

地震工学講座 2

地震動

金井 清*

1. まえがき

構造物の地震動に対する応答は、つぎのように表わすことができる。

$$A(T) = f\{O(T), C(T), G(T), \varepsilon(T), S(T)\} \dots (1)$$

$$E(T)$$

ここに、 $O(T)$ は震源、 $C(T)$ は震源から地盤の下面まで、 $G(T)$ は地盤、 $\varepsilon(T)$ は土地と構造物の接触面、 $S(T)$ は構造物、のそれぞれ振動的性質である。

$E(T)$ は、普通、地震動の振動特性といわれるものである。地震動の性質 $E(T)$ は複雑多様であり、構造物の性質 $S(T)$ もまた複雑多様である。それに加えて、土地と構造物の間のエネルギーの出入状態 $\varepsilon(T)$ が複雑多様であるから、構造物の地震動に対する応答は、“複雑多様の3乗”という適切な表現があるぐらいで、この意味では、他の工学の力学問題の中でも群を抜いているといえよう。

本文では、“3乗”の基底になる $E(T)$ に関することのうちで、震害などの現象を、曲りなりにも説明でき、地震工学的に問題になる性質について述べる。

2. 地震波の反射屈折

P 波または S 波が不連続面に到達すると、 P 波、 S 波の2種類ずつ

の反射波と屈折波が発生する。各波の進路は図-1 になり、つぎの関係がある。

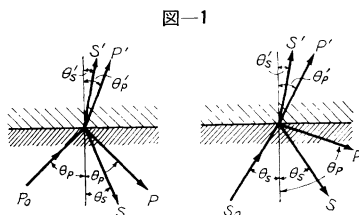


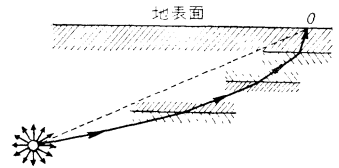
図-1

$$\frac{V_{P_1}}{\sin \theta_{P_1} (= \sin \theta_{P_0})} = \frac{V_{S_1}}{\sin \theta_{S_1}} = \frac{V_{P_2}}{\sin \theta_{P_2}} = \frac{V_{S_2}}{\sin \theta_{S_2}}$$

$$\frac{V_{S_1}}{\sin \theta_{S_1} (= \sin \theta_{S_0})} = \frac{V_{P_1}}{\sin \theta_{P_1}} = \frac{V_{S_2}}{\sin \theta_{S_2}} = \frac{V_{P_2}}{\sin \theta_{P_2}} \dots (2)$$

したがって、地震波が硬い物質から軟かい物質に入っ
てゆくときは進路が立つ。地球の表面付近を構成してい
る物質は、大まかにいって下ほど硬いから、地震波の進
路は、地表面に近づ
くにつれて立つこと
になる。実測結果に
よると、地表面での
地震波の入射角は数
度ぐらいの場合が多
いので、地盤の振動

図-2



問題では、地震波が直下から進んでくると仮定するのが普通である。それは、地震波が不連続面に直角な方向から来ると、入射波と同種の反射波と屈折波しか発生しないので、理論的取り扱いが格段に楽になるからである。

つぎに、 S 波が不連続面に直角に入射した場合の反射屈折問題を取り扱ってみる (P 波の場合にはつぎの計算中の μ を $\lambda + 2\mu$ におきかえればよい)。 z = 座標、 t = 時間、 μ = 剛性率、 ρ = 密度、 u = 変位とすると、平面波の運動方程式は

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots (3)$$

となり、その解は

$$u = A e^{i(p t \pm f z)} \dots (4)$$

となる。ただし、 A は常数、 $p = 2\pi/T$ 、 T = 周期、 $f = 2\pi/L$ 、 L = 波長である。入射側の媒質に添字 2、透過側の媒質に添字 1 をつけ、入射波 u_0 を

$$u_0 = A_0 e^{i(p t - f_2 z)} \dots (5)$$

で表わすと、入射角が 0 の場合には、反射波屈折波は各一種類しかないから、反射波 u_2 、屈折波 u_1 はつぎのようになる。

$$u_2 = A_2 e^{i(p t + f_2 z)}, \quad u_1 = A_1 e^{i(p t - f_1 z)} \dots (6)$$

A_0 は初期条件で定まる常数で、 A_1, A_2 は境界条件で定まる常数である。境界条件として、両媒質が完全に密着しているとすると、

$$z=0: \quad u_0 + u_2 = u_1 \dots (7)$$

$$\mu_2 \frac{\partial (u_0 + u_2)}{\partial z} = \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} \dots (8)$$

