

論文紹介

今月は論文集第 96 号（38 年 8 月発行）登載論文としてつぎの 5 編を紹介します。なお、次号では第 97 号登載論文として下記の 3 編を紹介する予定です。

赤塚雄三・張紹遷・Milos Poliuk : 継続的に増加する荷重を受けたコンクリートの引張りクリープ試験方法—拘束方法について—

大長昭雄：アーチダムの基盤内の浸透流に関する研究

つり橋タワーの断面力・変形量・座屈荷重の計算法に関する研究

小西一郎・高岡宣善

この研究は、最大スパンつり橋のタワーの曲げモーメント・たわみ・座屈荷重の計算方法を積分方程式の理論を用いて説導し、数値計算例によって実際計算への適用方法を示したもので

図-1 座標軸と記号

ある。

1. 断面力と変形量

座標軸および記号を図-1 のよう

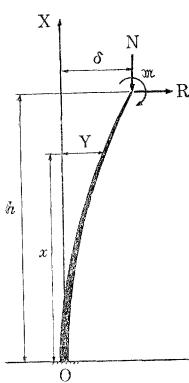
に定める。まず、はりの微分方程式

$$EJ(x) \frac{d^3y(x)}{dx^3} = M(x) \quad \dots(1)$$

を $x=0$ における条件: $y(0)=0$, $y'(0)=0$ を考慮して積分するとつぎの式が得られる。

$$\frac{dy}{dx} = \int_0^x \frac{M(u)}{EJ(u)} du, \quad \dots(2)$$

$$y(x) = \int_0^x dv \int_0^v \frac{M(u)}{EJ(u)} du. \quad \dots(3)$$



つぎに、 $w(x)dx$ を点 x におけるタワーの微小部分 dx の自重とする

れば、点 x における曲げモーメント $M(x)$ は

$$M(x) = \mathfrak{M} + R(h-x) + N(\delta-y) + \int_x^h w(t)[y(t)-y(x)]dt \quad \text{で与えられる。この式を } x \text{ で微分すると}$$

$$\frac{dM}{dx} = -R - \mathfrak{N}(x) \frac{dy}{dx} \quad \dots(4)$$

ただし

$$\mathfrak{N}(x) = N + \int_x^h w(t) dt \quad \dots(5)$$

式 (2) を式 (4) に代入して、 $M(h)=\mathfrak{M}$ という条件のもとに積分すると

$$M(x) = \mathfrak{M} + R(h-x) + \int_x^h \mathfrak{N}(v) dv \int_v^h \frac{M(u)}{EJ(u)} du$$

となる。この式を変形すると最後に

$$M(x) - \int_0^h K(x, u) M(u) du = \mathfrak{M} + R(h-x) \quad \dots(6)$$

が得られる。ここに

$$K(x, u) = \begin{cases} W(x)/EJ(u), & (0 \leq u \leq x) \\ W(x)/EJ(u), & (x \leq u \leq h) \end{cases} \quad \dots(7)$$

および

$$W(x) = \int_x^h \mathfrak{N}(v) dv \quad \dots(8)$$

である。タワーの自重を無視するときには

$$\mathfrak{N}(x) = N \quad \dots(9)$$

$$W(x) = N(h-x) \quad \dots(10)$$

となる。

式 (6) は、式 (7) で定義される核 $K(x, u)$ を有する Fredholm の第二種積分方程式である。式 (6) を数值的に解くには、たとえば日高の方法を用いて、これを $M_i (= M(x_i))$ に関する連立一次方程式にする。

かくして求められた $M(x)$ を用いてたわみ $y(x)$ を計算するためには、まず

$$\frac{x}{h} = \xi, \quad \frac{M}{M_0} \cdot \frac{EJ_0}{EJ} = g(\xi), \quad \alpha = \frac{hM_0}{EJ_0} \quad \dots(11)$$

とおく。ここに M_0 および EJ_0 は任意に選んだ基準曲げモーメント、および基準曲げこわさである。式 (11) を用いると式 (3) はつぎのようになる。

$$y(\xi) = \alpha \int_0^\xi d\xi \int_0^\xi g(\xi') d\xi' \quad \dots(12)$$

式 (12) によって、 $\xi = \xi_m$ におけるたわみ $y(\xi) = y(\xi_m)$ を数値的に計算するには、つぎの式を用いるのが便利である。

$$y(\xi_m) = \alpha \sum_{i=0}^{10} g_i \cdot \frac{k_i(\xi_m)}{10^4} \quad \dots(13)$$

ただし $k_i(\xi_m)$ は表に示されているある値である。

2. 座屈荷重

図-2 に示すような座標軸および記号を用いると、タワーの微分方程式はつぎのようになる。

図-2 座標軸と記号

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} + \frac{N}{EJ(x)} \{y(x) - \delta\} = 0 \quad \dots(14)$$

ここで以下の計算の便宜のために、つぎのような変換を行なう。

$$\frac{x}{h} = \xi, \quad \frac{EJ_0}{EJ} = X(\xi),$$

$$\frac{Nh^2}{EJ_0} = \lambda \quad \dots(15)$$

および

$$y - \delta = Y \quad \dots(16)$$

すると式 (14) は

$$\frac{d^2Y(\xi)}{d\xi^2} + \lambda X(\xi)Y(\xi) = 0 \quad \dots(17)$$

となる。上式を境界条件

$$\left. \begin{array}{l} \xi=0: Y(0) = -\delta \text{ および } dY/d\xi = 0 \\ \xi=1: Y(1) = 0 \end{array} \right\} \quad \dots(18)$$

のもとに積分すると

$$Y(\xi) = \lambda \int_0^\xi K(\xi, \eta) Y(\eta) d\eta \quad \dots(19)$$

が得られる。ここに

$$K(\xi, \eta) = \begin{cases} (1-\xi)X(\eta), & (0 \leq \eta \leq \xi) \\ (1-\eta)X(\eta), & (\xi \leq \eta \leq 1) \end{cases} \quad \dots(20)$$

