所定の垂直応力がせん断面に作用するのを妨げる。密な試料で過大な値が得

られる原因は前者であり、ゆるい試料で試料厚による差異が生ずるのは後によるものと思われる。

筆者は上部可動型および下部可動型の直接せん断の比較から、砂のせん断抵抗を体積変化に対する抵抗と粒子間の摩擦抵抗に分離して考察することにより、側面摩擦の大きさを計算できると考え、4種類の砂についての測定値からその近似的な値を求めた。応力-ひずみ曲線の最大応力点における、体積変化-ひずみ曲線の接線の勾配

$$\left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)_{\tau=\max} \text{ (図-1 参照)}$$

から体積変化に対する抵抗

$$\tau_d = \sigma \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)_{\tau=\max}$$

が求められ、体積変化がまったときのせん断応力  $\tau_f$  から摩擦抵抗  $\tau_{rf}$  が近似的に求められる。上部可動型試験機では最大せん断応力  $\tau_{\max}$  の値は  $\tau_d$  と  $\tau_f$  の和に大体一致するが、下部可動型では  $\tau_{\max}$  の値が両者の和よりかなり大きく、この差が近似的に側面摩擦をあらわすと考えられる。  $\tan \phi$  の値の三軸試験との比較は図-2のようであるが、側面摩擦を除去して計算してもなお直接せん断による値の方がかなり大きく、これは直接せん断試験では中間主応力の影響があるためと考えられる。

また試料の厚さが異なることによる測定値の差異は、密度が小さい方が大きくなる傾向が認められたが、図-3 ( $h$  は試料のせん断面から上の部分の厚さを示す) に見られるように厚さがある限度以上になると所定の垂直応力が働らなくなると考えられ、試料の径に対し厚さの限界を設ける必要がある。

以上の結果にもとずき、下部可動型試験機による砂の直接せん断試験に関してつぎの提案を行った。

1) 試料の厚さは径 60

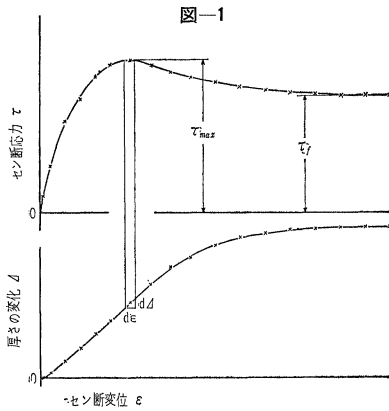


図-1

mm の場合、せん断面上の厚さが 5 mm 以上にならないようにする。

2) 側面摩擦を除去するため、次式によってあらわされる値をもってせん断強さとする。

$$s = \sigma \left(\frac{d\Delta}{d\varepsilon}\right)_{\tau=\max} + \tau_f$$

(1963.7.9・受付)

[筆者：正員 東京都立大学助教授 工学部]

## 結合法による格子構造の動的解析

平井一男

### 1. 緒 論

格子構造は相当古くから橋梁・建築物・船舶・航空機などの広い分野にわたって使用されているにもかかわらず、その動的解析はきわめて少ないようである。本研究は筆者提案の解析法(すなわち結合法)によって、格子構造の固有振動数・振動モードを求め、これをもととして移動荷重などの動的外力が作用するときの運動方程式を誘導すること、さらに、この理論が支持条件や主桁横桁の配置の異なる格子桁に適用できることを述べ若干の数値計算例を示したものである。

従来、格子構造の解析には、正攻的に格点力や曲げモーメントなどの力を未知数とする方法、変形を未知数とするたわみ角やモーメント分配法などがあるが、これらはいずれも格子構造を一体として取り扱い、力のつり合い・変形の条件より基礎式を誘導している。これに対し、ここに述べた結合法は、最初から格子構造として基礎式を誘導するのではなく、まず主桁と横桁とを切り離し、個々の桁に荷重を作用させて変形をおこさせ、主桁と横桁の接合点部の変位が等しくなるように変形を調整したのち、主桁と横桁とをくみ合わせてもとの格子桁に組み立て、格点を結び合わせて一体の格子構造としての基礎式を導く方法である。このようなわけで、この方法を結合法と呼んでいる。