となり、式 (5)、(6) を式 (7)、(8) に代入すると、

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad \frac{A_1}{A_0} = \frac{2}{1+\alpha}, \quad \left[\alpha = \frac{V_1 \rho_1}{V_2 \rho_2} \right] \dots (9)$$

となる。ただし、 V_2, V_1 は S 波の速度で、 $V_2 \rho_2, V_1 \rho_1$ は振動インピーダンス、 A_2/A_0 は反射係数、 A_1/A_0 は透過係数にあたる。式 (9) の特別な場合は、つぎのようにな

* 正員 工博 東京大学教授 地震研究所

り、

$$\frac{V_1 \rho_1}{V_2 \rho_2} > 1; \frac{A_1}{A_0} < 1 \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{V_1 \rho_1}{V_2 \rho_2} < 1; \frac{A_1}{A_0} > 1 \dots\dots\dots (11)$$

式(10),(11)は、透過側の物質のインピーダンスが大きい場合(硬い場合)には、透過波の振幅は入射波のそれよりも小さく、透過側が小さい場合(柔らかい場合)には透過波は入射波よりも大きいことを示している。

3. 地震波の重複反射

地下に一つの不連続面がある場合に(図-3参照、地盤と基盤の関係にあたる)直下から地震波がやってくる場合を考えてみる。 $z=0$ の面で反射屈折の現象がおこり、表面層への透過波の振幅は式(9)により $2A_0/(1+\alpha)$ となる。この透過波が、 $z=0$ に着いてから H/V_1 時間かかって、地表面 $z=H$ に到達すると、反射がおこる。反射波の振幅は、式(9)で $\alpha=0$ の場合にあたり、 $2A_0/(1+\alpha)$ である。したがって、地表面の振幅は $2 \times \{2A_0/(1+\alpha)\} = 4A_0/(1+\alpha)$ となる。地表面で反射して下に進む波は $2H/V_1$ 時間の後に $z=0$ の面に到達し、反射して上にゆく波の振幅は $\{2A_0/(1+\alpha)\} \times \{(\alpha-1)/(\alpha+1)\}$ となる。この波が $3H/V_1$ 時間の後に再び地表面 $z=H$ に到達し、反射波 $\{2A_0/(\alpha+1)\} \times \{(\alpha-1)/(\alpha+1)\}$ を発生する。このようにして、1度表面層の中に入った地震波は地表面と下の境界面とで反射を無限にくりかえし、たとえ最初の波が衝撃型のものであっても、地震波は無限に続くことになる。この場合に、下の境界面に到達することによって、波の勢力の1部分が下層へ透過波として逃げていってしまうから、無限に続く波の振幅は順々に小さくなってゆく。以上述べたことは、つきのようにまとめられる。地表面の下面に到達した波を

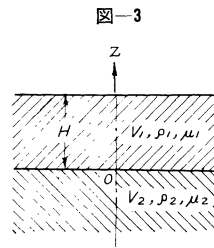


図-3

との比は、式(14)から

$$\frac{A_{\max}}{A_0} = \frac{4}{1+\alpha} \left\{ 1 + \frac{1-\alpha}{1+\alpha} + \dots \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^{n-1} \right\} \\ = \frac{2}{\alpha} \left\{ 1 - \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^n \right\} \dots\dots\dots (15)$$

となる。ここに、 n は半波長単位の波数である。極限の場合として、無限に続く正弦波をとると、式(15)の $n \rightarrow \infty$ の場合になり、

$$\frac{A_{\max}}{A_0} = \frac{2}{\alpha} \left(\equiv \frac{2V_2\rho_2}{V_1\rho_1} \right) \dots\dots\dots (16)$$

となる。 $\alpha=1/2$ の場合の式(15)による計算結果が図-4である。図-4は地盤の固有周期と等しい周期をもつ波が2波($n=4$)もつくと、無限に続く場合、(共振)に非常に近くなることを示す。実際の地震波では、このような場合は珍らしくないから、地表面の振幅と入射波の振幅比は式(16)の値ぐ

