舗装版に働く水平荷重

"Shear Load on Pavements", *Barber, E.S.*, International. Conference of the Structural Design of Asphalt Pavement (1962)

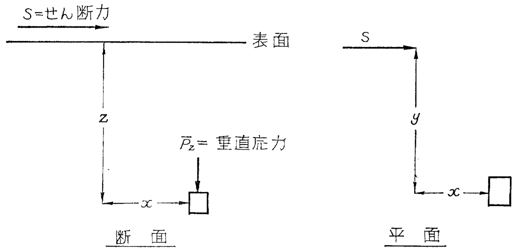
現在，舗装版の設計を行なう場合，外力としては自動車の垂直荷重のみを考え，これに経験的な安全度を組入れて，いろいろな場合の設計条件に対処している。

しかし実際は自動車荷重はタイヤ（ほとんどすべてが空気入りタイヤ）によって舗装面に伝達されているのが現状であり，この場合荷重は純粋に垂直成分のみから成るのでなく，タイヤ内の空気の圧力にしたがってタイヤに引張りが働き，これが舗装面と接触するとき載荷面積の中心に沿って（特に走行時に）せん断応力が生ずるわけである。

1）タイヤの接触面の内側に向って働くせん断応力

舗装表面に働くせん断応力は **図—1** に示すような垂直応力を考えている。Westergaad による計算式は均質，等方性の弾性体について求めてある。

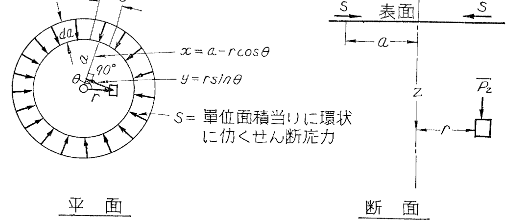
図—1　せん断力による垂直応力



空気入りタイヤの静的な載荷での接触面に対するせん断応力の分布は環状をなすものと考えられるので，この条件での関係および公式は **図—2** に示される。

この公式をもとにして垂直応力 $\bar{P}_z$ を単位面積に働くせん断応力 S で除した値 $\bar{P}_z/S$, およびさらに環の単位幅 da で除した値 $\bar{P}_z/SdA$ と A（＝載荷板直径 a を深さ

図—2　内側に向って働くせん断応力による環からの点における垂直応力



ただし $\bar{P}_z=\frac{3_{sada}\,2z^2}{2\pi}\int_0^\pi \frac{(a-r(\cos\theta)\,d\theta)}{(a^2-2ar\cos\theta+r^2\cos^2\theta+r^2\sin^2\theta+z^2)^{5/2}}$

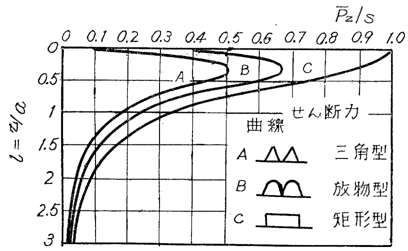
z で除した値 a/z）および R（＝環からの水平距離 r を深さ z で除した値 r/z）との相互の関係について計算を行なっている。

このうち **図—3** は環の内側に向って働くせん断応力がいろいろな分布をなす時に，円形面積の中心に働く垂直応力を示しているが，この場合放物線形分布の場合が実際の測定の結果とよく一致した傾向を示している。

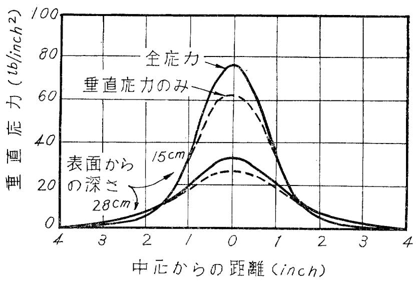
また McMahon, Yoder, Foster, Ferzus らによると空気入りタイヤによる垂直載荷により測定された応力は垂直荷重から計算された値よりも幾分大きな値を示しており，Spangular は舗装版内において表面に働く応力より大きな垂直応力を測定した。この影響は薄い厚さの時に重要である。

図—4 は，環の内側に向って働くせん断応力によって得られた垂直応力の増加を示している。

図—3　分布形式による垂直応力分布



図—4　垂直応力と合応力

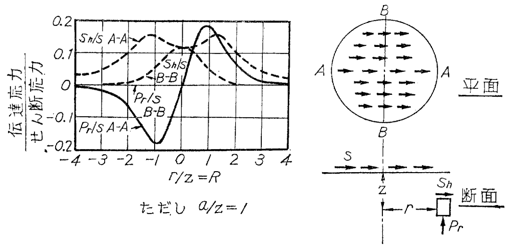


2）一方向に働くせん断応力

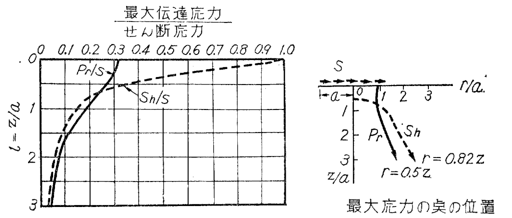
タイヤと舗装表面の間に一方向に働くせん断応力はいろいろな場合に生ずるが，垂直荷重のおよそ 10% 程度の水平力が縦断勾配や片勾配などによって起されるだろう。しかし垂直荷重に対する水平力の比率はタイヤと舗装面の摩擦係数によって限定されるが，車にあたる風圧力，始動時の推進力，停止時の制動力，線形のカーブを定速度で走行する時の慣性力などによって水平力は生ずる。