である。式 (19) は式 (20) で定義される核 $K(\xi, \eta)$ を有する Fredholm の第二種同次積分方程式である。したがって、この核に属する固有値 $\lambda = \lambda_0$ がわかれば座屈荷重 N_k は

$$N_k = \lambda_0 \cdot \frac{EJ_0}{h^2} \quad \dots(21)$$

によって与えられる。

固有値 λ_0 を求めるための一つの方法は、式 (19) をたとえば日高の方法によって連立一次方程式

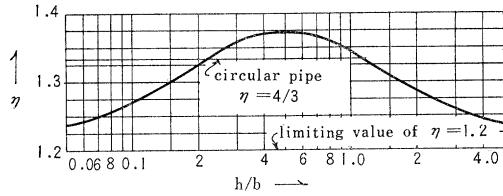
$$Y_i - \lambda \sum_{j=1}^n R_j'' K_{ij} Y_j = 0, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots(22)$$

に書きかえ、 Y_i の係数行列式を 0 とおいた特性方程式の根として λ_0 を求める。いま一つの方法は式 (19) を取り扱うかわり

$$+ \frac{16}{\pi^3} \left(\frac{b}{2h} \right)^2 \sum_m \frac{1}{m^6} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{m\pi h}{b} \right) \right] \dots \dots \dots (13)$$

図-3 はこれらの式より計算した。

図-3



境界摩擦力は、底面に対し

$$\tau_b = wIh \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{n^2} \frac{\cosh \left(\frac{n\pi b}{4h} \left(1 - \frac{2y}{b} \right) \right)}{\cosh \left(\frac{n\pi b}{4h} \right)} \right] \dots \dots \dots (14)$$

$$= wIb \frac{4}{\pi^2} \sum_m \frac{1}{m^2} \tanh \left(\frac{m\pi h}{b} \right) \cdot \sin \left(\frac{m\pi y}{b} \right) \dots \dots \dots (15)$$

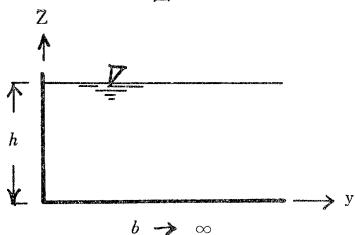
また側壁面に対し

$$\tau_w = wI \frac{8}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{n^2} \tanh \left(\frac{n\pi b}{4h} \right) \cdot \sin \left(\frac{n\pi z}{2h} \right) \dots \dots \dots (16)$$

$$= wI \frac{b}{2} \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{n^2} \frac{\cosh \left(\frac{mh\pi}{b} \left(1 - \frac{z}{h} \right) \right)}{\cosh \left(\frac{m\pi h}{b} \right)} \right] \dots \dots \dots (17)$$

幅の無限に広い水路における側壁の影響を調べるために、図-4 のように $b \rightarrow \infty$ とすると

図-4

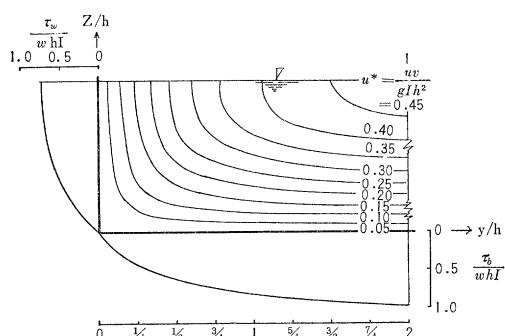


$$\begin{aligned} u &= \frac{16wIh^2}{\mu\pi^3} \sum_n \frac{1}{n^3} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{n\pi y}{2h} \right) \cdot \sin \left(\frac{n\pi z}{2h} \right) \right\} \\ &= \frac{wI}{\mu} \left\{ z \left(h - \frac{z}{2} \right) - \frac{16h^2}{\pi^3} \sum_n \frac{1}{n^3} \exp \left(-\frac{n\pi y}{2h} \right) \cdot \sin \left(\frac{n\pi z}{2h} \right) \right\} \end{aligned} \dots \dots \dots (19)$$

底面、側壁面の摩擦力はそれぞれ

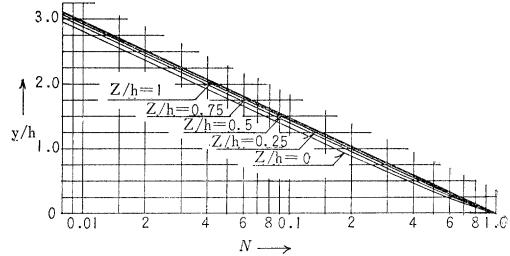
$$\tau_b = wIh \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{n^2} \exp \left(-\frac{n\pi y}{2h} \right) \right\} \dots \dots \dots (20)$$

図-5



$$\tau_w = wI \frac{8}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{n^3} \cdot \sin \left(\frac{n\pi z}{2h} \right) \dots \dots \dots (21)$$

図-6



これらの式を用いて、等速度線および境界摩擦力分布を描いたのが図-5 である。さらに $[u]_{y \rightarrow \infty} = u_i$ とすると

$$\frac{u_i - u}{u_i} = \frac{1}{z/h} \frac{16}{\pi^3} \sum_n \frac{1}{n^3} \exp \left(-\frac{n\pi y}{2h} \right) \cdot \sin \left(\frac{n\pi z}{2h} \right) = N \dots \dots \dots (22)$$

同じく $[\tau_b]_{y \rightarrow \infty} = \tau_{bi}$ とすると

$$\frac{\tau_{bi} - \tau_b}{\tau_{bi}} = \frac{8}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{n^2} \exp \left(-\frac{n\pi y}{2h} \right) = N \dots \dots \dots (23)$$

この式は式 (22) で $z \rightarrow 0$ に当たる。これらの式より N を計算すると図-6 のようになる。
(1962.11.4・受付)