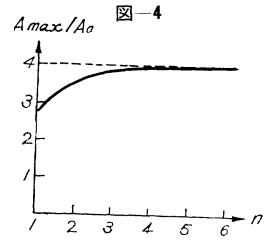


図-4

らいに増大することを予期しておかねばなるまい(粘性による減衰性で多少の割り引きにはなる)。もし、地表面の地震動が、単に、基盤と地盤の弾性の違いだけの影響だけを受けるものとする、式(9)でわかるように、地盤内での振幅の増大の極限が2倍ということになる(地盤が物性の違う多層から成っている場合には、2倍よりも、いくらか大きくなる程度である)。いいかえると、ヘドロ上の振幅は岩盤の露頭上の振幅の2倍は越えないことになり、実状と全く合わない。また、日本やアメリカ合衆国の地震観測結果(強震動もふくむ)から、地盤による振幅の差違が3倍や4倍になるのは珍らしくなく、10倍にもおよぶ場合があることも、この議論で、容易に理解できる。ただし、この結果は、最大変位振幅を問題にする場合のもので、最大速度振幅とか、最大加速度振幅を問題にする場合には、別の吟味があるが、この議論が大体あてはまる場合が多い。

4. 地震動の卓越周期

工学的に問題になる程度の大きさの地震については、地震動の加速度振幅は、各場所個々の周期の波のものが卓越する場合が多く、その値は、 $4H/V_0$ に近い。この値は、鉛直下からS波がきたときの地盤の共振周期にあたる(表面波の1種のラブ波の卓越周期にも近いが、本文では、この問題にはふれない)。

一般に、地震動の卓越周期は、山地では0.05~0.2秒、台地では0.2~0.4秒、沖積平野では0.4~1.0秒ぐらいである。新鮮な岩盤上や地下の基盤上の地震動には一定の卓越周期が表われないのが普通である。

$$u_0 = F(t) \dots\dots\dots (12)$$

とすると、地表面での波形は次式で表わされる。

$$u_s = \frac{4}{\alpha+1} F\left(t - \frac{H}{V_1}\right) + \frac{4}{\alpha+1} \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1} \right) F\left(t - \frac{3H}{V_1}\right) \\ + \frac{4}{\alpha+1} \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1} \right)^2 F\left(t - \frac{5H}{V_1}\right) + \dots\dots\dots (13)$$

$$= \frac{4}{\alpha+1} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^m F\left(t - \frac{(m+1)H}{V_1}\right), \\ [\alpha < 1] \dots\dots\dots (14)$$

いま、特別の場合として、もともと来た波の形を、 $4H/V_1$ (地盤の固有周期)の周期の有限長の正弦波と考えると、地表面の最大振幅 A_{\max} と入射波の振幅 A_0

地盤によっては、単一の卓越周期ではなく、加速度の卓越するいくつかの周期がある。これは、地盤が弾性の違ういくつかの層から成っている場合で、その振動特性は次式で表わされる。

$$G(T) = f\left(\frac{H_m}{V_m}, \frac{\rho_m V_m}{\rho_{m+1} V_{m+1}}\right) \dots \dots \dots (17)$$

[m は層番]

右辺の第1項は周期に関係し、第2項は振幅に関する。式(17)で計算される地震動のスペクトルの極大になる周期の大部分は、ある特定の層の固有周期に相当するものではないが、地表面に近い第1層の固有周期に相当する振幅が卓越する確率が比較的大きい。厚い沖積層上や埋立地などで、予想外に短い0.05~0.2秒の地震動の卓越周期があらわれるところがあるのは、この例にあたるものであろう。

式(17)の右辺の2つの項は比の形になっているから、これらの比が等しければ、たとえ弾性とか厚さとかの絶対値が違って、地盤の振動性状は変わらないことを示す。硬い地盤といわれているアメリカ合衆国の地震動の振動特性と、軟かい地盤といわれている日本のそれとの間に、根本的な差違がみとめられないのは以上の理由によるものであろう。また、日本の各地で行なわれている地盤調査で、従来の土質、厚さなどできめた地盤種別と振動的性質からきめた地盤種別とが一致しない場所があるのも、以上の議論で説明できよう。

5. 常時微動

普通の場所では、1000倍程度の拡大装置をもつ地震計は、絶え間なく震動を記録し、土地は数マイクロン(1マイクロンは1/1000ミリ)内外の振幅で、常に震動していることがわかる。この震動は、10数秒から数十分の1秒の周期の波のあつまりであり、その中の周期数秒以上の波のあつまりを脈動、数秒以下のものを常時微動と呼んでいる。

