

今月は論文集第93号(38年5月発行) 登載論文としてつぎの4編を紹介します。なお、次号では第94号登載論文として下記の4編を紹介する予定です。

- 島田静雄：薄肉部材の大きなねじれ
- 藤尾武明・大村 裕・成岡昌夫：直格子斜桁橋の曲げモーメントに関する研究
- 石田一郎：添えばりを用うる アンダー ピニング工法の研究
- 河村竜馬・伊吹山四郎：一方通行の道路トンネルにおける交通換気

曲線並列桁橋の実用計算式

小 松 定 夫

数本の主桁が共通の曲率中心のまわりに同心円上に並列して配置されているような、いわゆる曲線並列桁橋の実用計算法について述べたものである。

1. 曲線並列桁橋断面の図心

橋断面内に適当に選んだ1点Aを原点として曲率半径方向に \bar{y} 軸、鉛直下方に \bar{z} 軸をとる。そして内側より第 j 番目の主桁の図心 O_j の (\bar{y}_j, \bar{z}_j) 座標を (y_j^*, z_j^*) とし、図心 O_j の曲率中心 O からの水平距離を R_j とする。このとき全橋断面の図心 O_n の (\bar{y}_n, \bar{z}_n) 座標を (\bar{y}_0, \bar{z}_0) とすれば、それらの値は次式で計算できる。

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum_j \frac{F_{sj}}{R_j} y_j^*}{\sum_j \frac{F_{sj}}{R_j}}, \quad \bar{z}_0 = \frac{\sum_j \frac{F_{sj}}{R_j} z_j^*}{\sum_j \frac{F_{sj}}{R_j}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに F_{sj} は第 j 主桁の鋼換算断面積である。 \sum_j はすべての主桁 j についての総和を表わす。

2. 曲線並列桁橋断面の2次の断面モーメント

全橋断面の図心 O_n を原点として、曲率半径方向に y 軸、鉛直下方に z 軸をとる。そして第 j 主桁断面の図心 O_j の (y, z) 座標を (y_{0j}, z_{0j}) とする。また O_j を原点として y 軸、 z 軸にそれぞれ平行な直交座標を (\bar{y}_j, \bar{z}_j) とする。このとき2次の断面モーメントは次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} I_y &= \sum_j \frac{R}{R_j} (F_{sj} z_{0j}^2 + I_{\bar{y}j}) \\ I_z &= \sum_j \frac{R}{R_j} (F_{sj} y_{0j}^2 + I_{\bar{z}j}) \\ I_{yz} &= \sum_j \frac{R}{R_j} (F_{sj} y_{0j} z_{0j} + I_{\bar{y}\bar{z}j}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに $I_{y_j}, I_{z_j}, I_{y_j z_j}$ はそれぞれ第 j 主桁自身の \bar{y}_j 軸、 \bar{z}_j 軸まわりの断面2次モーメントおよび相乗モーメントである。

3. 曲線並列桁橋断面のせん断中心

全橋非合成断面のせん断中心 S の (y, z) 座標を (y_s, z_s) とし、 S が曲率中心 O から水平距離 R_0 の位置にあるとする。また第 j 主桁断面のみのせん断中心 S_j の (y, z) 座標を (y_j, z_j) とし、その O からの水平距離を R_{0j} とする。このとき全橋断面のせん断中心 S の位置は次式で与えられる。

$$z_s = \frac{\sum_j \frac{I_{z_j} z_j}{\kappa_j R_j}}{\sum_j \frac{I_{y_j} z_j}{\kappa_j R_j}}, \quad R_0 = \frac{\sum_j \frac{I_{y_j}}{R_j}}{\sum_j \frac{I_{z_j}}{R_{0j} R_j}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに

$$\kappa_j = 1 + \frac{I_{z_j}}{F_{sj} R_j^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

I桁橋の場合には $\kappa_j = 1$ ととれる。

4. ねじり抵抗と曲げねじり抵抗

曲線並列桁橋断面のねじり抵抗 J 、曲げねじり抵抗 C_w は次式で与えられる。

$$J = \sum_j \frac{R_0 R}{R_{0j} R_j} \left(J_j + \frac{E_s}{G_s} \frac{I_{y_j} Y_j}{R_{0j}} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$C_w = \sum_j \frac{R_0 R^3}{R_{0j} R_j^3} \left(C_{wj} + \frac{I_{y_j} Y_j^2 R_j^2}{R_{0j} R_0} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

5. 各主桁に分配されるせん断力

任意の鉛直荷重状態において、第 j 主桁に分配されるせん断力 Q_j は、全橋断面について計算された断面力すなわちせん断力 Q 、合ねじりモーメント T 、St. Venant ねじりモーメント T_s 、2次ねじりモーメント T_w の関数として次式で与えられる。

$$Q_j = \frac{R_0 R}{R_{0j} R_j} \frac{I_{y_j}}{I_y'} \left(Q - \frac{T}{R_0} \right) + \frac{T_s}{J} \frac{R}{R_{0j} R_j} \cdot \left(J_j + \frac{E_s}{G_s} \frac{I_{y_j} Y_j}{R_{0j}} \right) + \frac{T_w}{C_w} \frac{R^3}{R_{0j}^3 R_j} \cdot \left(\frac{R_{0j}}{R_j^3} C_{wj} - I_{y_j} Y_j \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに $I_y' = I_y - I_{yz}^2 / I_z$

