

論文紹介

今月は論文集第92号(38年4月発行)登載論文としてつぎの4編を紹介します。なお、次号で紹介する第93号登載予定は論文は、下記の6編です。

渡辺 昇：弾性体の相反法則とその一般的応用(独文)
杉尾捨三郎：ダム上流の堆砂形状について
水野 高明・渡辺 明：丸鋼、異形丸鋼および異形ねじり鉄筋の付着に関する研究
小松 定夫：曲線並列桁橋の実用計算式

移動荷重をうける相対2辺単純支持、他の2辺自由なる直交異方性板の振動性状について

平井一男

橋梁上を移動荷重が走行するとき橋に生じる動的影響を調べる研究は多くの人によって行なわれてきたが、最近幅員の大きい橋に対して、直交異方性板理論を使用して解析を行なう方法がとられるようになった。これらの研究では、この板理論を使用して固有振動数および振動モードを求め、この理論値と測定結果と比較を行なっているようである。しかしながら、移動荷重が作用するとき橋梁に生じる振動モードは解説的には無限に求めることができるが、実際に発生する振動モードはごくわずかであり、大部分のものは無視できる微少なものである。したがって、実際に発生する振動モードの大きさを定量的に調べ、板としての振動性状を知ることは重要なことと考えられる。

この研究は、対向する2辺単純支持、他の2辺自由なる直交異方性板上を荷重が移動するときの運動方程式を一般の場合について求め、特別な場合として一定荷重が移動するとき、走行位置・板の形状・測定位置などによって、発生する振動モードの大きさがどのように変化するかを調べたものである。

1. 運動方程式

いま、図-1に示すように座標軸をとり、板の固有振動数 ω_{mm}' 、振動モード $\phi_{mm}'(x, y)$ を求める。この振動モードの大きさは任意に決定できるので、解析に便利なるよう式(1)を満足するようにしてきめる。

$$\int_A \rho \phi_{mm}'^2 dx dy = 1$$

(A: 板の全面積)

このようにして決定した振動モードを $\phi_{mm}'(x, y)$ と書くと、集中荷重 $P(t)$ が任意の固

定点 $j(x=x_j, y=y_j)$ に作用する際、任意の点 $i(x_i, y_i)$ におけるたわみ w_{mm}' は、 mm' 次の振動モードに対して、次式より求めることができる。

$$\ddot{w}_{mm}' + \omega_{mm}'^2 w_{mm}' = \phi_{mm}'(x=x_i, y=y_i) \phi_{mm}' \cdot (x=x_j, y=y_j) P(t) \dots \quad (2)$$

また、 i 点のたわみは式(3)にて与えられる。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{m'=1}^{\infty} w_{mm}' \dots \quad (3)$$

荷重が移動する場合は、式(2)において、単に荷重点の座標を時間の関数として表わせばよい。すなわち、

$$\ddot{w}_{mm}' + \omega_{mm}'^2 w_{mm}' = \phi_{mm}'(x=x_i, y=y_i) \phi_{mm}' \{ (x=x_j(t), y=y_j(t)) P(t) \} \dots \quad (4)$$

橋の減衰はいろいろ複雑な原因によって生じるものであるが、一般には自由振動の減衰は、ほぼ対衰減衰をしているから、橋は速度に比例する抵抗をうけるという仮定を使用する方法がとられているので、この場合式(4)は式(5)となる。ここに λ は対数減衰率である。

$$\begin{aligned} \lambda &= 2\pi h / [\omega_{mm}'^2 \{1 - h^2 / \omega_{mm}'^2\}^{1/2}] \\ \ddot{w}_{mm}' + 2h\dot{w}_{mm}' + \omega_{mm}'^2 w_{mm}' &= \phi_{mm}'(x=x_i, y=y_i) \phi_{mm}' \{ (x=x_j(t), y=y_j(t)) P(t) \} \dots \quad (5) \end{aligned}$$