### 2. 理 論

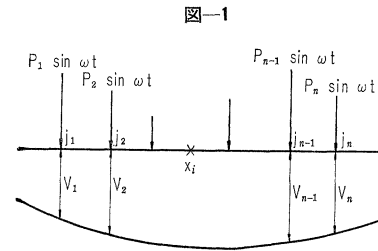


図-1 に示すように  $n$  個の集中荷重  $P_i \sin \omega t$ , ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ ) をはりに作用させたとき荷重点のたわみを  $V_1, V_2, \dots, V_n$  とすると、それ

らは式(1)より求められる。

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= a_{11}P_1 + a_{12}P_2 + \dots + a_{1n}P_n \\ V_2 &= a_{21}P_1 + a_{22}P_2 + \dots + a_{2n}P_n \\ &\dots \dots \dots \\ V_n &= a_{n1}P_1 + a_{n2}P_2 + \dots + a_{nn}P_n \end{aligned} \right\} \text{ (1)}$$

ここに

$$a_{ij} = \sum_{m=1}^{\infty} \Omega_m \Phi_m(x_i) \Phi_m(j_j), \quad \Omega_m = 1/(\omega_m^2 - \omega^2)$$

$\Phi_m(x)$ :  $m$  次の正規化された振動モード,  $x$ : 測定点の座標,  $j_j$ : 荷重点の座標,  $\omega_m$ :  $m$  次の固有振動数

式(1)を解くと式(2)となる。

図-2  $\tan \phi$  の比較

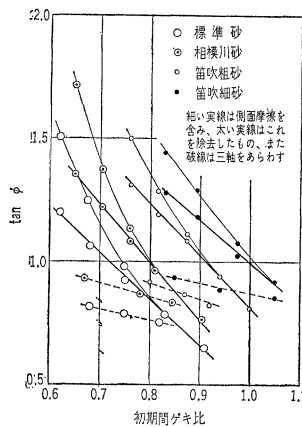
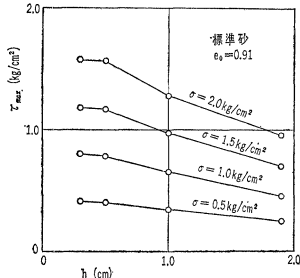


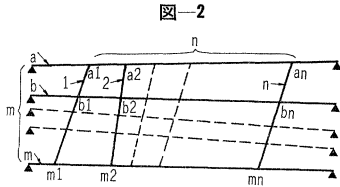
図-3 試料厚とせん断強さの関係



$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \alpha_{11} V_1 + \alpha_{12} V_2 + \dots + \alpha_{1n} V_n \\ P_2 &= \alpha_{21} V_1 + \alpha_{22} V_2 + \dots + \alpha_{2n} V_n \\ &\dots \dots \dots \\ P_n &= \alpha_{n1} V_1 + \alpha_{n2} V_2 + \dots + \alpha_{nn} V_n \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