6. 各主桁に分配されるねじりモーメント

第 j 主桁断面の分担する合ねじりモーメントは次式で与えられる。

$$T_j = \frac{R}{R_j} \frac{J_j}{J} T_s + \left(\frac{R}{R_j} \right)^3 \frac{C_{wj}}{C_w} T_w \quad \dots\dots\dots (8)$$

第1項は St. Venant の項であり、第2項は2次ねじりモーメントの項である。

7. 各主桁に分配される曲げモーメント

第 j 主桁が分担する曲げモーメントは次式で与えられる。

$$M_{y_j} = \frac{R}{R_j} \frac{I_{y_j}}{I_y} M_y + E_s \frac{I_{y_j} Y_j}{R_{0j} R_j} \left(\frac{d^2 \theta}{d \varphi^2} + \theta \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに M_y は全橋断面の曲げモーメントであり、 $d^2 \theta / d \varphi^2 + \theta$ は全橋断面の変形量であって、表-1には荷重および断面位置の関数として与えられている。

8. 支点反力

ここでは各主桁とも、ウェブプレートの下で点支承する最も普通の支承状態における各支承の反力について述べる。並列I桁橋と並列箱桁橋とで若干支承条件が違うので、別々に論ずる。

(1) 並列I桁橋

第 j 主桁の支点 $\varphi = a$ の前後の断面 $\varphi = a - 0$ と $\varphi = a + 0$ におけるせん断力をそれぞれ $Q_{j, \varphi = a - 0}$ 、 $Q_{j, \varphi = a + 0}$ とすれば、その支点の反力 R_{ja} は次式で与えられる。

$$R_{ja} = Q_{j, \varphi = a + 0} - Q_{j, \varphi = a - 0} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(2) 並列箱桁橋

第 j 主桁の支点 $\varphi = a$ においてねじれた固定であって、反力トルクが生ずる。そこでその前後の断面におけるねじりモー

表-1 $\frac{d^2\theta}{d\varphi^2} + \theta$

荷重	$d^2\theta/d\varphi^2 + \theta$
(1)	$\frac{R\phi_0}{G_s J} \left\{ \left(L_2 \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2} - L_1 \right) \left(\frac{\sinh \alpha\varphi + \sinh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} - 1 \right) + \frac{L_2}{2} \varphi\varphi' \right\}$
(2)	$\frac{RW}{G_s J} \left\{ \left(\bar{R}R_0 \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2} - \bar{R}^2 \right) \left(\frac{\sinh \alpha\varphi + \sinh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} - 1 \right) + \frac{\bar{R}R_0}{2} \varphi\varphi' \right\}$
(3)	$\frac{RW}{G_s J R_0} \left\{ \left(L_2 - L_3 \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\sinh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} \sinh \alpha\varphi + L_3 \frac{\varphi'}{\Phi} \varphi \right\}, 0 \leq \varphi \leq \Psi$ $\frac{RW}{G_s J R_0} \left\{ \left(L_2 - L_3 \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\sinh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} \sinh \alpha\varphi + L_3 \frac{\varphi'}{\Phi} \varphi \right\}, \Psi \leq \varphi \leq \Phi$
(4)	$\frac{RP}{G_s J} \left\{ \left(\bar{R} - R_0 \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\sinh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} \sinh \alpha\varphi + R_0 \frac{\varphi'}{\Phi} \varphi \right\}, 0 \leq \varphi \leq \Psi$ $\frac{RP}{G_s J} \left\{ \left(\bar{R} - R_0 \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2} \right) \alpha \frac{\sinh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} \sinh \alpha\varphi + R_0 \frac{\varphi'}{\Phi} \varphi \right\}, \Psi \leq \varphi \leq \Phi$
(5)	$\frac{R\phi_0}{G_s J} \left\{ \left(L_1 - L_2 \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2} \right) \cosh \alpha\varphi' - 1 \sinh \alpha\varphi + \frac{L_2}{2\Phi} \varphi'^2 \right\}, 0 \leq \varphi \leq \Psi$ $\frac{R\phi_0}{G_s J} \left\{ \left(L_1 - L_2 \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2} \right) \left(1 - \frac{\sinh \alpha\varphi + \sinh \alpha\varphi' \cosh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} \right) + \frac{L_2}{2} \left[\frac{\varphi}{\Phi} \varphi'^2 - (\varphi - \varphi')^2 \right] \right\}, \Psi \leq \varphi \leq \Phi$
(6)	$\frac{1}{G_s J} \left\{ \sum_{m+1} \left[(\alpha^2+1) \frac{\sinh \alpha\varphi}{\sinh \alpha\Phi} - \frac{\varphi}{\Phi} \right] + \sum_m \left[(\alpha^2+1) \frac{\sinh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} - \frac{\varphi'}{\Phi} \right] + M_{m+1} R \left(\frac{\varphi}{\Phi} - \frac{\sinh \alpha\varphi}{\sinh \alpha\Phi} \right) + M_m R \left(\frac{\varphi'}{\Phi} - \frac{\sinh \alpha\varphi'}{\sinh \alpha\Phi} \right) \right\}$