2. 数値計算例

数値計算には、昭和32年に大阪市に架設された長堀川新橋を使用した。この橋は中空板構造方式であるから、 x, y 軸方向の曲げ剛性はほとんど同じである。

この橋の諸定数はつきのとおりである。

$$\text{スパン } l = 30.6 \text{ m}, \quad D_x = 1.412 \times 10^{10} \text{ kg}\cdot\text{cm}, \quad b = 22.0 \text{ m}$$

$$\text{全重量 } W = 321.9 \text{ t}, \quad D_y = 1.483 \times 10^{10} \text{ kg}\cdot\text{cm}$$

この橋は幅員 b とスパン l との比 b/l がほぼ0.72であるが、ここで橋の諸定数はそのまま幅員の値のみが変化して板の形状が変化した場合を想定して計算を行なった。荷重は1tの大きさの一定荷重が72km/hの速度で移動するものとした。

直交異方性板の形状が変化した場合、固有振動数がどのように変化するかを図-2に示す。

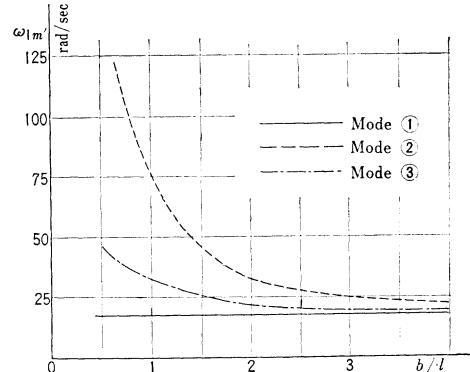
ここで、振動モード①, ②, ③は $x=l/2$ 断面において、図-3に示すような形状をもつものである。固有振動数は①の振動モードのものが一番低いので、幅員が大きくなつてもこれ以下のものは考えなくてよいことがわかる。なお、振動モード ϕ_{mm}' は、板の形が変化してもほとんど変わらない。

図-4, 5は、走行位置・測定点によって動的たわみ曲線がどのように変化するかを示している。

$b/l=4$ の場合には、動的たわみ曲線は、はりの場合には見られない板としての振動性状をはっきり示していることがわかる。

図-4は動的増加率*が2%と非常に小さいが、これは①の振動モードと②の振動モードとがほぼ同じ大きさにて発生し、しかも、この2つの振動モードの角速度が異なっているため

図-2



* ここでいう動的増加率とは(動的最大たわみ-静的最大たわみ)/静的最大たわみ×100、にて表わされるものである。

図-3

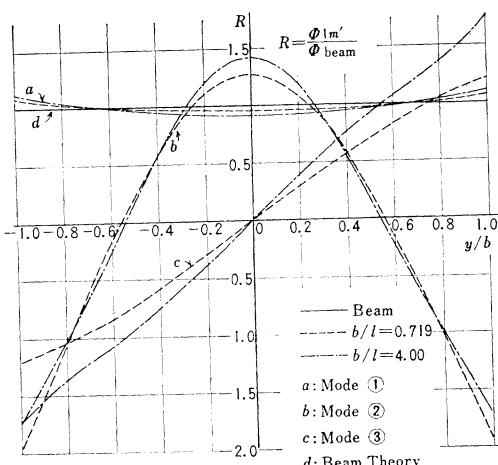


図-4

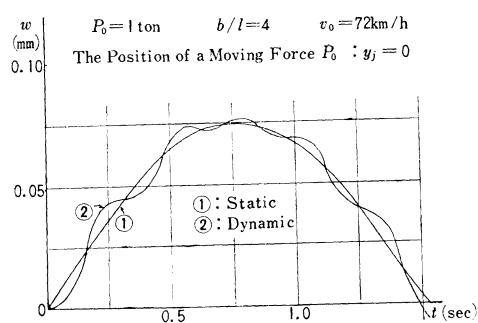
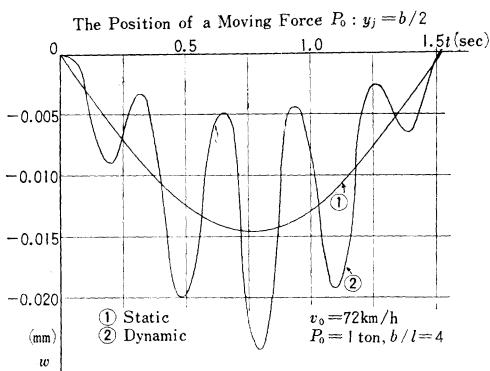