常時微動は、交通機関、工場機械など、主として人工的振動源で起こされた波のあつまりであるから、自然現象として

図-5 各種地盤における常時微動の代表的記録

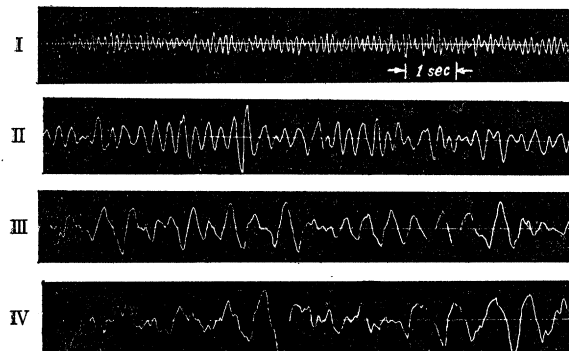
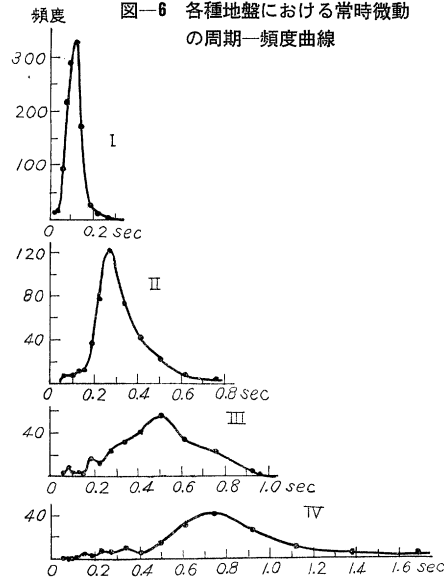


図-6 各種地盤における常時微動の周期-頻度曲線

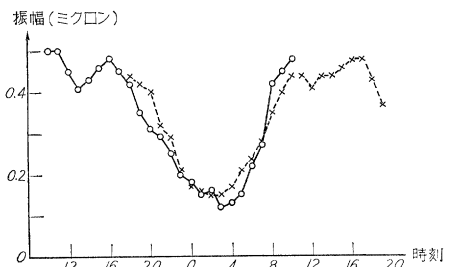


象として、この興味もあって、これに腰を入れた研究はあまり行なわれなかった。近年になって、常時微動の震動性状が各土地特有のものであり、常時微動からみた土地の震動性状は、自然地震にも、そのまま表われるものがあることがわかって来て、地震工学の立場からの注目を浴びるようになったのである。各種の地盤上の常時微動の代表的な記録と、それぞれの記録から求めた、2分間の波形についての周期別の波数分布(周期-頻度曲線という)を図-5と図-6に示す。

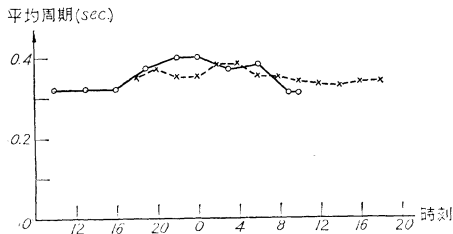
常時微動の周期-頻度曲線に、はっきりした一つの山のできる地盤(弾性からいって単層と考えられる)では、地震動(強震動をもふくめて)のそれにも、同じ周期に山ができる。常時微動の周期-頻度曲線に2つ以上の山のできる地盤上(弾性の不連続面が2つ以上あるもの)の地震動の周期-頻度曲線のいくつかの山は、地震によって、常時微動の山のうちの、どれかに一致する。

常時微動の振幅は、時刻によって違い(図-7参照)、また環境の影響も大きいから、これで、地盤の性状をしらべる場合には、特別な配慮が必要であり、実用上は不便である。それにひきかえ、常時微動の周期は、時刻による変化が小さく(図-8参照)環境の影響も比較的小さいから、地盤調査の目的に使用しやすい。それで、

図-7 東京本郷における常時微動の最大振幅の時間的分布



図一 東京本郷における常時微動の平均周期の時間的分布



常時微動による地盤調査の作業では、第1に周期によって目安をつけ、振幅を補助的に使う場合が多い。

6. 地震動の振動性に関する実験式

(1) 基盤に到達する地震波スペクトル

地下数百mにおける非常に多数の地震の観測結果の平均の性質を、基盤に到達する地震動の性質と考え、つぎようになる。地震動の変位スペクトルには極大があり、地震が大きいほど、極大値が大きくなるとともに、それに相当する周期は長くなる。震源距離 100 km における変位の最大値を A_{ms} (ミクロン単位)、その周期を T_m (秒) とすると、つぎの実験式になる。