注：荷重状態(1)~(5)は「薄肉曲線桁の基礎理論」(論文集91号)に示すものと同じである。荷重状態(6)は単純桁橋の端 $\varphi=0$ に曲げモーメント M_m と曲げねじりモーメント \sum_m および端 $\varphi=\Phi$ に曲げモーメント M_{m+1} と曲げねじりモーメント \sum_{m+1} を作用させた場合で連続桁橋に利用できる解である。

ントを、 $T_{j,\varphi=a-0}$ 、 $T_{j,\varphi=a+0}$ を記すと、2つの支点反力は次式で与えられる。

[外側支点反力]

$$\mathfrak{R}_{ja} = \frac{1}{2} (Q_{j,\varphi=a+0} - Q_{j,\varphi=a-0}) + \frac{1}{b_j} (T_{j,\varphi=a-0} - T_{j,\varphi=a+0}) \dots\dots\dots(11)_1$$

[内側支点反力]

$$\mathfrak{R}_{ji} = \frac{1}{2} (Q_{j,\varphi=a+0} - Q_{j,\varphi=a-0}) + \frac{1}{b_j} (T_{j,\varphi=a+0} - T_{j,\varphi=a-0}) \dots\dots\dots(11)_2$$

ここに b_j は第 j 主桁の2つの支承間隔である。

9. ねじり関数

第 j 主桁が多角形断面で、その幅が曲率半径に比して小さい普通の場合には、その主桁に属するねじり関数 \tilde{q}_j は次式で計算できる。

$$\tilde{q}_j = 2 \frac{R_j}{R} \frac{F_j}{\sum \frac{n_a}{l} J_s} \dots\dots\dots(12)$$

ここに Σ は多角形断面をかこむすべての部材について総和することを意味する。 F_j は多角形の面積、 J_s は同一材料および厚さを有する薄板部材の区間長である。

第 j 主桁が開断面ならば、 $q_j=0$

10. 応力

曲線並列桁橋に鉛直荷重が作用するときの主桁 j の応力は次式で計算できる。

(1) 垂直応力

$$\sigma_j = \frac{M_{y,j}}{nI_{y,j}} \tilde{\varepsilon}_j \dots\dots\dots(13)$$

(2) せん断応力

$$\tau_j = \frac{Q_j S_{\bar{y},j}}{I_{y,j} t} + \frac{R^2}{\rho^2} \frac{T_x}{J} \frac{\tilde{q}_j}{t} \dots\dots\dots(14)$$

ここに $S_{\bar{y},j}$ は第 j 主桁断面において中立軸 \bar{y}_j に関して注目する点より外側にある部分の断面1次モーメントである。

11. 曲線並列 I 桁橋の2次応力

曲線 I 桁橋においては、下フランジが水平方向の局部曲げを受けるため、2次応力 σ_2 を生ずる。その大きさは次式で簡単に計算するとよい。

$$\sigma_2 = k \frac{\sigma_{j,max} A_f}{R_j W_f} \lambda^2 \dots\dots\dots(15)$$

ここに $\sigma_{j,max}$ は注目する断面が属する格間におけるフランジの最大引張あるいは圧縮応力、 A_f はフランジ断面積、 W_f はフランジの \bar{z}_j 軸まわりの断面係数、 λ は格間長である。また係数 k は表-2に示すように注目する断面位置と、格間位置によって定められた定数である。

表-2 k 値

格間の位置	中間格間		端格間		
	断面の位置	格点断面	格点断面	格間断面	
k	値	± 0.106	± 0.073	± 0.106	± 0.094

箱桁橋では、この2次応力はほとんど生じないので有利である。

12. 横桁の断面力

主桁 j と $j+1$ にはさまれる第 m 横桁の中央断面における曲げモーメント M_j とせん断力 V_j は次式で順次計算できる。まず $j=1$ に対し、

$$V_1 = Q_{1,\varphi_m} - Q_{1,\varphi_{m+1}} - P_1 \dots\dots\dots(16)$$

$$M_1 = r_1 V_1 + [T_{1,\varphi_m} - T_{1,\varphi_{m+1}} + (Q_{1,\varphi_{m+1}} - Q_{1,\varphi_m}) \cdot R_{01} \cos \psi + (M_{y1,\varphi_m} + M_{y1,\varphi_{m+1}}) \sin \psi + P_1 \bar{R}_1 \cos \psi_1] \dots\dots\dots(17)$$

以下 $j=2,3,\dots$ に対しては、一般式が成立する。

$$V_j = V_{j-1} + Q_{j,\varphi_m} - Q_{j,\varphi_{m+1}} - P_j \dots\dots\dots(18)$$

$$M_j = r_j V_j - r_{j-1} V_{j-1} + M_{j-1} + [T_{j,\varphi_m} - T_{j,\varphi_{m+1}} + (Q_{j,\varphi_{m+1}} - Q_{j,\varphi_m}) R_{0j} \cos \psi + (M_{yj,\varphi_m} - M_{yj,\varphi_{m+1}}) \sin \psi + P_j \bar{R}_j \cos \psi_j] \dots\dots\dots(19)$$

ここに添字 φ_m, φ_{m+1} は注目する第 m 横桁の前後の格間中点における第 j 主桁断面力を意味する。 ψ は1格間がはさむ中心角の半分、 ψ_j は荷重重心と第 m 横桁にはさまれる中心角 r_j はせん断力 V_j と曲率中心 O の水平距離である。