図-5



に、荷重が $l/2$ 点付近に達したとき、この 2 つの振動モードを合成したものが 0 に近くなるからである。

図-5 では荷重が $y_j = b/2$ 点を移動した場合、 $x_i = l/2$, $y_i = 0$ の測定点ではたわみは負となり、しかも動的増加率は 67% と非常に大きくなっている。

3. 結論

直交異方性板理論を使用して解析すると、はりの場合には見られない特殊な振動性状のものが表われ、幅員の大きい橋に対しては、この板理論を使用することは非常に有意義であることがわかるが、以下のことが結論づけられると思う。

(1) 固有振動数は ① の振動モードの場合、はりの理論値と

ほとんど同じ値を示しているから、たとえ測定値がはり理論によって求めたものとよく一致していても ②, ③ のモードに対する検討を行なわなければ意味がない。しかし、 $b/l < 0.7$ の橋に対しては ②, ③ の振動モードはほとんど発生しないから、はり理論を用いて解析しても十分である。

(2) 動的たわみ曲線は、図-4 の場合、動的増加率が非常に小さいが、これは橋の初期条件によってきまるものであるから、さらに大きい値が得られる可能性のあるものである。

図-5 の場合、静的たわみは負であるが、理論的には 0 にすることもできるので、この場合動的増加率は無限大となる。

(1962. 8. 10・受付)

[筆者：正員 熊本大学助教授 工学部応用工学科]

固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化

日野 幹雄

洪水時のように多量の土砂を浮遊する水流では、摩擦損失は 2 つの作用の影響をうける。もし、水路底が移動床であったり、あるいは浮遊土砂量が多く、その一部が水路底に沈積する場合には、水路底面に砂れんが発生し、それは流速の増加とともに発達して、摩擦抵抗は増大する。しかし、流速がさらに増加すると砂れんは消滅に向かい、抵抗は減って行く。他方、土砂を浮遊するにつれて流速分布の勾配が急になって、いわゆる Karman 定数が減少し、その結果、摩擦抵抗係数も土砂を浮遊しない場合にくらべて減少する。

この後者の作用については、V.A. Vanoni (1944) の実験以来多くの実験が試みられ、いくつかのこれに関する解釈や理論が発表されている。それらによれば Karman 定数の減少はつぎのように考えられた。水流は土砂を浮遊するためのエネルギーの増加分に見合だけのエネルギーを平均流から奪うべく流速分布が急になり、これとともに乱れのエネルギーは減少すると考えられた。椿氏・志村氏の理論はこのような考え方から導かれ、実験結果とよく一致するものであった。

しかし、最近 C. Elata と A.T. Ippen は、 100μ くらいの大きさの比重がほぼ 1 に等しい中立浮遊粒子の水流について、実験を行ない、土砂粒子と異なって浮遊のためのエネルギーを必要としないこの場合にも粒子濃度の増加とともに Karman 定数の減少が起こること、また驚くべきことに乱れの強さは減少するのではなく、逆に増加することを明らかにした。