図—5 は円形面積に一方向に働く等分布せん断応力によって生じた内部垂直応力，水平応力を示している。これらが単純垂直応力，水平応力には付加されるわけであ

図—5　一方向に働くせん断力による応力の分布



図—6　一方向に働くせん断力による各深さでの最大応力



る。ただし単位垂直荷重についてせん断力 S の方向における垂直成分を P_v/S, 水平成分を $_\varepsilon S_h/S$ とする。

いろいろな深さでの水平面に働く応力の最大値の変動は **図—6** に示すが，この水平方向のせん断応力は，各層の安定に重要な役割をもっている。

以上のような問題は過応力を考える必要が出てくる場合に重要であり，たとえば Meyerhof は支持力に対する水平荷重成分の影響を合成力として考慮に入れている。

最後に論文の著者は要言して，静荷重の下では空気入りタイヤの場合，その固有の内部に働くせん断応力を考慮しなければならないとし，またさらに加速時，減速時が強い水平力成分を起こす時は，危険側の応力が増加し，許容応力が減少するとし，これらの影響は一定速度で自動車が走行する場合よりも重要であり，危険であることを述べている。　　　　　　　　（委員　藤井治芳）

フランスのニュータウン

"New Towns in France", *Hughes, D.W.*, Town and Country Planning, pp. 302～303, July (1963)

フランス南部のトウルーズ・ラ・ミラールと，ブリタニィのカンテルウに，半衛星都市のニュータウンが建設中である。

トウルーズ・ラ・ミラールは，人口2万の近隣住区5つ，総人口 10 万で計画されている。フランスとイギリスのニュータウンでは，住宅の主要な型が違っている。フランスでは，72% が5階，8階，14階の，16% が2階，3階，4階のそれぞれアパートで，12% が1階または2階の独立家屋である。

近隣住区はイギリスと同じ方針で計画されている。ショッピングセンター，社会・教育・文化施設，スポーツ施設は各住区ごとにあるが，より重要な商業上の機能は町の中心に集っている。

また，工業区も計画されている。32 000 台分の駐車施設が準備されていて，これは1世帯について1.4台でイギリスの基準より多い。

都市の基本構造として，つぎのものを計画する。

（1）　タウンセンター

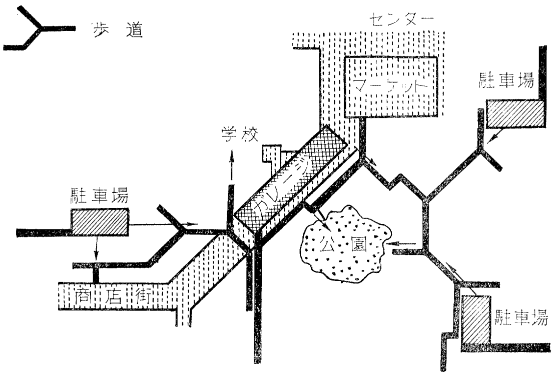
（2）　道　路　網

（3）　緑地・空地

これらは，後になって大きな変更をしないようにする。変更は当初の意図を失なわせる。自動車と歩行者は分離する。"メインストリート"の考え方は時代おくれであるが，この計画では基本的要素として使っている。

カンテルーは人口4万，面積約 300 ヘクタールで，ルーアンを東に見る位置にある。現在カンテルーの古い村に 2 000 戸の住宅建設の計画があるが，これもふくめて考えられている。

トウルーズ・ラ・ミラールの車と歩行者の分離



この計画は，大センター 1，サブセンター 3 および近隣住区 10 よりなり，各住区に 800 戸の住宅を建てる。日常生活に必要なものはサブセンターで用が足りる。この大きさの町に必要な他の施設は大センターにある。

3本の幹線街路が，サブセンターと大センターを結んでいる。この道路の両側に接して，非常に変った形式の8階のアパートの街区があり，その中に一定の間隔で 15 階の点状の街区がある。両者ともかなり高密度の住宅地で，補助街路にかこまれている。この補助街路には，枝分かれした駐車場がついている。

内部に島のように弧立している空地は，全く交通をいれない公共用の大公園あるいはグラウンドとして計画されている。

（委員　圷　叔男）

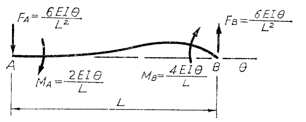
容易に弾性方程式をたてる一方法

"Simplified Formulation of Stiffness Matrices", *Peter, M.W.*, Proc. of A.S.C.E., ST, Vol. 89, No. 2, pp. 33〜48, April (1963)