一般にI工桁橋では T_j の項は僅少で省略できる。

注：(1) 主桁 y の幅が曲率半径 R に比し十分小さい通常のI桁断面あるいは1室箱桁断面の場合には、 $I_{y,j}, I_{z,j}, I_{yz,j}$ として、同じ断面をもつ直線I桁あるいは直線箱桁の2次の断面モーメントの値を用いてよい。

(2) 主桁 j が対称かそれに近い場合には、 $R_{0j} = R_j, I_{yz,j} = 0$ とおくことができる。普通の主桁はほとんどそうになっている。

(1962. 9. 13. 受付)

[筆者：正員 工博 大阪市立大学助教 土木工学科]

弾性体の相反法則とその一般的な応用(独文)

渡 辺 昇

弾性体に、数個の荷重が作用するとき、それらの弾性変位の間に相反法則が存在することは、すでに Betti-Maxwell の

法則として知られているが、筆者は、任意数の集中荷重、分布荷重、曲げモーメント、集中ねじりモーメント、分布ねじりモーメントなどによる弾性変形の間の一般的な相反法則を説明し、さらに、その応用の広いことを数個の応用例によって論じたものである。

1. 相反法則

任意数の集中荷重 P, Q , 分布荷重 p, q , 曲げモーメント M , 集中ねじりモーメント M_D , 分布ねじりモーメント m_D などが、弾性体(桁, ラーメン, 板, 殻など)に作用するとき、作用外力と弾性変形の間にはつぎのような関係がある。ここで、 f はたわみ、 φ はたわみ角、 Φ はねじれ角、 \mathcal{A} は変形面積、 V は変形体積を示し、() 中の記号は、変形の作用外力による関数関係をあらわす。

図-1 (a), (b) (桁): $P \cdot f_P(Q, q, M_2) + p \cdot \mathcal{A}_P(Q, q, M_2)$
 $+ M_1 \cdot \varphi_{M_1}(Q, q, M_2) = Q \cdot f_Q(P, p, M_1) + q \cdot \mathcal{A}_Q(P, p, M_1)$
 $+ M_2 \cdot \varphi_{M_2}(P, p, M_1)$

図-2 (a), (b) (桁): $M_{D1} \cdot \Phi_{M_{D1}}(M_{D2}, m_{D2}) + m_{D1} \cdot \mathcal{A}_{m_{D1}}$
 $\cdot (M_{D2}, m_{D2}) = M_{D2} \cdot \Phi_{M_{D2}}(M_{D1}, m_{D1}) + m_{D2} \cdot \mathcal{A}_{m_{D2}}$
 $\cdot (M_{D1}, m_{D1})$

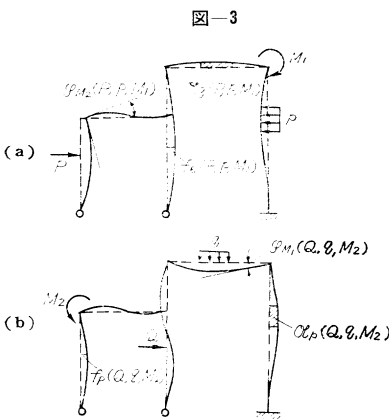
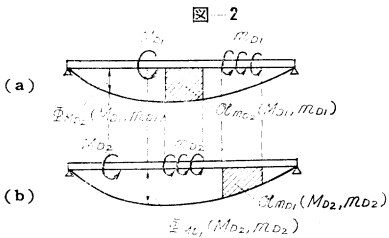
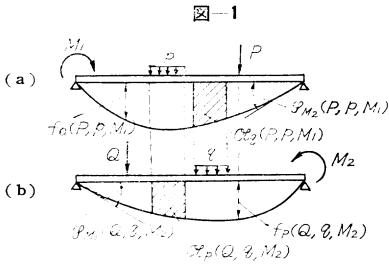


図-3 (a), (b) (ラーメン): $P \cdot f_P(Q, q, M_2) + p \cdot \mathcal{A}_P(Q, q, M_2)$
 $+ M_1 \cdot \varphi_{M_1}(Q, q, M_2) = Q \cdot f_Q(P, p, M_1) + q \cdot \mathcal{A}_Q(P, p, M_1)$
 $+ M_2 \cdot \varphi_{M_2}(P, p, M_1)$

図-4 (a), (b) (板): $P \cdot f_P(Q, q) + p \cdot V_P(Q, q) = Q \cdot f_Q(P, p)$
 $+ q \cdot V_Q(P, p)$

図-5 (a), (b) (殻): $P \cdot f_P(Q, q) + p \cdot V_P(Q, q) = Q \cdot f_Q(P, p)$
 $+ q \cdot V_Q(P, p)$