この実験事実は、従来の理論や解釈では説明しえないのである。また、これまでの理論は、乱れの諸特性の間になんらかの関係を仮定していた。本論文は、新たに乱れのエネルギー方程式と乱れの加速度平衡方程式を導き、乱れの構造になんらの関係を仮定することなく、固一液 2 相流の乱流構造(乱れの強さ、平均の渦径または Karman 定数、渦の寿命時間)の変化に関する統一的理論を展開し、すでに発表されているいくつかの実験結果と比較して理論の妥当性を明らかにしたものである。まず乱れのエネルギー方程式には、固体粒子の浮遊によっていくつかの項を付加しなければならない。粒子の浮遊のためのエネルギー $\rho_0(\gamma-1)v_p g C(\rho_0: 水の密度, \gamma: 粒子の比重, v_p: 粒子の沈降速度, C: 粒子の体積濃度)$ は、椿氏・志村氏の理論でも付加された。このほかに粒子の存在によって単位体積あたりの粘性によるエネルギー逸散の有効部分が少なくなるから、エネルギー逸散率は粒子を浮遊しない場合の $(1-\alpha' C)$ 倍でなければならない。ここに、 α' は粒子の存在の影響範囲が粒子径の α' 倍であることのために導入された定数で、ほぼ 1 に近く、1 よりはやや大

きい値であろうと予想される。また、粒子の回転運動や水流に対する相対速度のためにエネルギーの逸散が行なわれる。その大きさは等方性乱流中の浮遊粒子の理論から

$$W_p = \frac{3}{2} \rho_0 (2\gamma + 1) \cdot \bar{u}^2 \cdot \frac{U_*^2}{h}$$

と導かれる。したがって、エネルギー方程式は、

$$\begin{aligned} \rho_a U_*^2 \frac{dU}{dy} \int_{y/h}^1 \frac{\rho_0 [1 + (\gamma - 1)C]}{\rho_a} dy \\ \times d\left(\frac{y}{h}\right) = a_1 (1 - \alpha' C) \frac{(\sqrt{\bar{u}^2})}{L} \\ + \rho_0 (\gamma - 1) v_p g C + W_p \\ + [\text{Diffusion}] \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

となる。右辺の第一項の明らかな形は、あとから求まる。また、[Diffusion] の項は全断面について積分すれば消えてしまうので、関数形を示していない。

乱れの発生は、機械的摩擦応力によるものと、浮力の作用によるものとにわけて考えることができるが、これを加速度平衡方程式として、

$$l \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 = f_n(C) l_0 \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 - Bg(\gamma - 1) \frac{\rho}{\rho_a} \frac{dC}{dy} \dots \dots (2)$$

を与えた。ここに l は見かけの混合距離、 l_0 は浮力の作用のない場合の混合距離を表わし、 $f_n(C)$ は粒子群と移動する流体塊の衝突による加速度の減殺効果を表わす関数である。