〔筆者：正員 日本大学助教授 第二工学部土木工学教室〕

くり返し応力を受けた締固め 土の力学的性質

河上房義・小川正二

高速道路、鉄道、滑走路の路盤のように、くり返して急速な応力を受ける土構造物の設計には、くり返し載荷を受けることによって生じる土の力学的性質の変化を知らなければならぬ。このような観点から、H.B. Seed ちはシルト質粘度の供試体に、種々の軸応力と側圧をくり返して載荷した場合の、供試体に生じる変形、変形に対する抵抗力、最大圧縮強度の増加について研究した。

著者らも同じ考え方から、締固めたロームの供試体にくり返して一軸圧縮応力を加え、その間に生じた塑性（残留）および弾性（反発）変位を測り、さらにくり返し応力を受けた後の試料について一軸圧縮試験を行ない、その応力-ひずみ関係を求め、これらにおよそすくり返し載荷の影響について研究し、これらの力学的性質が、含水比、締固め密度、くり返し応力度、載荷回数などによっていかに変化するかを明らかにしようとした。

供試体は、仙台市近郊で得られたローム ($w_p = 26.2\%$, $w_L = 67.7\%$) の含水比を $21.8 \sim 32.2\%$ の間に 4 段に変化させ、直径 50 mm、高さ 126 mm の円柱形に締固めて製作した。供試体の密度も、締固め効果を変化させて、 $1.43 \sim 1.50 \text{ g/cm}^3$ の間で変化させた。

くり返し載荷試験は、それぞれの供試体の種類ごとに、応力度を 5~7 段階にかけて 10 万回ずつ載荷した。いずれの応力度の場合も、1 回の載荷時間は 0.75 sec、除荷時間は 0.85 sec で 1 サイクルの時間は 1.60 sec である。この試験中に、供試体の載荷中の最大変位と、除荷時の残留変位とを、載荷回数と対比しながら測定した。またくり返し応力を受けた後の力学的性質の変化を知るために、5~7 段階の応力を、 5×10^3 , 10^4 , 5×10^4 , および 10^5 回載荷した後の供試体について一軸圧縮試験を行な

い。その応力一ひずみ関係を求めた。

このような試験を行なった後、それぞれの含水比または締固め密度の異なる供試体の種類ごとに、くり返し回数の対数(log N)と残留ひずみ(ε)の関係を求め、この関係におよそすくり返し応力度、供試体の含水比と締固め密度の影響を調べた。またくり返し試験の経過中における弾性ひずみについても同様の研究を行ない、さらにこれから弾性変位係数(くり返し応力度/弾性ひずみ)を求めて、この係数を支配する諸因子について検討を行なった。

この実験的研究で得られた主な結論はつぎのとおりである。

(1) 締固めたロームにくり返し応力を加えた時に生じる残留ひずみは、載荷回数とともに漸増するが、その大きさは試料の含水比が低いほど小さく、載荷回数の対数に対する変化の割合は、塑性限界より低い含水比の場合にはくり返し回数が増すにつれて増大するのに反し、含水比が塑性限界より高い場合には比較的少ないくり返し回数の時に大きい。また締固め密度と残留ひずみとの関係は、ある密度の時に同一のくり返し載荷によって生じる残留ひずみが最小になり、これより密度が大きくても、小さくても残留ひずみは増大する。

(2) くり返し載荷中に見られる弾性ひずみは、含水比が高いほど、またくり返し応力度が高いほど大きい。しかし含水比とくり返し応力度が同一の場合、この実験に用いた試料については、載荷回数が1万回以下では残留ひずみの大きさはほとんど変化せず、載荷回数がこれを越えると急に減少する。なお供試体の締固め密度の差による弾性ひずみの大きさの差は顕著でない。

(3) 静的一軸圧縮試験において塑性的挙動を示す締固めたロームの供試体に、あらかじめくり返し応力を加えた後静的一軸圧縮試験を行なうと、その応力一ひずみ曲線の形はくり返し応力を受けない供試体のそれとは全く異なり、圧縮の始めに明らかな弾性挙動を示す弾塑性体のような形を示す。くり返し応力を受けた後の土の一軸圧縮強度は、くり返し載荷の影響のほか、土の含水量および密度によっても変化する。すなわち密度が高いほど、また含水比が低いほど一軸圧縮強度は高い。しかしくり返し載荷による一軸圧縮強度の増大の割合は、密度が高いほどいちじるしく、密度が高い場合には顕著でない。

(4) くり返し載荷試験中に求めた弾性変位係数と、くり返し載荷試験後に行なった一軸圧縮試験から求めた初期接線係数のくり返し応力度に対する変化はきわめて類似している。これらの係数は、くり返し応力が小さいほど、また含水比が低いほど高い値を示す。しかし含水比が高い供試体では、くり返し応力度が相違してもこれらの係数の変化が小さく、また供試体の締固め密度による差異も顕著でない。締固めたロームの弾性係数は 10^8 kg/cm^2 のオーダーである。

(5) くり返し応力をうけると土の強度および変形に対する性質が変化するのは、土の構造に硬化現象が生じるためである。硬化現象の効果は、くり返し応力をうけた供試体について行なった一軸圧縮試験において、低ひずみに対応する応力がくり返し応力を受けない供試体のそれにくらべて増大することによって、明確に認められる。この効果はひずみが小さい場合には顕著であるが、ひずみが大きくなると不明確になる。締固めたロームに一定の大きさの応力をくり返し載荷すると、載荷回数の大なるほどこの効果は大きくなり、また一定回数のくり返し載荷を行なう時は、これより高くて、または低くても効果が低下する。くり返し載荷試験中の密度の増大(締固まり)は、くり返しのごく初期に起こるのに反し、強度および変形に関する性質の変化は、くり返し回数がかなり多くなってから顕著に

見られることから、硬化現象は土粒子の締固まりによるものではなく、土粒子間に働く電位エネルギーや土粒子の配列の変化などにもとづくものであろう。

(1962.12.5・受付)

〔河上：正員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科〕
〔小川：正員 工修 東北大学大学院工学研究科〕