ここに  $\alpha_{ij}$ , ( $i, j=1, 2, \dots, n$ ) は式 (1) を解いて求められる係数である。

いま載荷点を格子桁の格点を選び、主桁と横桁とにそれぞれ  $H, Q$  の添字をつけて区別すると、例えば 図一



図一

2 の主桁  $m$ ・横桁  $n$  については式 (3), (4) が成立する。

$$\left. \begin{aligned} P_m^H &= \alpha_{m1m1}^H V_{m1} + \alpha_{m1m2}^H V_{m2} + \dots + \alpha_{m1mn}^H V_{mn} \\ P_m^Q &= \alpha_{m2m1}^H V_{m1} + \alpha_{m2m2}^H V_{m2} + \dots + \alpha_{m2mn}^H V_{mn} \\ \alpha_{a1a1}^H V_{a1} + \alpha_{a1a2}^H V_{a2} + \dots + \alpha_{a1an}^H V_{an} + \alpha_{a1b1}^Q V_{b1} + \dots + \alpha_{a1m1}^Q V_{m1} &= P_{a1}^H + P_{a1}^Q = P_{a1} \\ \alpha_{a2a1}^H V_{a1} + \alpha_{a2a2}^H V_{a2} + \dots + \alpha_{a2an}^H V_{an} + \alpha_{a2b2}^Q V_{b2} + \dots + \alpha_{a2m2}^Q V_{m2} &= P_{a2}^H + P_{a2}^Q = P_{a2} \\ &\dots \dots \dots \\ \alpha_{b1b1}^H V_{b1} + \alpha_{b1b2}^H V_{b2} + \dots + \alpha_{b1bn}^H V_{bn} + \alpha_{b1a1}^Q V_{a1} + \dots + \alpha_{b1m1}^Q V_{m1} &= P_{b1}^H + P_{b1}^Q = P_{b1} \\ \alpha_{b2b1}^H V_{b1} + \alpha_{b2b2}^H V_{b2} + \dots + \alpha_{b2bn}^H V_{bn} + \alpha_{b2a2}^Q V_{a2} + \dots + \alpha_{b2m2}^Q V_{m2} &= P_{b2}^H + P_{b2}^Q = P_{b2} \\ &\dots \dots \dots \\ \alpha_{m1m1}^H V_{m1} + \alpha_{m1m2}^H V_{m2} + \dots + \alpha_{m1mn}^H V_{mn} + \alpha_{m1b1}^Q V_{b1} + \alpha_{m1a1}^Q V_{a1} &= P_{m1}^H + P_{m1}^Q = P_{m1} \\ \alpha_{m2m1}^H V_{m1} + \alpha_{m2m2}^H V_{m2} + \dots + \alpha_{m2mn}^H V_{mn} + \alpha_{m2b2}^Q V_{b2} + \alpha_{m2a2}^Q V_{a2} &= P_{m2}^H + P_{m2}^Q = P_{m2} \\ &\dots \dots \dots \\ \alpha_{mnm1}^H V_{m1} + \alpha_{mnm2}^H V_{m2} + \dots + \alpha_{mnmn}^H V_{mn} + \alpha_{mnbn}^Q V_{bn} + \alpha_{mnaa}^Q V_{an} &= P_{mn}^H + P_{mn}^Q = P_{mn} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

上式中  $\alpha_{ijij}$  の係数はまとめて次式のように記した。

$$\alpha_{ijij} = \alpha_{ijij}^H + \alpha_{ijij}^Q$$

式 (6) は格点に上式の右辺で与えられる強制周期力が作用するとき格点に生じるたわみを求める式である。

格子桁が自由振動をしているときには、式 (6) の右辺  $P_{ij}$ , ( $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$ ) は 0 となる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{a1a1}^H V_{a1} + \alpha_{a1a2}^H V_{a2} + \dots + \alpha_{a1an}^H V_{an} + \alpha_{a1m1}^Q V_{m1} &= 0 \\ \alpha_{a2a1}^H V_{a1} + \alpha_{a2a2}^H V_{a2} + \dots + \alpha_{a2an}^H V_{an} + \alpha_{a2m2}^Q V_{m2} &= 0 \\ &\dots \dots \dots \\ \alpha_{mnm1}^H V_{m1} + \alpha_{mnm2}^H V_{m2} + \dots + \alpha_{mnmn}^H V_{mn} + \alpha_{mnaa}^Q V_{an} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

すべてが 0 でない  $V_{ij}$ , ( $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$ ) に対して式 (7) が成立するためには、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{a1a1}^H \alpha_{a1a2}^H \dots \alpha_{a1an}^H \alpha_{a1m1}^Q \dots \dots \dots \\ \alpha_{a2a1}^H \alpha_{a2a2}^H \dots \alpha_{a2am}^H \dots \alpha_{a2m2}^Q \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots \\ \alpha_{mnm1}^H \alpha_{mnm2}^H \dots \alpha_{mnaa}^Q \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} = 0 \dots \dots \dots (8)$$