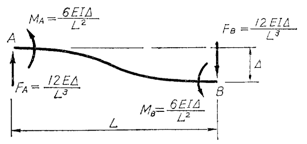
ディジタル電子計算機が構造解析の道具として利用される機会が増加するにつれて，著者は解析法としては変形法が有利であるとの観点に立ち，比較的容易に弾性方程式をたてる方法を提案している。

この方法では **図—1**，**図—2** に示した Standard Force-Displacement Relations を用いる。E はヤング率，I は断面二次モーメント，L は部材長，θ は部材端回転角，Δ は部材端相対移動量であり，M_A，F_A はそれぞれA点における曲げモーメント，せん断力を示している。

図—1　回転角 θ によって生ずる曲げモーメントおよびせん断力

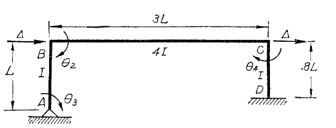


図—2　相対移動量 Δ によって生ずる曲げモーメントおよびせん断力

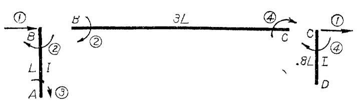


この方法によって，弾性方程式をたてる方法を例題で示す。**図—3** は構造物を示し，**図—4** はそれぞれの部材の変形を描いたものである。

図—3



図—4



未知数は4箇あるから，4×4の方眼を考え，行と例にそれぞれ1，2，3，4と番号をつける。

まず初めに，AB部材に着目し，変形 Δ_1 によって生ずる Δ_1，θ_2 および θ_3 方向の反力をさきの Standard Force-Displacement Relations によって求めれば $12\,EI/L^3\cdot\Delta_1$，$-6\,EI/L^2\cdot\Delta_1$，$-6\,EI/L^2\cdot\Delta_1$ である，これらの量の係数 12，−6 および −6 をさきに準備した方眼の（1行，1列），(1，2) および (1，3) の位置に書く，以下同様に変形 θ_2，θ_3 によって生ずる Δ_1，θ_2 および θ_3 方向の反力から求めた係数 −6，4，2；−6，2，4 をそれぞれ方眼の (2，1)，(2，2)，(2，3)；(3，1)，(3，2)，(3，3) に書き**図—5** を得る。

図—5　AB 部材に関する係数

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
\hline
1 & 12 & -6 & -6 & - \\
2 & -6 & 4 & 2 & - \\
3 & -6 & 2 & 4 & - \\
4 & - & - & - & -
\end{array}
$$

つぎに，BC 部材の θ_2，θ_4 について，それぞれの θ_2，方向の反力の係数を方眼に書加えて **図—6** を得る。

図—6　AB, BC 部材に関する係数

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
\hline
1 & 12 & -6 & -6 & - \\
2 & -6 & 4+\dfrac{4\times4}{3} & 2 & \dfrac{2\times4}{3} \\
3 & -6 & 2 & 4 & - \\
4 & - & \dfrac{2\times4}{3} & - & \dfrac{4\times4}{3}
\end{array}
$$

最後に，同様の作業を CD 部材について行ない **図—7** を得る。

図—7　AB, BC, CD 部材に関する係数

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
\hline
1 & 12+\dfrac{12}{(0.8)^3} & -6 & -6 & \dfrac{-6}{(0.8)^2} \\
2 & -6 & 4+\dfrac{4\times4}{3} & 2 & \dfrac{2\times4}{3} \\
3 & -6 & 2 & 4 & 0 \\
4 & \dfrac{-6}{(0.8)^2} & \dfrac{2\times4}{3} & 0 & \dfrac{4\times4}{3}+\dfrac{4}{0.8}
\end{array}
$$

これを用いて，弾性方程式を書けばつぎのようになるただし，F_1L，M_2，M_3 および M_4 は荷重項である。

$$
\frac{L}{EI}\begin{pmatrix} F_1L \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35.4375 & -6 & -6 & -9.375 \\ -6 & 9.33333 & 2 & 2.66667 \\ -6 & 2 & 4 & 0 \\ -9.375 & 2.66667 & 0 & 10.33333 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta_1/L \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{pmatrix}
$$

端モーメントはこの弾性方程式を解いて得た未知数をたわみ角法の公式に代入して得られる。

なお，この方法は熟練すれば従来のたわみ角法によるよりも簡単に弾性方程式を得ることが可能であり，17箇の未知数をふくむ問題の場合に，30 分程度の時間で弾性方程式を得た，としている。（委員　宮原　玄）

静荷重および動荷重を受けるはりの最小重量設計

"Minimum-Weight Design of Beams subjected to Fixed and Moving Loads", *Save, M.*, *Prager, W.*, J. Mech. Phys. Solids., pp. 255〜267, July (1963)