砂の粒度および量とモルタルの諸性質の関係について

徳光善治

モルタルを一定型わくのなかに打ちこんだ時、骨材はセメントペーストでおおわれ、当然骨材がペーストなしで同じ型わくの中につめこまれた時に占める実質体積より小さい。後者の体積率を筆者は固有実積率と名づけ、 G_i で表わしている。つぎにモルタル全容積中で骨材が実際に占めている実積率を見かけ実積率、 G_a とすると、 $G_a < G_i$ でなければならない。これはモルタルとして必要条件であるが、従来あまり強調されていなかった。このほか、ただ単に、セメント量、水量を差し引いて得る配合実積率 G_c がある。完全なモルタルであれば、 $G_c = G_a$ は当然成立立たねばならないが、不当な G_c を与えると、 $G_c < G_i$ なる場合でも必ずしも $G_c = G_a$ とはならず、 $G_c > G_a$ なることがある。これは骨材周囲に被膜が作られ、骨材が押し拡げられた形になるため、内部空堀をペーストが満たし得なくなったのである。すなわち、完全モルタルでは被膜と同時に内部空堀をも満たすペースト量を必要とする。

G_i と G_a 、粒径 d と被膜厚さ δ の間には

$$\frac{G_i}{G_a} = \left(1 + \frac{\delta}{d}\right)^3 \quad \dots \dots \dots (1)$$

なる関係が成立する。したがって G_i を減ずることは δ を増加させるが、 δ をある値以上におさえると、 G_i はある値以下にする必要がある、本研究は細骨材の粒度が、 G_i の増減により、モルタルにいかなる影響を与えるかについて考察したものである。

(1) 1種骨材の G_c とモルタルの諸性質

一般に骨材は均一な粒径、形状をもつ粒子の集合体ではなく、1種骨材といつてもフルイなどによって分けられる一定範囲のものをいう。コンクリート用骨材では普通範囲の上限、下限の比を“2”にとっているので、本文でもそれにしたがっている。このように区分した1区間の骨材を用い水セメント比を一定にし、 G_c を増減すると図-1のように、 G_c がある値より大なる場合は $G_a < G_c$ となり、かつ G_a はほとんど変化しない。また、ある値以下では $G_c \approx G_a$ となり、前述の完全モルタルといえるものになる。この移行点を限界実積率と名づけ、 G_{cr} で表わす。このようにすると、 $G_c > G_{cr}$ では、 G_c が減少するにしたがい、 G_a はほとんど変化しないが、フロー値、強度は急激に増大する。逆に、 $G_c < G_{cr}$ では、 G_c が減少するにしたがい、 G_a はほぼ G_c と同じ値となり、フロー値は増大するが、増加の割合は $G_c > G_{cr}$ に比して小さい。また、強度は G_{cr} と同程度、あるいはむしろ減少する。

(2) 1種骨材の粒径とペースト w/c が与える影響

骨材の粒径が変わっても G_c の増減にともなうモルタルの性質は図-1と同じ傾向を示す。フロー値は図-2のように、粒径により $G_c > G_{cr}$ では相違が見られるが、 $G_c < G_{cr}$ ではほとんど変わらず、 w/c が大きな要素となっている。

G_c が一定で、粒径が変わることは、骨材の全表面積の変化を

図-1 $w/c=65\%$ のペーストと一種骨材の混合からなるモルタル

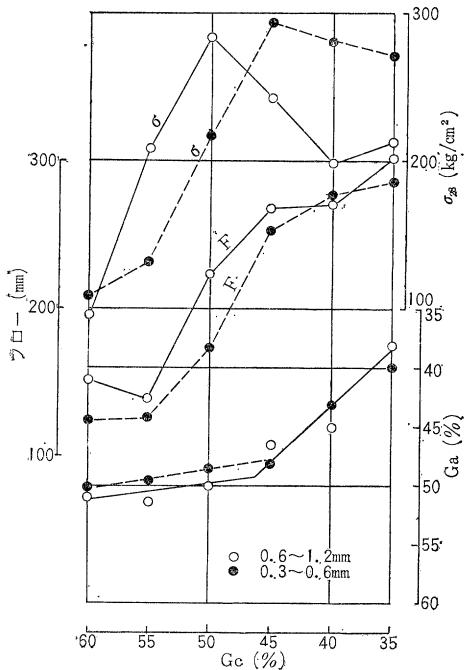
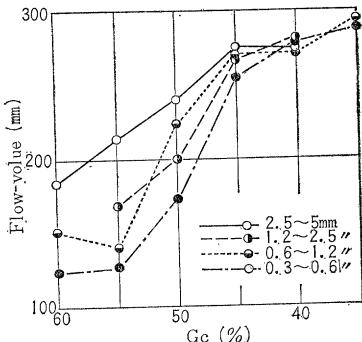


図-2 $w/c=65\%$ 一種骨材の粒径の差がモルタルのフローに与える影響

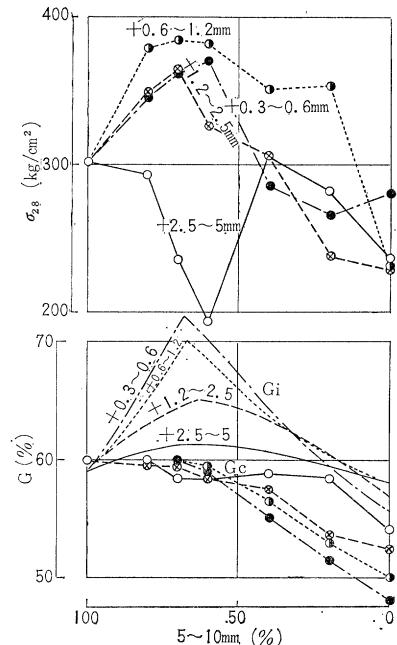


意味し、同時に式(1)からペースト膜厚 δ の変化を意味することがわかる。すなわち、いわゆる比表面積説はフロー値にとってそれほど重要ではなく、むしろ G_i/G_c および w/c が重要であると考える。強度の面から見ると、細かい方が、セメントペースト量を多少多く必要とするが、最大強度は大となる傾向がある。