図-1 中立浮遊粒子流の濃度増加によるカルマン定数の減少

一本理論式(6)、本文式(38a)と Elata and Ippen の実験との比較

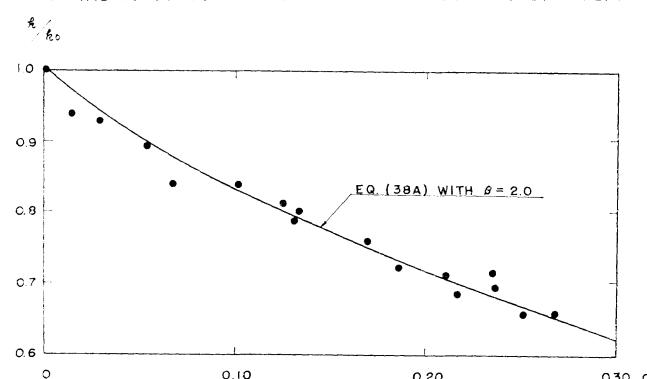


図-2 中立浮遊粒子流の濃度増加による“乱れの強さ”的增加
—理論式(7)、本文式(38b)と Elata and Ippen の実験との比較—

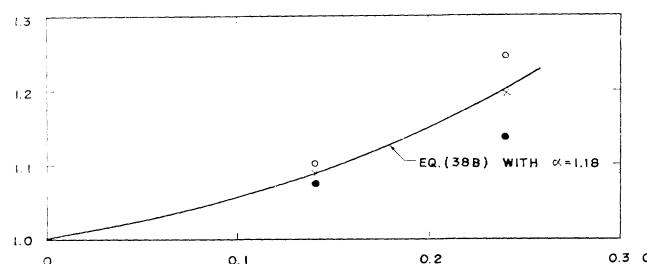
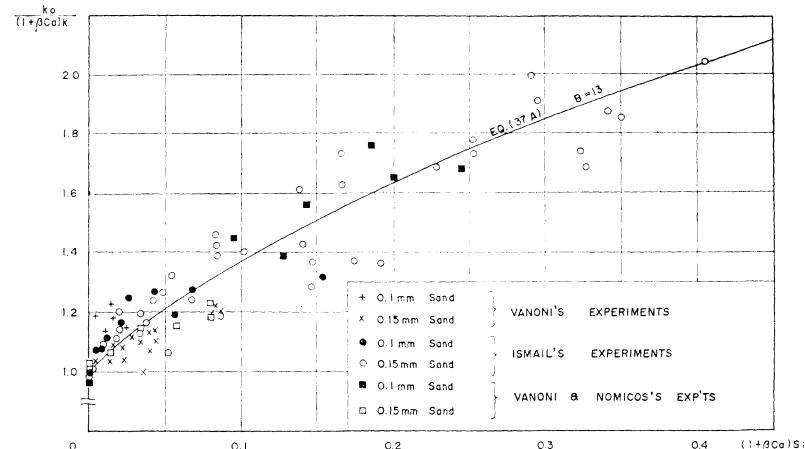


図-3 土砂流の濃度とカルマン定数の減少との関係
— s_1 は濃度に関する無次元パラメーター [式(3)、本文式(37a)] —



乱流構造の変化は、断面に一様な割合で起こると考えて、式(1)、(2)を積分変形して、

$$\frac{k_0}{k} = \frac{(1 + \beta C_a)}{2} [1 + \{1 + 4 B k_0 (1 + \beta C_a) s_1\}^{1/2}] \dots \dots (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{u} = & \left(\frac{1}{1 - \alpha' C_a} \right)^{1/3} \left(\frac{\rho_a}{\rho_0} \right)^{1/3} \\ & \times \left[1 - \frac{2 k_0 \sigma s_1}{(1 + \beta C_a) [1 + \{1 + 4 B k_0 (1 + \beta C_a) s_1\}^{1/2}]} \right]^{1/3} \end{aligned} \dots \dots \dots (4)$$

$$s_1 = \frac{\rho_0 (\gamma - 1) g v_p C_a (h - \delta)}{\rho_a U_*^2 \ln \frac{h}{\delta}} \dots \dots \dots (5a)$$

$$\sigma = \frac{(\ln h/\delta - 1)}{\ln h/\delta} \dots \dots \dots (5b)$$

を導いた。ただし、 $\bar{u} = \sqrt{\bar{u}'^2}$ であり、 ρ_a, C_a はそれぞれ、 ρ, C の全断面の平均値、 β, B は定数である。

特別の場合として、 $C \neq 0, s=0$ の中立浮遊粒子の場合には、

$$\frac{k_0}{k} = 1 + \beta C \quad (\beta > 0) \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} = \left(\frac{1}{1 - \alpha' C} \right)^{1/3} \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{t_*}{t_{*0}} = \frac{(1 - \alpha' C)^{1/3}}{1 + \beta C} \dots \dots \dots (8)$$

の関係がある。

これらの理論と MIT における Elata and Ippen の実験とを比較したものが図-1, 2 である。測定の困難な $\sqrt{\bar{u}'^2} = \bar{u}$ の実験値はばらつきが大きいが、理論的に 1 にほぼ等しく、1 よりやや大きいと予想された α を $\alpha = 1.18$ として実験値の平均と式(7)とがよく一致していることは、理論の妥当性を示すものと考えられる。

また、土砂流に関する Vanoni, Ismail, Vanoni and Nomicos の実験と式(3)の比較を示したのが図-3 である。

土砂流の場合の従来の実験範囲では C_a は 0.01 以下の小さな値であり、 $(1 + \beta C_a) \approx 1$ と考えてよく、式(3)は志村氏の理論と似ている。