本論文は静荷重と単一動荷重を同時に受ける不静定ばりの最小重量設計に関するものである。最小重量設計の

基礎理論としては，Drucker-Shieldの理論とPragerのlinear programingを用いた理論とがある。本論文は前者にもとずくものであり，極限解析の第2定理が重用な役割をしている。これは，単位体積あたりの内部エネルギー逸散速度が一定であるようなひずみ速度場は，最小重量設計を与えるというものである。しかし，これは十分条件である上，解の存在が問題となる。また，膜などでは絶対最小重量設計を求めることができるが，板，棒の曲げでは，絶対的設計は得られない。

本論文では，下記の場合の外，両端埋入ばり，等2径間連続ばりを解析している。等2径間連続ばりでは，変形適合場が静定でなく，速度場を求めるのにさらに力の釣合の方程式を必要とする。このため重ね合せが不可能となり，一般的な解は求められない。そこで，荷重が特別の場合を解析している。

この種の他の論文と同じく，$w=a+bY$（a, b：定数，Y：全塑性モーメント，w：単位長重量）の関係があると仮定している。総重量 $W=al+b\int Ydx$ であり $\int Ydx$ を最小にすることが問題となる。

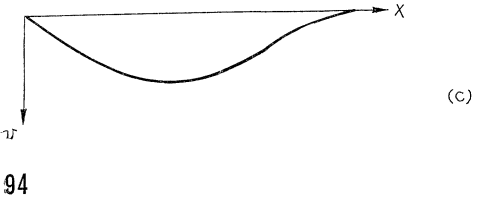
図—1 (a) のはりの最小重量設計を代表として抄録する。Drucker-Shieldの基礎定理は，この場合，単位の大きさの曲率速度 $\dot{K}$ を持つたわみ速度場を求めればよいことを示す。モーメントの符号を考えれば，左側で正，右側で負となり，x_1 でゼロである。共役ばり **図—1 (b)** によって $\dot{K}=\pm 1$ が**図—1 (b)** のように加わった場合の速度場は求められるから，確かに動的許容である。x_1 は共役ばりのモーメントの釣合から $x_1=l/\sqrt{2}$ である。

このたわみ速度場を得る設計は全塑性モーメント $Y_f(x)$ 曲げモーメント $M_f(x)$ とすれば，（f, m はそれぞれ静荷重，動荷重に関することを示す）

$$M_f(x)\begin{cases}-Y_f(x) & \dot{K}(x)<0\\ \ \ Y_f(x) & \dot{K}(x)>0\end{cases}$$

さて P_f を外力による仕事とすれば，$Y_f(x)$ で塑性流れが生じているのだから

図—1



$$P_f=\int_0^l Y_f(x)|\dot{K}(x)|dx$$

今 $Y_f{}^*(x)$ を任意の過大設計とすれば，ここでは塑性流れはないので

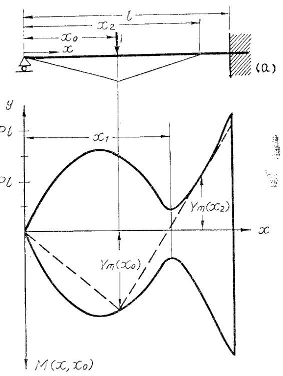
$$P_f\leq\int_0^l Y_f{}^*(x)|\dot{K}(x)|dx$$

$$|\dot{K}(x)|=1 \text{ ゆえに } \int_0^l Y_f(x)dx\leq\int_0^l Y_f{}^*(x)dx$$

すなわち $Y_f(x)$ は最小重量設計である。すべての荷重が x_1 より右にあれば $0\leq x\leq x_1$ で $Y_f(x)=0$ である。

つぎに単位動荷重に対する最小重量設計については，$Y_f(x)$と重ね合わせができるために，静荷重に対して仮定した速度場と両立する動荷重の速度場がなければならない。すなわち，$0\leq x\leq x_1$ で $\dot{K}=1$, $x_1\leq x\leq l$ で $\dot{K}=-1$ である崩壊機構を考えなければならない。

図—2



そこで荷重が $x_0(<x_1)$ にあるときヒンジは x_0 と x_2 $(>x_1)$ なる点に生ずるとする。ヒンジは dx_0 と dx_2 なる狭い範囲にあるとしてよく，それぞれ $\dot{K}=1$, $\dot{K}=-1$ を持つ。共役ばりを用いて $x_2=\sqrt{x_0{}^2+x_1{}^2}$

動荷重に対する設計全塑性モーメント分布 $Y_m(x)$ は $M(x, x_0)$ を x_0 に荷重があるときの x での曲げモーメントとすれば

$$M_m(x_0, x_0)=Y_m(x_0)$$

$$M_m(x_2, x_0)=-Y_m(x_2) \qquad 0\leq x_0\leq x_1$$

でなければならない。x_0 をパラメターとすれば，**図—2 (b)** の実線の包絡線が得られる。これが求める $Y_m(x)$ である。図には $\pm Y_m(x)$ が示されている。