式 (8) は格子桁の固有振動数  $\omega_k$  ( $k$  は格子桁の振動次数) を求める振動方程式である。

式 (8) より求めた  $\omega_k$  の値を式 (7) に代入すると、各格点のたわみ  $V_{ij}$  の大きさの比が求められる。この値を式 (3), (4) に代入すれば、格子桁がある大きさの振動をモードで自由振動しているときの格点力が求まる。これより振動モード  $\varphi_k$  が決定できる。この振動モード  $\varphi_k$  の大きさを正規化条件を満足するように決定し、これを  $\Phi_k$  とあらわす。  $\omega_k, \Phi_k$  が決定すれば、

$$\left. \begin{aligned} \dots \dots \dots \\ P_{mn}^H &= \alpha_{mnm1}^H V_{m1} + \alpha_{mnm2}^H V_{m2} + \dots + \alpha_{mnmn}^H V_{mn} \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

横桁  $n$  に対しては

$$\left. \begin{aligned} P_{an}^Q &= \alpha_{anana}^Q V_{an} + \alpha_{anbn}^Q V_{bn} + \dots + \alpha_{anmn}^Q V_{mn} \\ P_{bn}^Q &= \alpha_{bnana}^Q V_{an} + \alpha_{bnbn}^Q V_{bn} + \dots + \alpha_{bnmn}^Q V_{mn} \\ &\dots \dots \dots \\ P_{mn}^Q &= \alpha_{mnan}^Q V_{an} + \alpha_{mnbn}^Q V_{bn} + \dots + \alpha_{mnmn}^Q V_{mn} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

式 (3), (4) で与えられる変形を、主桁・横桁をそれぞれ与え、両者の格点変位を等しくし格点を結び合わせてもとの格子桁に組み立てることを考える。このようにしてできあがった格子桁では、例えば  $mn$  の格点について考えてみると、その変位は  $V_{mn}$  であり、この格点に作用している外力  $P_{mn}$  は

$$P_{mn}^H + P_{mn}^Q = P_{mn} \dots \dots \dots (5)$$

で与えられる。よって格子桁に作用している外力と変形との関係は式 (6) で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} P_{a1}^H + P_{a1}^Q = P_{a1} \\ P_{a2}^H + P_{a2}^Q = P_{a2} \\ \dots \dots \dots \\ P_{b1}^H + P_{b1}^Q = P_{b1} \\ P_{b2}^H + P_{b2}^Q = P_{b2} \\ \dots \dots \dots \\ P_{m1}^H + P_{m1}^Q = P_{m1} \\ P_{m2}^H + P_{m2}^Q = P_{m2} \\ \dots \dots \dots \\ P_{mn}^H + P_{mn}^Q = P_{mn} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

格子桁の  $x=x_j$  点に動的集中荷重  $P(t)$  が作用するとき  $x=x$  点のたわみは式 (9) より求められる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{v}_k + \omega_k^2 v_k &= \Phi_k(x=x_j) \Phi_k(x=x_j) P(t) \\ v &= \sum_{k=1}^{\infty} v_k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

ここに  $v_k$  :  $k$  次の振動モード  $\Phi_k(x)$  に対応する振動の大きさ荷重が移動する場合には、式 (9) の荷重点の座標  $x_j$  を時間の関数  $x_j = x_j(t)$  にておきかえればよい。

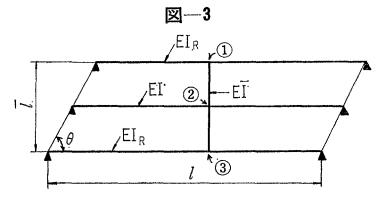
### 3. 種々の格子桁への適用

以上の理論を下記の 4 つの格子桁に適用した。

	主 桁	横 桁
モデル A	単純支持	単純支持
モデル B	単純支持	主桁上に支持
モデル C	連続ばり	主桁上に支持
モデル D	片持ばり	主桁上に支持

### 4. 数値計算例

図一に示す等間隔並列主桁 3 本、横桁 1 本が主桁に直交する格子桁において主桁相互の曲げ剛性の相異や斜角の変化によって、固有振動数・振動モードがそのように変化するかを調べるために数値計算を行なった。



図一

(1963.5.7・受付)

[筆者：正員 熊本大学助教授 工学部応用力学教室]