2. 応用 1

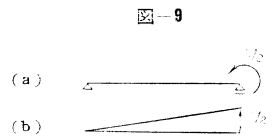
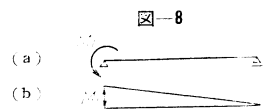
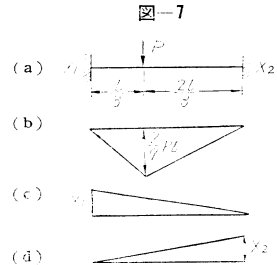
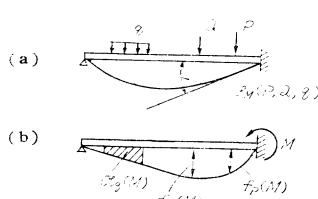
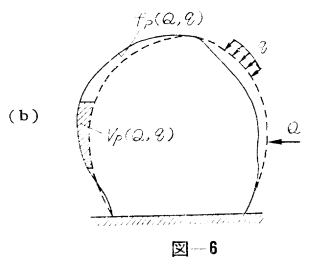
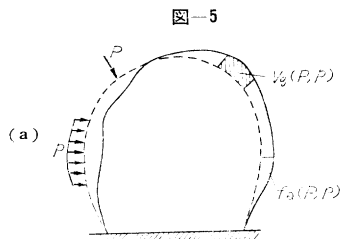
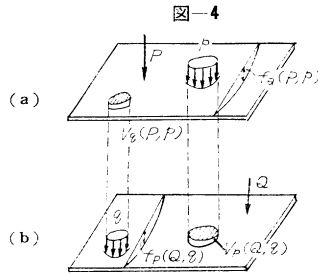
図-6 (a), (b) のような外力と変形とを考える場合、もしも外力曲げモーメント M の作用位置が固定端の場合には、

$$M \cdot \varphi_M(P, Q, q) = P \cdot f_P(M) + Q \cdot f_Q(M) + q \cdot \mathcal{A}_q(M)$$

なる関係が成立すべきであるが、固定端では $\varphi_M(P, Q, q) = 0$ であるから、つぎの関係が存在しなければならない。

$$P \cdot f_P(M) = 0, \quad Q \cdot f_Q(M) = 0, \quad q \cdot \mathcal{A}_q(M) = 0$$

すなわち「固定端に曲げモーメントが作用するとき、その半ポテンシャル エネルギーあるいは、内働は 0 である」という法則が生ずる。この法則を用いれば、形などの固定端の不静定曲げモーメントを簡単に求めることができる。例えば、図-7 (a) における不静定曲げモーメント X_1, X_2 を求めるには、図-8, 9



のように任意の曲げモーメント M_1, M_2 を固定端に作用させると、つぎの連立方程式が得られ、これを解くことにより X_1, X_2 が求まる。

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^l [(a-7(b)) + (a-7(c)) + (a-7(d)) \times (a-8(b))] dx \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{9} PlM_1 \left(\frac{l}{3} + \frac{4}{3}l \right) + \frac{l}{3} X_1 \cdot M_1 + \frac{l}{6} X_2 \cdot M_1 = 0 \\ & \int_0^l [(a-7(b)) + (a-7(c)) + (a-7(d)) \times (a-9(b))] dx \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{9} PlM_2 \left(\frac{2l}{3} + \frac{2l}{3} \right) - \frac{l}{6} X_1 \cdot M_2 + \frac{l}{3} X_2 \cdot M_2 = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\therefore \begin{cases} 2X_1 + X_2 = -\frac{10}{27} Pl \\ X_1 + 2X_2 = -\frac{8}{27} Pl \end{cases}$$

$$\therefore X_1 = -\frac{4}{27} Pl, \quad X_2 = -\frac{2}{27} Pl.$$

3. 応用 2

図-10(a)のような分布荷重 q と、図-10(b)のような集中荷重 P とがある板に作用する場合を考えると、つぎの関係が成立している。

$$q \cdot V_q(P) = P \cdot f_P(q)$$

いま、橋の橋床板に、輪荷重がある場合にこの関係を適用するに、車輪の荷重分布面積を F とすると、 $P=q \cdot F$ であるから

$$V_q(P) = \frac{q \cdot F}{q} \cdot f_P(q) = F \cdot f_P(q)$$

となり、一般に、等布荷重 q によるたわみ $f_P(q)$ は求めやすいから、この式を用いて、集中荷重 P による変形体積 $V_q(P)$ を計算することができる。

4. 応用 3

図-11(b)~(d)のような連続桁に、集中荷重 P がのる場合、そのときの連続桁の変形面積 $\mathcal{V}_q(P)$ を計算するには、図-11(a)のように、 $\mathcal{V}_q(P)$ に相当する部分に、等布荷重 q をのせ、そのときの P に相当するたわみ $f_P(q)$ を計算すれば

$$\mathcal{V}_q(P) = \frac{P}{q} \cdot f_P(q)$$

より、ただちに求めることができる。特に、桁の上を P が移動するときの $\mathcal{V}_q(P)$ の変化は、そのまま図-11(a)の弾性曲線に相似になる。また、図-11(b)~(d)のように、 P が移動するときの $\mathcal{V}_q(P)$ の極大値は、図-11(a)の弾性曲線の極値に一致

図-11

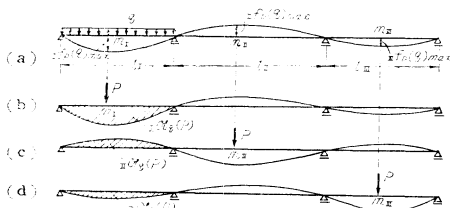
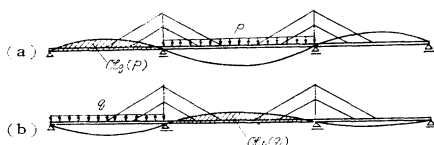