包絡線の方程式は

$$Y_m(x_0)=x_0\left[K-\log\frac{x_0+\sqrt{x_0{}^2+x_1{}^2}}{l}\right]$$

$$Y_m(x_2)=x_2-\sqrt{x_2{}^2-x_1{}^2}$$
$$-x_2\left[K-\log\frac{\sqrt{x_2{}^2-x_1{}^2}+x_2}{l}\right]$$

$$K=\frac{1}{2}\left(1+\log\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right), \qquad x_1=\frac{l}{\sqrt{2}}$$

$$x_1\leq x_2\leq l \qquad x_2=\sqrt{x_0{}^2+x_1{}^2}$$

この $Y_m(x)$ が最小重量設計であることは，静荷重の場合と同様にして証明することができる。最後に，静荷重および動荷重を受ける場合の最小重量設計 $Y(x)$ を求

める。

(o,l) で $|M_f(x)|=Y_f(x)$ であり，$Y_m(x)$ の第一ヒンジは (o,x_1) 第二ヒンジは (x_1,l) に限られ，よって $\dot{K}$ の符号は $M_f(x)$ の符号と一致している。だから，Y_m を求める場合のいずれの崩壊機構も $Y_f(x)$ の崩壊機構となり得る。よって両者を重ね合わせることができ，最小重量設計 $Y(x)=Y_f(x)+Y_m(x)$ となる。

（委員　川口昌宏）

高応力時におけるコンクリートの引張りひずみ

"Strains and Stresses of Concrete at Initiation of Cracking and Near Failure", *Kaplan, M.F.*, Journ. Amer. Concr. Inst., Vol. 60, No. 7, pp. 853～880, July (1963)

持続荷重またはくり返えし荷重を受けるコンクリートの強度が，静的載荷試験した場合の内部ひびわれの発生点応力（または弾性限界応力）に関係していることは過去においても，すでに指摘されている。

筆者はコンクリートの圧縮強度，曲げ強度，圧裂引張強度，単純引張強度を，静的な短時間載荷試験方法によって試験するにあたり，抵抗線ひずみ計を用いてコンクリートのひずみを測定し，主としてコンクリート中の骨材量とひびわれ発生時のひずみ量（弾性限界ひずみ）との関係について検討した。

セメントはⅠ型ポルトランドセメント，砂利はシリカ質川砂利およびドロマイト質石灰岩の砕石（いずれも，最大寸法 1.9 cm）を3種類にふるい分けて使用し，砂は粗粒率2.5のシリカ質天然砂を使用した。

セメント砂比を一定にして，粗骨材量を 12～65% の間で変化させた，17 種類の配合のコンクリートについて試験した。コンクリートの水セメント比は0.5または0.6であり，スランプは 0～10 cm の間にあった。

圧縮試験には ϕ15×30 cm の円柱供試体，曲げ試験には 15×15×50 cm のはり供試体，圧裂試験には ϕ15×15 cm の円柱供試体，単純引張試験には ϕ10×41 cm の円柱供試体を用いた。供試体は成形後すべて，材令28日まで霧室養生し，試験に供した。

載荷速度は，圧縮試験の場合 14 kg/cm²/min，その他の場合すべて 10.5 kg/cm²/min とした。

抵抗線ひずみ計 SR-4 は，供試体上のはりつけ部分を，メチルエチルケトンで清掃した後，シアノアクリレイト接着剤を用いてはりつけた。ひずみ計の長さは圧裂試験の場合 0.8 cm とし，その他の場合にはすべて 15 cm とした。供試体のひずみは，応力方向にはりつけた2枚のひずみ計の読みの平均であり，測定値は供試体4本についての平均である。

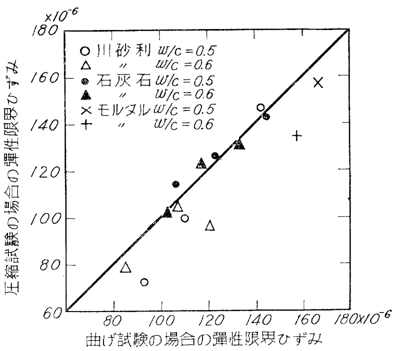
筆者は，各試験方法によって求めた応力ひずみ曲線の直線限界をコンクリートの弾性限界として，この点で内部ひびわれが発生すると考えた。

以上の各実験からつぎのことを確めることができた。

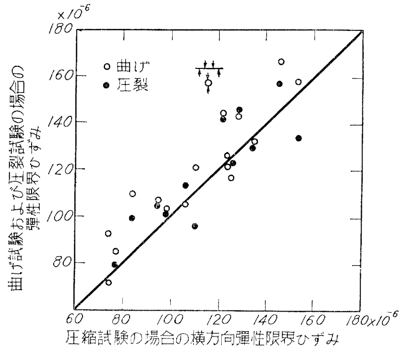
1) 圧縮試験，曲げ試験，圧裂試験，単純引張試験いずれの場合においても，コンクリートまたはモルタル中の骨材量の増加とともに，コンクリートの弾性限界ひずみ，降伏点ひずみは減少する。弾性限界応力，降伏点応力についても同様の傾向が見られるが，この場合には，骨材の種類，水セメント比によって若干の差がある。