(3) 2種の骨材を用いたモルタル

粒径の異なる2種の骨材を混合すると、それぞれの混合率で固有実積率が変化する。たとえば大粒子の要素、5~10 mm、小粒子の要素として、2.5~5 mm、1.2~2.5 mm、0.6~1.2 mm および 0.3~0.6 mm の骨材を使用し、大小2種の骨材を混合すると、図-3のように固有実積率 G_i が変化する。これらの種々の組合せと、混合率によって得られた骨材を用い、セメント量 520 g/l、フロー値 220 mm の条件で、水量を求め G_c を決定してモルタルをねり、強度を求めた。この結果図-3を得た。条件としてフロー値を規定しているが、図より $G_i \cdot G_c$ は、5~

図-3 2種混合骨材を用いたモルタル $c=520 \text{ g/l}$, フロー=22mmとした時



10 mm の量が大なる場合を別として、ほぼ一定であることに気づく。これについて、式(1)を変形し近似式をつぎのように導くことができる。

これより、 G_e の変化は全体的に少ない影響をもつとすると、前述の δ/d あるいは G_1/G_2 がフロー値にとって重要であるといったのと同じ意味となる。 G_1 は 2 要素の混合率で大きく変化し、大粒子の径 d_1 に対する小粒子の径 d_2 の比、 d_2/d_1 によっても変化する。そして、2 要素の組合せが同じであれば、最大強度を与える混合率は、最大固有実積率を与えるそれにはほぼ等しい。強度は d_2/d_1 が小さいと大になるが、 $d_2/d_1=0.125$ で最大となり、より小さないと若干減少する。

(4) 一般(連続)粒度骨材を用いたモルタル

以上は、ただ1種の骨材あるいは特殊な不連続粒度骨材を用いたモルタルであったが、連続粒度骨材でも同様のことがいえる。福岡市周辺で一般に用いられている砂について、前述の限界実積率を求めた。その結果、 $w/c=40\%, 50\% \text{ および } 60\%$ のそれぞれに対し、フロー値では $G_{cr}/G_i=0.76, 0.78, \text{ および } 0.81$ と得られ、強度からは $G_{cr}/G_i=0.70, 0.75 \text{ および } 0.78$ となった。フロー値と強度とから得られた数値には若干の相違はあるが、実験上の誤差などを考慮すると大した差ではない。かつてこの値は1種骨材の場合のそれともほぼ一致する。

(5) 玄とが素

モルタルの細骨材として重要な事はその固有実積率である。また、 w/c に応ずる最適な砂量、換言すれば限界実積率 G_{cr} が存在し、 G_{cr}/G_i は一定である。セメント量は G_{cr} に応ずるものは必要であるが、それ以上用いてもフロー値を若干増す事はできずが、強度面ではむしろ減少する傾向を有する。

(1962.10.4・受付)

[著者：正員 九州大学助手 工学部土木工学科]

軸圧縮力を受ける円弧アーチの曲げねじれ座屈に関する研究

深沢泰晴

橋梁幅員にくらべて、支間のいちじるしく大きいスレンダーなアーチ橋では、横方向の弾性安定問題が重要な意味を有してくれる。この問題は、軸圧縮力によって横方向への変位とねじれ変形とが連成して起こる「アーチの曲げねじれ座屈」の問題に帰せられる。本論文は、このような長径間アーチ橋の横方向の安定問題の解析の基礎的段階として、等分布荷重によって軸圧縮状態にある単一アーチの曲げねじれ座屈について論じたものである。

円弧アーチの曲げねじれ座屈変形に関する弾性方程式は、エネルギー原理にもとづき、変分問題のオイラーニの微分方程式として容易に誘導しうる。その際、外荷重としてアーチの曲率中心方向に向う等分布荷重 p の座屈変形後における作用方向の変化に応じて類別されるつぎのような三つの Case をここでは取り扱った(図-1)。

Case I 荷重 p がもとの作用方向に常に平行な場合(図-1 b の p_I)。

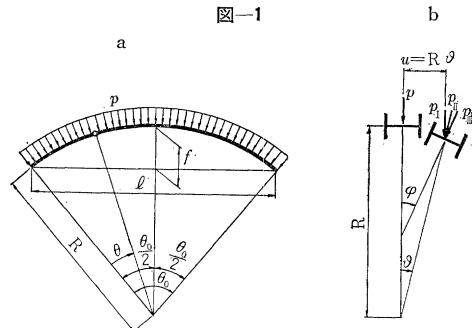


図-1

荷重の性質	弹性方程式
Case I	$\begin{aligned} & \left(EI_r + \frac{EC_w}{R^2} \right) \frac{d^4 \vartheta}{d \theta^4} + (R^2 N_{cr} - GK) \frac{d^2 \vartheta}{d \theta^2} \\ & - \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \varphi}{d \theta^4} + (EI_y + GK - Ry_0 N_{cr}) \frac{d^2 \varphi}{d \theta^2} = 0 \\ & - \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \vartheta}{d \theta^4} + (EI_y + GK - Ry_0 N_{cr}) \frac{d^2 \vartheta}{d \theta^2} \\ & + \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \varphi}{d \theta^4} + (i_p^2 N_{cr} - GK) \frac{d^2 \varphi}{d \theta^2} + (EI_y - RaN_{cr}) \varphi = 0 \end{aligned} \quad (1)$
Case II	$\begin{aligned} & \left(EI_y + \frac{EC_w}{R^2} \right) \frac{d^4 \vartheta}{d \theta^4} + (R^2 N_{cr} - GK) \frac{d^2 \vartheta}{d \theta^2} + R(R-a) N_{cr} \vartheta \\ & - \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \varphi}{d \theta^4} + (EI_y + GK - Ry_0 N_{cr}) \frac{d^2 \varphi}{d \theta^2} + RaN_{cr} \varphi = 0 \\ & - \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \vartheta}{d \theta^4} + (EI_y + GK - Ry_0 N_{cr}) \frac{d^2 \vartheta}{d \theta^2} + RaN_{cr} \vartheta \\ & + \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \varphi}{d \theta^4} + (i_p^2 N_{cr} - GK) \frac{d^2 \varphi}{d \theta^2} + (EI_y - RaN_{cr}) \varphi = 0 \end{aligned} \quad (2)$
Case III	$\begin{aligned} & \left(EI_y + \frac{EC_w}{R^2} \right) \frac{d^4 \vartheta}{d \theta^4} + (R^2 N_{cr} - GK) \frac{d^2 \vartheta}{d \theta^2} \\ & - \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \varphi}{d \theta^4} + (EI_y + GK - Ry_0 N_{cr}) \frac{d^2 \varphi}{d \theta^2} + \frac{1}{2} R^2 N_{cr} \varphi = 0 \\ & - \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \vartheta}{d \theta^4} + (EI_y + GK - Ry_0 N_{cr}) \frac{d^2 \vartheta}{d \theta^2} + \frac{1}{2} R^2 N_{cr} \vartheta \\ & + \frac{EC_w}{R^2} \frac{d^4 \varphi}{d \theta^4} + (i_p^2 N_{cr} - GK) \frac{d^2 \varphi}{d \theta^2} + EI_y \varphi = 0 \end{aligned} \quad (3)$