図-12



するから、点 m_1, m_{11}, m_{111} に P がきたときに、それぞれ変形面積 $\mathcal{V}_q(P)$ は、極大値になる。また、つぎの関係も成立する。

$$f_P(q)_{\max} = \frac{1}{11} f_P(q)_{\max} = \frac{1}{11} \mathcal{V}_q(P)_{\max}$$

$$= \frac{1}{11} \mathcal{V}_q(P)_{\max} = \frac{1}{11} \mathcal{V}_q(P)_{\max}$$

さらに、図-12(a),(b)において $p=q$ とすれば

$$\mathcal{V}_p(q) = \mathcal{V}_q(p)$$

になる。以上の関係は、ある弾性体の弾性変形の理論式を求めたいような場合、その理論式が正しいかどうかを検算したり、あるいは、集中荷重による変形の変形面積や変形体積を計算するのに役に立つ。また、格子桁を Gruppenlasten (群荷重群) を用いて解析する場合なども、以上の相反法則は、非常に有効である。
(1962. 6. 11・受付)

[筆者: 正員 工博 北海道大学助教授 土木工学科]

ダム上流の堆砂形状について

杉尾 捨三郎

1. 概 説

河川を横ぎってダム・水門・水制などの構造物を築造したり、また川幅を変え、流路を転ずるなどの河川工事を実施する場合、つねに問題になるのは改良後の河床がどのように変動するかということである。本研究はひくいダムのプールが上流からの掃流土砂で完全に埋積されたのちの河床の縦断形状を推定しようとする試みである。著者は河幅変化のいちじるしい2種の実験河川のダム上流に対して、動的および静的平衡河床理論を適用した結果、このような場合にはむしろ静的平衡河床理論を用いるのが有利であり、この際の平衡河床支配流量 Q_n がきわめて重要な役割を果たすことを知った。さらに Q_n と年最大洪水流量との関係について統計的に若干の考察を行なった。

2. 計算方法

長方形断面をもち、流れ方向に河幅が漸変する移動床流れを考え、流れの状態を不等速定流とみなした。ある流量のもとで流れのある区間が、どの断面においても流砂量が一定で、洗掘も堆積も起こらないという条件から動的平衡河床形を計算し、またどの断面においても掃流力が砂れきの限界掃流力に等しいという条件から静的平衡河床を計算した。限界摩擦速度の計算には岩垣公式を用い、抵抗法則と流砂量公式は著者の実験式を利用した。計算に際しては、考える区間を適当な数に分割し、諸条件を満たすように下流から順次上流方向に計算をすすめた。この方法は、ダム上流によくみられるような河幅の変化がいちじるしい場合に適用するのに実用的である。

3. モデル水路による検討

紡錘形の平面形をもった長方形断面のモデル水路の下流に、ひくいダムをおいたときの動的および静的平衡河床形を計算し、河幅、流量、および河床砂れきの粒径変化が平衡河床形に与える影響を検討した。その結果以下の事項が明らかになった。

- ① 河幅が下流にもかき大きくなる区域の河床勾配はゆるやかになり、ときには逆勾配になる傾向がある。
- ② 河幅変化のいちじるしい区間においては、動的平衡河床は静的平衡河床にくらべ河幅変化による影響がいちじるしい。
- ③ 他の条件が一定であれば、流量が大きときには平衡河床はゆるやかに、流量が小さければ急傾斜になりやすい。
- ④ 他の条件が一定であれば、河床砂れきの粒径が大きくなると平衡河床形は急勾配になる傾向がある。

4. 実際河川への適用例

(I) A ダムの場合

Aダムは築造後すでに約26年を経過しているため、ダム上流11.5kmの区間ほぼ平衡状態に達しているものとみなして検討した。種々の流量に対して動的平衡河床形を計算してみると、とくに狭く部における河床高と水位とがいちじるしく現実の形と相違することがわかった。このことから、河川の途中に河幅の極端に広い部分とせまい部分が存在する場合には、その区間がある洪水流量のもとで同時に動的平衡河床になると仮定することは不適当であると思われた。つぎに流量を4種類変化させて静的平衡河床形を計算したところ、 $Q=500\text{ m}^3/\text{sec}$ に対するものが現実の河床形にはほぼ一致した。したがって、この区間に対する平衡河床支配流量 Q_n は $500\text{ m}^3/\text{sec}$ であることが推定された。

(II) B 砂防ダムの場合

Bダムはわが国における代表的な砂防ダムで、約6000000 $\text{ m}^3/\text{sec}$ の貯砂量をもっている。貯砂池の形は大体紡錘形で、河幅は最も広い部分で580m、最もせまい部分で約100mである。このダムも約26年前に築造されているから、ダム上流2kmの区間はほぼ平衡状態にあるとみなした。静的平衡河床理論によって計算した結果、 Q_n は $600\text{ m}^3/\text{sec}$ となった。