2) **図—1** に示したように，曲げ試験の場合のコンクリートの弾性限界ひずみと，圧裂試験の場合の弾性限界ひずみとはほぼ等しい。しかし，単純引張試験の場合のコンクリートの弾性限界ひずみは，これらの値より約50% 小さい。

図—1



図—2



3) コンクリートの圧縮試験の場合の軸方向弾性限界ひずみにポアソン比（共振法によって測定した）を乗じて求めた横方向弾性限界ひずみと，曲げ試験および圧裂試験の場合の弾性限界ひずみとは，**図—2** に示すように，ほぼ一致する。

（委員　波木　守）

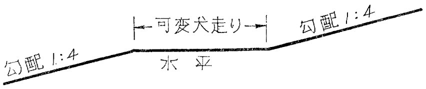
混成海岸上の波の遡上に対する犬走りの効果

"Effect of Berm on Wave Run-up on Composite Beaches", *Herbich, B.*, *Sorensen, M.* and *Willenbrock, H.*, Proc. of A.S.C.E., WW, Vol. 89, No2, May (1963)

種々の海岸構造物たとえば護岸などの天端高を決める上に波の遡上高に関する設計資料は是非共必要なものであるが，この論文においては犬走りを設けた海岸構造物の模形について実験を行ない，以前になされた研究結果 (F. Wassings, 1957; T. Saville, Jr. 1958 等) との比較を行なっている。この研究の主なる目的は犬走りがかなり大きい場合の混成海岸上の波の遡上の予報に関する Saville の方法の有効性を検討し，犬走り幅の影響を調べるためのものである。

実験は長さ 22.3 m，幅 60 cm，深さ 60 cm の水槽で行ない。造波機は Pendulum type のものを使用している。また構造物の断面形は **図—1** の通りで犬走り部分は

図—1 模　型　断　面



任意に変えられるようになっている。斜面勾配は滑斜面に関して Savage の得た結果を参酌して 1/4 としている。実験に使用した波は浅水波で斜面前面で砕けない程度のもので少なくとも水深の 2 倍以上のものをとっている。また水深は相対的な遡上高に影響がないように波高の 3 倍以上にとり 37 cm および 43 cm を与えた。

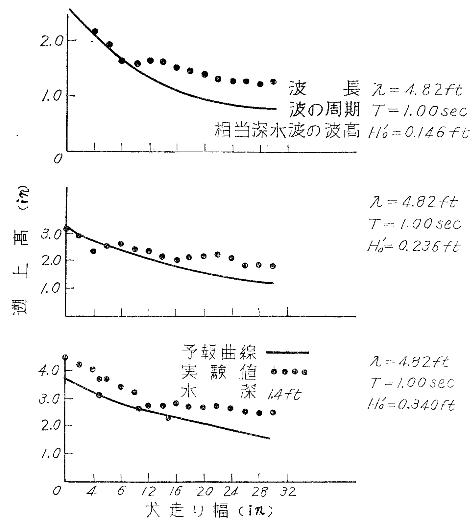
この実験においては，波の遡上の数量的な測定とともに物理的説明を与えるために定性的な実験を行なっている。

実験によりえられた結果は **図—2** に示す。犬走り幅 X が小さいときは実験値と Saville の方法による計算値とは，かなりよくあうが，X が大きくなると実験値が計算値より大きくなることがわかる。また遡上高の読みのばらつきが一定波長に対する波高および波長自身の増加にともなって増加する。これは波長が大きくなれば遡上が大きく，もつエネルギーも大きくなり，ばらつきも大きくなると考えられる。

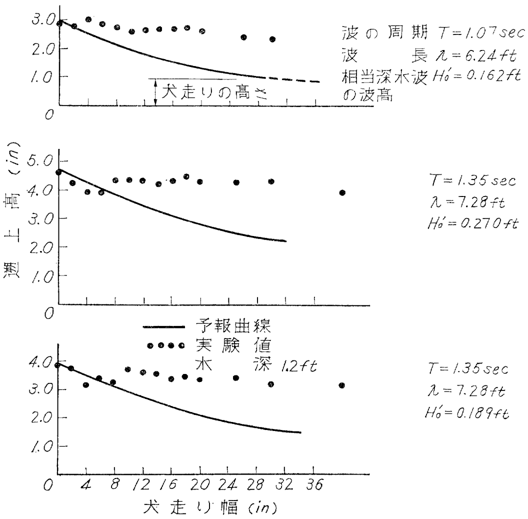
計算値と測定値が一致しなくなる点は X/λ (X: 犬走り幅，λ: 波長) の関数であるとみられる。この点はそのほとんどが $X/\lambda=0.15\sim0.16$ 近くにある。波高が大きくなれば犬走り上の水塊 (slug of water) が大きくなり (後述) 波高が小さい場合より水塊が出来やすくなり，これが 2 組の値の不一致の主なる原因になると考えられる。