Case II 荷重 p が常にアーチの変形前の曲率中心方向に向う場合(図-1 b の p_{II})。

Case III 荷重 p の作用線がアーチ面内にある断面の主軸と常に一致する場合(図-1 b の p_{III})。

アーチリブの断面がその全長を通じて一定の場合、上記の各 Case に対する基礎方程式は、表-1 に示すように、四階の連立微分方程式で与えられる。同表において、

EI_y, GK, EC_w = それぞれアーチリブの横方向(アーチ面に垂直方向の意、以下同じ)の曲げ剛性、ねじれ剛性ならびに曲げねじれ剛性

N_{cr} = 荷重 p によってひきおこされる軸圧縮力 N ($\equiv Rp$ と仮定) の座屈限界値

a = 荷重 p の作用点とアーチ断面のせん断中心との距離

i_p = アーチ断面のせん断中心に関する極回転半径
 y_0 = アーチ断面のせん断中心と重心との距離

他の記号については図-1 が参照される。

アーチの両支点におけるアーチ面外への曲げねじれ変形に対する境界条件としては、

境界条件(A)：横方向への変位ならびにねじれ回転は固定されているが、横方向への曲げならびにアーチ断面のそりも完全に拘束されている場合。

の二種の場合を取り扱った。

表-2

荷重の性質	座屈係数 m の計算式
Case I	$\begin{aligned} & (\gamma - \nu^2 y_0 + \nu^2 \bar{a}) \nu^2 m^2 - [(\nu^2 + \bar{\alpha}) \nu^2 - 2 \nu^2 y_0 (1 + \bar{\alpha}) \\ & + (1 + \nu^2 \bar{\alpha}) (\nu^2 \bar{a} + \gamma)] m + \bar{\alpha}^2 (1 - \nu^2)^2 = 0 \end{aligned}$
Case II	$\begin{aligned} & [\gamma (1 - \nu^2 + \nu^2 \bar{a}) - \bar{y}_0 (\bar{y}_0 + 2 \nu^2 \bar{a}) + \nu^2 \bar{a} (1 - \nu^2)] \nu^4 m^2 \\ & - [(1 - \nu^2) (\bar{\alpha} + \nu^2) \nu^2 - 2 \nu^2 y_0 (1 + \bar{\alpha}) + \gamma (1 + \nu^2 \bar{\alpha}) \\ & + \bar{a} \nu^2 (1 - \nu^2)^2] \nu^2 m + \nu^2 \bar{\alpha} (1 - \nu^2)^2 = 0 \end{aligned}$
Case III	$\begin{aligned} & [4 \gamma - \nu^4 - 4 \bar{y}_0 (\bar{y}_0 + \nu_2)] \nu^2 m^2 - 4 [\nu^2 \bar{\alpha} (1 - \nu^2) \\ & + \gamma (1 + \nu^2 \bar{\alpha}) - 2 \nu^2 \bar{y}_0 (1 + \bar{\alpha})] \nu^2 m \\ & + 4 \bar{\alpha}^2 (1 - \nu^2)^2 = 0 \end{aligned}$

座屈荷重の算出は、境界条件(A)の場合には容易であり、座屈係数 m の計算式は各 Case に対して、表-2 にまとめたとおりである。同表においては、計算の便宜上、つぎのような無次元のパラメータが導入されている。

$$m = \frac{N_{cr} R^2}{EI_y}, \quad \nu = \frac{\theta_0}{\pi}, \quad \bar{a} = \alpha + \frac{1}{\nu^2} \beta, \quad \bar{\alpha} = \frac{GK}{EI_y},$$

$$\beta = \frac{EC_w}{EI_y R^2}, \quad \gamma = \frac{i_p^2}{R^2}, \quad \bar{y}_0 = \frac{y_0}{R} \quad (4)$$

この場合の座屈形は、

$$\theta = c_1 \sin \frac{\pi}{\theta_0} \theta, \quad \varphi = c_2 \sin \frac{\pi}{\theta_0} \theta \quad (5)$$

である。

境界条件(B)に対しては、座屈条件式ならびに座屈形として、例えば Case I については、つぎのような式が導かれる。

座屈条件式

$$\lambda_2 \lambda_3 \Phi_1 (\Phi_2 - \Phi_3) \cot \lambda_1 \frac{\theta_0}{2} + \lambda_3 \lambda_1 \Phi_2 (\Phi_3 - \Phi_1) \cot \lambda_2 \frac{\theta_0}{2}$$

$$+ \lambda_1 \lambda_2 \Phi_3 (\Phi_1 - \Phi_2) \cot \lambda_3 \frac{\theta_0}{2} = 0 \quad (6)$$