5. Q_n と年最大洪水流量との関係

Aダム地点における最近36年間にわたる年最大洪水流量の超過確率と Q_n との関係をしらべてみると、 Q_n は93%超過確率流量に相当することがわかった。同様にしてBダム地点における最近29年間にわたる記録を用いると、 Q_n は80%超過確率流量に相当することがわかった。以上2個の実例では若干異なった値を得たが、概略的にいえば Q_n は年最大流量の資料のうちの最小値よりやや大きい流量であった。もし Q_n と堆砂後の砂れきの粒度分布とが推定できるならば、逆にダム上流の平衡堆砂形状を推定することも可能になるであろう。

6. 結 論

この論文においては、ダム上流の平衡河床形を推定するための基礎的要素、特に平衡河床支配流量 Q_n の意義についてのべた。

結論は以下のようである。

① ダム上流の平衡河床形を推算する実用的計算法を提案した。

② ダム上流部の場合のように、河幅変化のいちじるしい区間に対しては動的平衡河床理論を用いるのは好ましくない。

③ この場合には流量として支配流量 Q_n を用いて静的平衡河床を求めると、現実の地形に比較的よく一致した。

④ この静的平衡河床による計算方法は、精度のあまりよくない流量公式を利用する必要がないから、比較的精度もよく、計算も容易である。

⑤ Q_n は過去の洪水資料から推定できるようで、2個の実例によれば年最大洪水流量の93%および80%超過確率流量に相当していた。一般的にみて Q_n は大体年最大洪水流量の最小値よりやや大きいようである。

結局任意の河川において、過去の記録から Q_n が推定され、かつダムのプールの完全に掃流土砂で埋積しつくした後における砂れきの粒度分布が適当に推定されれば、ダム上流河床形を計算することができる。

(1962. 9. 27. 受付)

〔筆者：正員 工博 徳島大学教授 土木工学科〕

丸鋼、異形丸鋼および異形ねじり鉄筋の付着に関する研究

水野高明・渡辺 明

近年、日本においても異形鉄筋に対する関心が急速に高まり、その使用量も年々増加しつつある。

本研究は R.M. Mains の方法を改良した特殊の方法を用いて各種鉄筋の内部ひずみを実測し、引抜き、押抜き、はりの各試験における鉄筋応力度分布、付着応力度分布を明らかにしたものである。

第1章は序論である。第2章においては鉄筋の付着機構を考察し、鉄筋とコンクリートとの付着を構成する要素を①純付着力、②摩擦抵抗力、③機械的抵抗力、の3つに大別した。③は鉄筋表面の凹凸にもとづくボンドを意味し、上記3要素中最も高い比重を占める。異形丸鋼、異形ねじり鉄筋が付着に関してすぐれているゆえんはここにある。付着の様相が断面寸法、コンクリート強度、鉄筋の間隔、被覆厚、荷重状態などに影響されることは当然であるが、さらに試験法によっても異なることは明らかである。すなわち、引抜き試験において鉄筋は引張状態にあるのに対しコンクリートは圧縮状態であるが、押抜き試験ではともに圧縮状態にある。また、RCはり試験においてはともに引張であるが、PCはり試験ではプレストレスの残存する限りコンクリートは圧縮状態にある点がRCはりといちじるしく異なる。

第3章においては筆者等が実施した付着応力測定法を説明した。付着応力は近接する2点間の鉄筋の応力度差で与えられるから、鉄筋内部にミリングマシンで溝を加工し、ストレインゲージを貼付した。鉄筋供試体の接合に Mains のごとく溶接を用いず接着剤を用いたことは、ゲージの過熱損傷を防ぎ、かつ防水性を高めた点で有効であった。ゲージリード線には径0.35mmの特殊エナメル線を用い、測点の増加を飛躍的に可能ならしめた。

第5章以降において、引抜き試験、押抜き試験、はり試験そして、はりひびわれ試験（はり試験に際し顕微鏡3台をもってひびわれの進行状況も同時に観測した）の順序で試験結果を示し考察を行なった。

引抜き試験において、丸鋼と異形丸鋼および異形ねじり鉄筋とではその付着応力度分布曲線の動向にいちじるしい差異が認められた。すなわち、丸鋼の場合にはつぎの3段階にわかれる。(初期):山の高さも有効付着長もともに増大する。(中期):山の高さの上昇が鈍化し、有効付着長の増加が大きい。(後期):有効付着長が一定となり山の高さのみ急増する。これに対し異形丸鋼、異形ねじり鉄筋の場合には有効付着長が前者に比し短かく、その伸びはほとんど停滞し山の高さのみ上昇する。しかも曲線のピークは加力端よりほぼ一定の場所にあり移動しない。そして、異形丸鋼、異形ねじり鉄筋の引張応力度分布曲線(σ 、分布曲線)は非加力端に漸近する。

押抜き試験において目立った点は付着応力度分布曲線(τ 、分布曲線)に2つの山が存在したことである。これらの山は荷重の増加につれてほぼ比例的に上昇するが、丸鋼において鉄筋がすべり始めた後は非加力端の山が上昇して、逆に加力端の山は下降し始める。山の位置は移動しない。異形丸鋼、異形ねじり鉄筋ではコンクリートのひびわれが加力端から発生し、その付近のボンドは破壊するから山の位置が一瞬前進の気配をみせて急速に破壊する。

図-1 同一荷重下、鉄筋種類別 σ 分布曲線 (ビーム試験)