図—2 (II) は犬走りが水面上に出る場合の結果でその

図—2(I) 犬走り幅—波の遡上高曲線の一例



図—2(II) 犬走り幅—波の遡上高曲線の一例

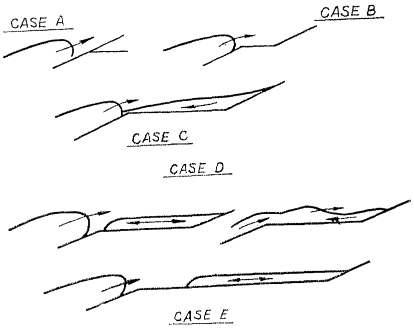


ほとんどが **図—2 (I)** の曲線とことなっている。すなわち図中その多くが，遡上高が平行になる前に X の小さい値に対してわずかに減少している。この減少がおこるときの計算値測定値の不一致点は $X/\lambda=0.07-0.09$ にあり，そうでないときは **図—2 (I)** の場合と同様である。16 においては計算値による曲線は犬走り高さを示す直線に交り，この点より先直線より下に来るが，これは遡上が犬走りまで達しないで第一の斜面のみに限られることを意味し Saville の方法がもはや成立しないものと考えられる。

定性的実験

これらの実験は，波が混成海岸斜面上で砕けるときの物理的性質を調べるためのもので **図—3** に示す 5 通りである。

図—3 波の遡上の機構



A：構造物に犬走りがなく，波は構造物上で砕け斜面を遡上し逆流して下る。

B：小さい犬走りを設けた場合で，波が第1斜面で砕けて遡上し，つぎの波が達する前に流れ下る。

C：犬走り幅が十分大きくなると，第2の斜面上の水がつぎの波が砕けて遡上するために，流れ下ることが妨げられる。すなわち，犬走り上の水塊がつぎの波の遡上に抵抗する。

D：犬走り幅がさらに増加すると，犬走り上にとまって往復運動する永久水塊 (permanent slug) が出来る。

E：犬走り幅がさらに増加すると，水塊の長さは一定となる傾向がある。

16〜20 の実験曲線は，犬走り幅が増加するにしたがい，遡上高はほとんど一定となるが，これは永久水塊が発達し，外力によってこの水塊が往復運動をするからである。Saville の方法は，この物理的要素を考慮に入れないために，計算値が犬走り幅の増加とともに減少し，実験値と一致しなくなると考えられる。

以上の結果を綜合してえられる結論は

(**1**) 実験値と Saville の計算値は X/λ が小さいときは一致するが，0.15 より大きくなると一致しなくなる。

(**2**) 定性的実験の結果によれば，波の遡上高は犬走り上の水塊の生起いかんに関係する。

(**3**) 犬走り幅がある量以上大きくなっても，遡上高が減少しなくなる点があり，1/4 X/λ〜3/8 X/λ にあるようである。

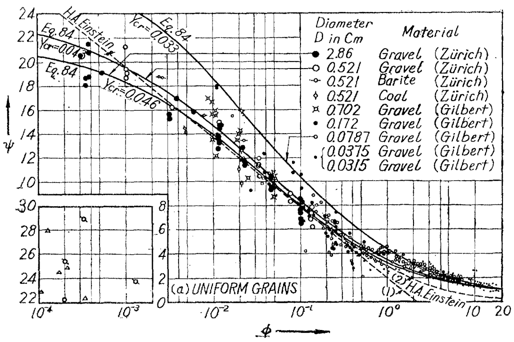
(浅田忠則)

流砂量公式の提案

"An Expression for Bed-load Transport", Proc. of A.S.C.E., HY. Vol. 89, No. 3, May (1963)

本論文は，河床付近での砂粒子の移動機構の解析を，主な内容とし，これより流砂量公式を提案したものである。筆者は，砂粒子が河床面からほぼ直角に浮揚していることに着目し，河床面から垂直方向の揚力分布を仮定し，他に重力と流体抵抗とを考慮した運動方程式を解き，多くの実験値より常数を求め，とくに掃流力の大きい範囲でも，アインシュタイン公式よりよい結果を納めた (図—**1**)。