座屈形

$$\begin{aligned} g &= c \left[\lambda_2 \lambda_3 (\phi_2 - \phi_3) \frac{\cos \lambda_1 \left(\frac{\theta_0}{2} - \theta \right) - \cos \lambda_1 \frac{\theta_0}{2}}{\sin \lambda_1 \frac{\theta_0}{2}} \right. \\ &\quad + \lambda_3 \lambda_1 (\phi_3 - \phi_1) \frac{\cos \lambda_2 \left(\frac{\theta_0}{2} - \theta \right) - \cos \lambda_2 \frac{\theta_0}{2}}{\sin \lambda_2 \frac{\theta_0}{2}} \\ &\quad \left. + \lambda_1 \lambda_2 (\phi_1 - \phi_2) \frac{\cos \lambda_3 \left(\frac{\theta_0}{2} - \theta \right) - \cos \lambda_3 \frac{\theta_0}{2}}{\sin \lambda_3 \frac{\theta_0}{2}} \right] \\ \varphi &= c \left[\lambda_2 \lambda_3 \phi_1 (\phi_2 - \phi_3) \frac{\cos \lambda_1 \left(\frac{\theta_0}{2} - \theta \right)}{\sin \lambda_1 \frac{\theta_0}{2}} \right. \\ &\quad + \lambda_3 \lambda_1 \phi_2 (\phi_3 - \phi_1) \frac{\cos \lambda_2 \left(\frac{\theta_0}{2} - \theta \right)}{\sin \lambda_2 \frac{\theta_0}{2}} \\ &\quad \left. + \lambda_1 \lambda_2 \phi_3 (\phi_1 - \phi_2) \frac{\cos \lambda_3 \left(\frac{\theta_0}{2} - \theta \right)}{\sin \lambda_3 \frac{\theta_0}{2}} \right] \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

ここで、 $\phi_i = \frac{(1+\beta)\lambda_i^2 - (m-\alpha)}{\beta\lambda_i^2 + (1+\alpha-m\bar{y}_0)}$ ($i=1, 2, 3$)

であり、また λ_i^2 ($i=1, 2, 3$) は表-1 の連立微分方程式(1)の特性方程式の根 (0を除く)である。もちろん λ_i^2 が負の場合には、式(6)および(7)において、 $\sin ix = i \sinh x$, $\cos ix = \cosh x$ ($i = \sqrt{-1}$) の変換が適用されなければならない。

座屈条件式(6)から座屈係数 m を求める数值計算は非常に繁雑であり、その労に耐えられない場合が多い。そこでパラメータとして、 α , β , γ , θ_0 (あるいは f/l) を適当な範囲内で変化させて、電子計算機によって、非常に多くのケースについて m を計算した。その結果はいくつかの図表にまとめ、一般的な使用の便に供しうるようにするとともに、種々の傾向が容易に把握できるようにした。このような図表の一例を 図-2 に示す。

以上のようにして得られた結果を総合的に解析し、つぎのような事柄について、アーチの曲げねじれ座屈の特性が明らかに

された。

1. アーチ リブの各種の剛性が座屈荷重におよぼす影響。
2. アーチの線形、特に曲率 (あるいはライズ スパン比) が座屈荷重におよぼす影響。

3. 載荷条件が座屈荷重におよぼす影響。
4. アーチ端部の支持状態が座屈荷重におよぼす影響。

5. 座屈形の特徴、特に境界条件(B)の場合。

アーチ リブのねじれ剛性あるいは曲げねじれ剛性が無限大という極限の場合は、実質的なねじれをともなわない「アーチの横曲げ座屈」に相当する。この場合の座屈係数は、アーチ リブの各曲率 (あるいはスパン ライズ比) に対し、曲げねじれ座屈係数の上限値を与えるものであるから、アーチの横方向の安定性を論ずるときには、この横曲げ座屈も重要な役割を果たす。その意味で、本論文でもこれに触れた。

非常にへん平なアーチにおいておこる可能性のある飛移現象を除けば、弾性安定論から抑えられるアーチの耐荷力は、アーチ面内においておこる曲げ座屈と、本論文で扱ってきたアーチ面から外に変形のおこる曲げねじれ座屈とのいざれかによってきまつてくる。各種の曲率ならびに断面形のアーチについて、この両座屈荷重に対する一般的な検討を行なった結果、境界条件(A)の場合には、よほど横方向に幅の広い断面でない限り、ほとんど曲げねじれ座屈が先行しておこり、また境界条件(B)のアーチでも、單一アーチでは、なかんずく開断面の場合には、曲げねじれ座屈が意外に支配的であることが判明した。

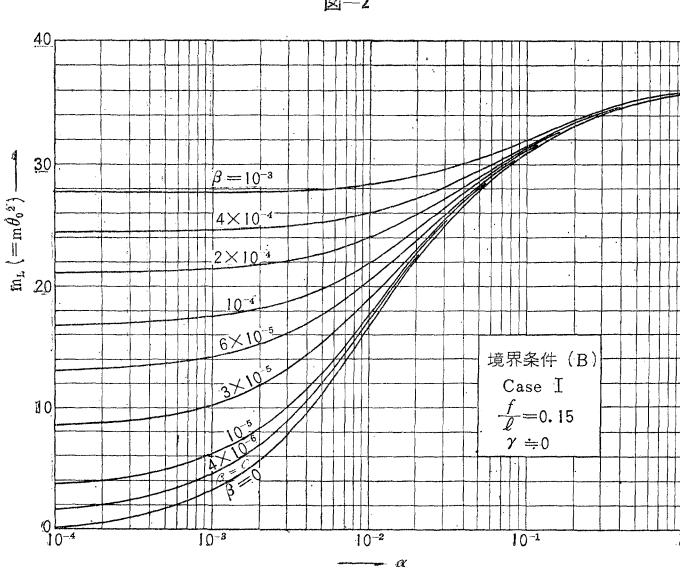
アーチの曲げねじれ座屈現象を実証し、また理論的取り扱いの妥当性を確認するために、以上のべたような理論計算と平行して、モデルアーチによる実験的研究をも行なった。16本のモデルアーチについて、砂を用いた特殊な載荷装置によって行なった実験から得られた結果は、一部を除いてほぼ満足すべきものであった。モデルアーチの諸元、実験装置、実験方法ならびに実験結果などについての詳細は本論文にゆずらなければならない。本研究は、直接的には曲率中心に向う等分布荷重を受ける円弧アーチの曲げねじれ座屈を対象したものであるが、ここに解明された事柄は、本質的には鉛直荷重を受ける円弧アーチ、さらに放物線アーチの曲げねじれ座屈に対してもあては