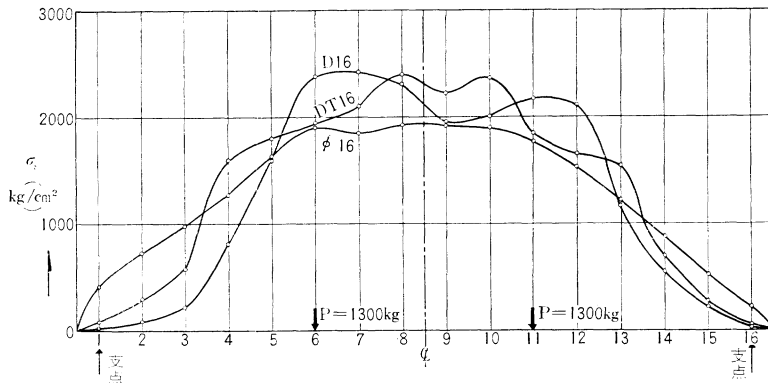
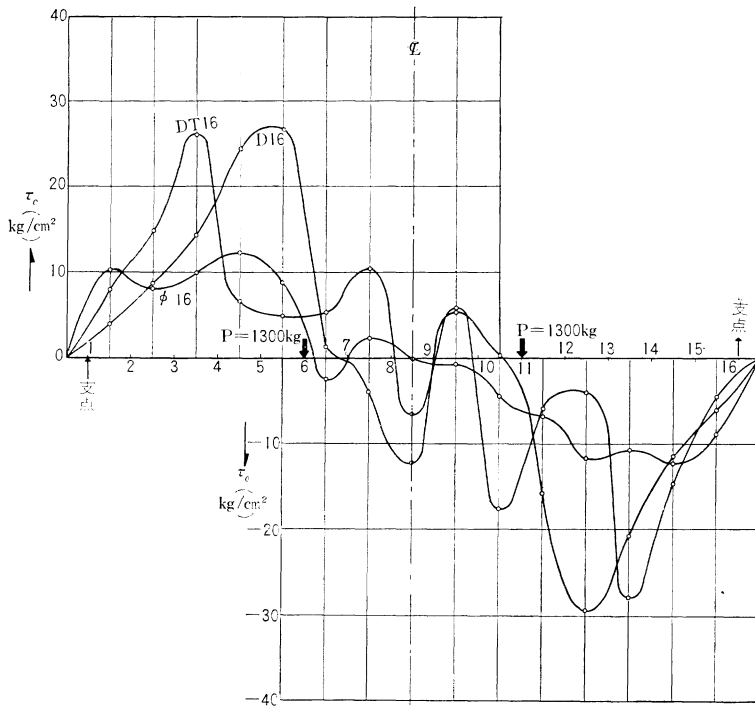


図-2 同一荷重下、鉄筋種類別 τ 分布曲線 (ビーム試験)



〔筆者：水野 正員 工博 九州大学教授 土木工学科
渡辺 正員 工修 九州大学助手 土木工学科〕

(1962. 10. 22 ・ 受付)

はり試験において、鉄筋の引張応力度は支点より荷重点に向かって必ずしも直線的に増加しない。同一荷重の下で σ 分布曲線を比較すると、丸鋼では荷重点間、すなわち、等モーメント区間にほぼ一定で直線状を呈し、異形丸鋼、異形ねじり鉄筋では山形状を呈した(図-1)。また、 τ 分布曲線を比較すると、丸鋼の場合には等せん断力区間ではほぼ矩形形状を呈するが、異形丸鋼では三角形形状を呈し、そのピークは非常に高く、かつ、荷重点直下に接近する。異形ねじり鉄筋の場合にも三角状分布を示すが、そのピークの位置は等せん断力区間のほぼ中間に位置する。等モーメント区間においては、丸鋼の場合ほぼ0、異形丸鋼、異形ねじり鉄筋の場合には波状を呈した(図-2)。

ひびわれ試験の結果、異形丸鋼、異形ねじり鉄筋を用いたはりでは発生するひびわれ数が丸鋼の場合に比し非常に多く、したがって、ひびわれ幅はかなり小さい。

以上の結果、引抜き試験、押抜き試験における平均付着応力度の考え方は正しくないことが示された。異形丸鋼、異形ねじり鉄筋ではそのふし、リップの効果により力やモーメントがすみやかに確実にコンクリートへ伝達され、したがって有効付着長は相当短縮されることがわかった。このことはやはり端部におけるフック省略の妥当性を裏づけ定着長短縮への可能性を示唆するものといえよう。また、異形丸鋼、異形ねじり鉄筋の場合においてはひびわれ発生数が多く、したがって、その幅が小さいことは、はりの破壊荷重を増大させ、かつ、ひびわれ幅が大きいためひき起こされる諸障害を除き得るという点でも大きな利点がある。

空気調和・衛生工学会賞第1回候補業績の応募推薦について

社団法人空気調和・衛生工学会では標記の賞を募集しております。規定ならびに募集要項その他詳細は同学会へご連絡下さい。

1. 受賞対象：昭和34年1月1日から昭和36年12月31日までに衛生工業協会誌に発表、または業績が完成されたもの。
2. 提出期日：1963年6月30日
3. 提出先：社団法人 空気調和・衛生工学会内 学会賞運営委員会 東京都中央区銀座3-1 建築会館内 (電話) (561) 4451・5419)