$$A_{ms} = 53 T_m^{2.56} \dots \dots \dots (18)$$

同じ記録を使って、地震動の速度スペクトルの平均をとると、周期がおよそ 0.2 秒と T_m 秒の間では、周期に無関係に、その値が一定になる。すなわち、

$$A/T = \text{一定} \dots \dots \dots (19)$$

で、物理学でいう勢力の等分配の法則がなり立っている。つぎに、地震動のマグニチュード (M)、震央距離 (Δ) と最大振幅 (A) との間の実験式として

$$\log A = M - 1.73 \log \Delta + 0.83 \text{ (坪井による)} \dots (20)$$

を採用し、式 (18), (19), (20) を組み合わせると、基盤における地震動の変位、速度、加速度スペクトルとして次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= 10^{0.61M - 1.73 \log \Delta - 1.47T} \\ v_0 &= \frac{2\pi}{T} u_0, \quad a_0 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

なお、式 (20) に相当する実験式には、いくつかのものがあるが、式 (21) の実験式で計算した値が、日本、アメリカ合衆国の強震記録の値と一番よくあう。また、式 (20) は地表面の記録から求めたものであるが、最大振幅の波は長周期であるから、基盤と地表面では大差ないという仮定で、式 (18), (19) と組み合わせる。

(2) 地盤上の地震波スペクトル

半無限弾性体上に1層からなる表面層がある場合に、粘弾性 S 波が来た場合の理論解と、数多くの地震動の観測結果を組み合わせ、常時微動の観測結果も参考に使って、地盤の振動特性の式としてつぎのものが得られた。

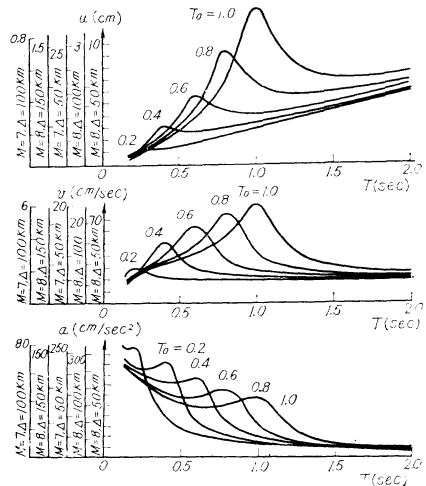
$$G(T) = \frac{1}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right\}^2 + \left\{\frac{0.2 T}{\sqrt{T_0 T_0}}\right\}^2}} \dots \dots (22)$$

ここで、 T_0 は地盤の固有周期である。式 (22) は粘弾性波の理論から出発したものであるが、形が振子の運動解に似ていて、誤解をしばしば招いたので、式(22)と最大値付近で同じ値となり、極限値がいくつかの物理的意味をもつ次式も出された。

$$G(T) = 1 + \frac{1}{\sqrt{\left\{1 - \alpha \left\{1 - \left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right\}^2 + \left\{\frac{0.3 T}{\sqrt{T_0 T_0}}\right\}^2\right\}}} \dots \dots (23)$$

式 (21) と式 (22) または式 (23) を組み合わせれば、地盤上の地震波のスペクトルが得られる。

図一 地表面の地震動スペクトル (21), (23) による



7. あとがき

構造物に災害をもたらす地震波の種類ならびに性質は、地震の起こり方、大きさ、震源の深さ、震央距離などに関係するものであるから、本文で取り扱った S 波の重複反射だけで、すべての強震動の性質が解釈できるとするものではない。ただ、つぎにかかげるような、工學上で大切な現象に対する説明としては、S 波の重複反射の理論が、現在までのところ、最も適しているということはいえると思う。

- (1) 日本、アメリカ合衆国の強震記録
- (2) 地上、地下における地震動の同時観測結果
- (3) 関東地震の被害統計 (鉄筋コンクリート造建物の被害率は、東京山手では 4 階建が最大であったのに反して、下町では 8(9?) 階建が最大であったと想像される。また、木造建物の被害率は、山手では 2 階建が最大で下町では 3>2>1 階建の順序であった。このことは、共振現象で説明するのが自然であり、強震動についての卓越周期の存在性を裏付けるものである)。
- (4) Long Beach 地震 (1933)、福井地震 (1948)、Mexico 地震 (1957)、Chilean 地震 (1960) などのレンガ造建物または木造建物の被害統計。

(1963. 5. 15・受付)