図—1



まず，次元解析により，$P=f_p(X,Y,Z,W)$ を求め，このうち W があまり影響がないことを確かめ

$$P=f_p(X,Y,Z) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

とした。ただし，

$$P=p/\gamma_s DV_*,\ X=DV_*/\nu,\ Y=\rho V_*^2/\gamma_s D$$

$$Z=\rho/\rho_s,\ W=d/D$$

つぎに p について河床が等径，等重量 ($G=\alpha_f\gamma_s D^3$) の粒子より成立つとし，$\bar{N}(=N/D^2)$ を単位河床面積あたりの移動粒子数，C を粒子の平均移動速度とすると，

$$p=\bar{N}GC=N\alpha_f\gamma_s DC \quad \text{または}$$

$$P=N(C/V_*)\alpha_f \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

をうる。

C/V_* は，運動方程式を解いて求める。まず揚力 (L) については，これと限界揚圧力すなわち単一粒子重量との比が，近似的に，

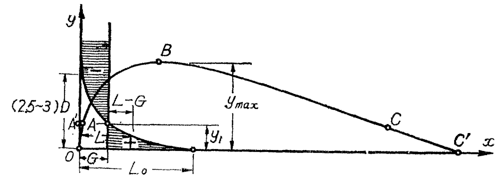
$$\frac{L}{G}=\frac{L_0}{G}f\left(\frac{Y}{D}\right)\approx\frac{Y}{Y_{cr}}f\left(\frac{Y}{D}\right)$$

$$=\left(\frac{V_*}{V_{*cr}}\right)^2 f\left(\frac{Y}{D}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

とおけることから，$f(Y/D)$ として，境界条件 $Y/D=0$ のとき $f(Y/D)=1$, $Y/D\to\infty$ のとき $f(Y/D)=0$ を満足する関数 $e^{-\alpha(Y/D)}$ を仮定した。α は実験常数。

次に粒子軌道を 図—**2** のように想定し，$L-G$ (図中影線部)の値より，これを $\overline{OA}$, $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ の部分に分けそれぞれについて運動方程式をたてた。すなわち，$\overline{OA}$

図—2



（≒$\overline{OA'}$）の区間では，

$$mdC_Y/dt=L-G-R_Y \quad \cdots\cdots(4)$$

$\overline{AC}$ の区間については，L を無視し，

$$mdC_X/dt=R_X \quad \cdots\cdots(5)_a$$

$$\pm mdC_Y/dt=\mp R_Y-G \quad \cdots\cdots(5)_b$$

ただし，$R_Y=\alpha_D\rho D^2C_Y^2$　$R_X=\alpha_D\rho D^2(u-C_X)^2$ とする。

これらをそれぞれ適当な変数変換により，$\beta=u/V_*$：const.（$=\bar{\beta}$）の仮定のもとに解き，（積分省略）

$$\frac{C_{X\cdot m}}{V_*}=\bar{\beta}\left[1-\frac{1}{\sigma}\log(1+\sigma)\right] \cdots\cdots(6)$$

を得た。ただし，

$$\bar{\beta}=\bar{u}/V_*=10,\quad \sigma=\bar{\beta}\,\theta_{AC}$$

$$\theta_{AC}/\sqrt{Y_1}=\tan^{-1}[\sqrt{Y_1}(\zeta_Y)_{\max}]+\sinh^{-1}[\sqrt{Y_1}(\zeta_Y)_{\max}]$$

$$(\zeta_Y)^2{}_{\max}=\frac{1}{Y_1}\left(\left[\frac{Z_1(Y/Y_{cr}-1)+1}{(Y/Y_{cr})^{Z_1}}\right]^{1/1-Z}-1\right)$$

$$Y_1=(\alpha_D/\alpha_f)Y,\ \zeta_Y=C_X/V_*,\ Z_1=2(\alpha_D/\alpha\alpha_f)Z$$

N は，河床面に働く力の関数と考えられる。すなわち $N=f(L_0,\ G)$，これを順次 L_0/G，Y/Y_{cr}，$S=Y/Y_{cr}-1$ とおきかえて，$N=f_N(S)$ をうる。この場合 $S=0$ のとき $N=0$ となる。ここで河床面から浮揚する粒子数が，S に比例すると仮定すると，

$$N=f(S)=\text{const.}\ S \quad \cdots\cdots(7)$$

結局

$$P=\text{const}\cdot S\left[1-\frac{1}{\sigma}\log(1+\sigma)\right] \cdots\cdots(8)$$

が得られる。

諸常数を定め，σ を計算し，S に対してプロットすると概略 $\sigma\approx aS$ とおけるところから，近似式として，

$$P=\text{const}\cdot S\left[1-\frac{1}{aS}\log(1+aS)\right] \cdots\cdots(9)$$

をうる。ただし，

$$a=2.45\,Z^{0.4}\sqrt{Y_{cr}}=2.45(\rho/\rho_s)^{0.4}\sqrt{\rho V_*^2/r_sD} \quad \cdots\cdots(10)$$

また，諸実験値との比較により，const＝0.635 を得た。

文中の記号は，p：単位幅流砂量（重量），r_s：水中での粒子の単位容積重量，D：粒子の直径，V_*：せん断速度，ν：水の動粘性係数，ρ：水の密度，ρ_s：粒子の密度，d：水深，R_X：粒子の受ける x 方向の流体抵抗，R_Y：同よう Y 方向の流体抵抗，m：粒子の質量，u：平均流速。添字は，O：河床面，X, Y：座標軸方向の成分，cr：限界掃流力時，m：平均，max：最大。

（委員　山口高志）