まり、アーチの一般的な安定問題の検討に役立つものと思う。

冒頭において触れたように、アーチの横方向の安定問題は、橋梁構造として出現する長径間アーチ橋において、重要な意味をもつものである。このような問題の取り扱いについては、たとえばスパン ドレルアーチ橋に対しては、アーチ橋全体を、すなわち左右の両主構と上下の横構よりなる閉じた立体トラス構造を一本の閉断面に置き換え、本論文の理論を適用することができる。ソリッド リブアーチ橋の場合には、横けたの変形が無視しうるようなときは、やはり橋全体を一本のけたに置き換えることは容易である。横けたの変形を考慮しなければならない場合には、さらに複雑な系の座屈問題となる。これらについては、アーチ橋の橋梁幅員と限界スパンとの関係などに関する問題と共に、機会を改めて報告する予定である。

(1963. 2. 6・受付)

[筆者：学生員 工修 東京大学 大学院数物系研究科]



試験機紹介のページ

丸東製作所

TEL
東京
(641)
2661
7749
8735
1090

骨材の強さ(硬さ)試験に就いて

特に一般骨材から碎石、軽量骨材まで強さの判定が行えるB.S.骨材破碎試験に就いて

骨材の硬さに関する試験は一般に JIS A 1120, 1121 のスリーリー試験に従って行い、スリーリー減量をもって表わされております。前者のドバル・スリーリー試験では試料に衝撃の影響が加味されないので、碎け易い組織をもつていても結晶粒子のかたい骨材では試験値が小さく出てしまうし、又骨材粒形の偏平さ、細長さ等の影響が試験結果に出て来ない、などの理由から実用性に劣ると云われております。一方後者のロサンゼルス・スリーリー試験は試験時間や構造物としての実際のスリーリー状況も試験結果とよく一致し、ドバルより勝っており、一般に広く使用されております。しかし、何れにても試験時間が長く、装置が大型で経費もかかる等の欠点があります上記の諸欠点を満足させ非常に良い試験結果を得られる装置に B・S・骨材破碎試験装置 C 161 が御座います。本装置は 40~60ton 位の圧縮装置があればよく、試験も僅かな時間で完了出来、しかも一般骨材は勿論軽量骨材にまで適用出来ますので、最近各所に於て採用されております。試験結果はロサンゼルス・スリーリー試験結果と非常に良く一致すると B・S・規格の注にも御座いました。図-1, -2 は共に建設省土木研究所竹下・南雲両技官が昭和35年6月に研究所報告に掲載発表された試験結果であります。

図-2 は同様な硬さの試験方法としてある、B・S・衝撃試験装置 C 160 との比較試験で、本器は小型の試験機である上、秤と筒、或は筒だけあれば、特殊メッシュにより容積法で現場試験値が求まり、非常に便利な装置です。

尚、B S-1960年度版によりますと破碎値30%又は夫以上の場合は“10%細粒値法”により測定せよと云うことになっております。

この“10%細粒値法”的試験装置は破碎装置と全く同じで試験法及びデータの求め方が小々異なるだけです。即ち：

一般の骨材(碎石も含む)と軽量骨材は容積は同じでも載荷により破碎される量が異り、又破碎用貫入ピストンの貫入量が異ります。そのため破碎ピストンを貫入させて、破碎した量を或る範囲内(破碎率 7.5~12.5%)に収まる荷重を求め“10%細粒値”として表現します。その計算は 2 ケの平均より求めます。

$$10\% \text{ 細粒値 (必要荷重)} = \frac{14x}{y+4}$$

ここで $x = \text{載荷々重 ton}$ $y = x \text{ ton} \text{ における平均細粒値 (2 回の)}$

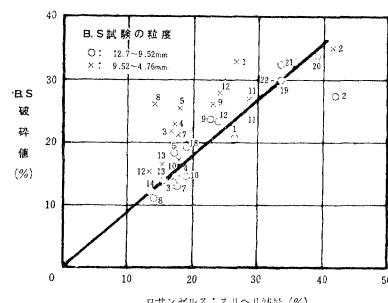
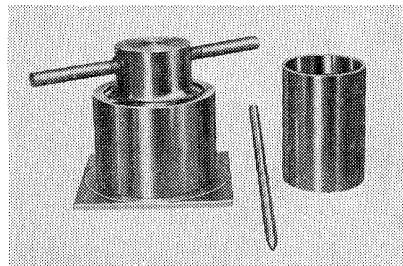
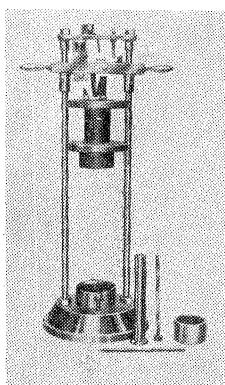


図-1 ロサンゼルス・スリーリー減量と B・S 破碎値との関係
本図より B・S 破碎値 = 0.9 × (ロサンゼルス・スリーリー減量)
となるが、著し同一試料を使用すれば、破碎値とスリーリー値は同じ値になるのではないかと想像される(発表者御意見)

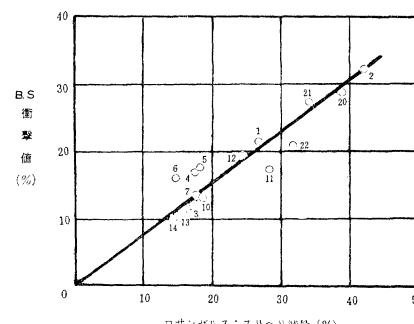


図-2 ロサンゼルス・スリーリー減量と B・S 衝撃値との関係
図-2の結果相当バラッキはあるが十分実用には供せられる
(発表者御意見)

カタログ、その他不明の個處につきましては下記へお問い合わせ下さい。

連絡先：東京都江東区深川白河町2の7 株式会社 丸東製作所 営業部