とよぶ) を調査せる結果は震害率は覆工の厚い区間ほど高くなっている。その原因は種々考えられるので、ただちに結論はできないが、この事実は注目されてよいと思う。他方トンネルに働く地震力を解析的に推定するために一つの計算を試みが、その仮定はつぎのようである。

- ① 地山は一様な弾性体とする
- ② ひずみ分布は 2 次元とし平面ひずみ状態とする
- ③ 伝わってくる 地震波はせん断平面波であって、波形は無限に連続する正弦波形とする
- ④ トンネル断面は円形とする
- ⑤ 覆工と周囲の岩との間が半径方向には離れることはない
- ⑥ 覆工と周囲の岩との周辺方向の相対的なずれに対しては抵抗がない

計算の結果覆工に生ずる最大地震応力 σ_m は、

$$\sigma_m = \frac{12V\left(\frac{h}{r}\right)}{16\frac{C_s}{E_e} + \frac{g}{\rho C_s}\left(\frac{h}{r}\right)^3}$$

をえた。ここに V は地震波の速度振幅、 C_s は同伝播速度、 ρ は岩の単位体積当たり重量、 E_e は覆工の弾性係数、 h は同厚さ、 r はトンネルの半径である。試算の結果わかったことは、

- ① C_s が小なるほど地震力も地震応力も増大する。

② C_s がはなはだしく小なる場合を除いては h/r が大となると地震力も地震応力も増大する。

③ C_s がはなはだしく小なる場合には地震応力は h/r がある値より大なる範囲では覆工厚を増すことによって減少する。しかし覆工厚が増したわりには地震応力はそれほど減少しない。

この結果がトンネルのすべての場合に通用するとはもちろんいえないが、先の北米濃地震時の被害から得られた結果とは現象的にかなり一致していることは興味ぶかいことである。筆者らは、これらの研究の結果、トンネルの耐震性を高めるためにはつきのような方策が適当であろうと考えている。

- ① 覆工裏込めを十分にして偏圧を防止する。
- ② 損傷せる地山に対しては適当な工法によってこれを固める。

③ 覆工の増厚によって地震力に対抗することは困難である場合が多いように思われるが、鉄筋、鉄骨などによって覆工に韌性を与え、材質的にこれを強化する。

(1962. 8. 2・受付)

筆者：岡本 正員 工博 東京大学教授生産技術研究所
加藤 正員 東京大学生産技術研究所
伯野 正員 工博 同上

工事報告：坂本アーチダム

内 容：わが国ダム技術を結集して完成した電源開発KKの坂本アーチダムについて、その計画・実験から完成に至るまでの詳細な工事報告である。執筆には本ダム工事に関係した工事関係者があたっている。

体 裁：B5判 266ページ 口絵2ページ 付図3葉 表紙カバーカラー原色版印刷 上製本
定 値：1250円(税込150円) 会員特価：980円(税込150円)

書評

土木構造物設計シリーズ

PC橋の設計

プレストレストコンクリート橋梁の発達とともに、具体的な設計方法に関する参考書の出版が各方面から要望されていた。今般、上記図書がオーム社より刊行されたが、著者はすでに数多くのPC橋の設計を実施した方々であり、かかる書物を著すにはきわめて適任であると考えられる。

内容は道路編(木村・清野)と鉄道編(佐伯・田中)とからなり、いずれも設計計算例がその骨子をなしている。道路編では、昭和36年度改訂の土木学会制定プレストレストコンクリート設計施工指針にもとづいて設計したプレテンション方式のスラブ橋とTげた橋、およびポストテンション方式の道路橋それぞれ一橋を実例としてあげている。鉄道編には、国鉄新幹線用PC桁設計要領案(昭和36年7月)にもとづいたポストテンション方式設計例が記されている。これらの設計例は、いずれも単純支持の橋梁で、ポストテンション方式のものはフレシネー式を対象としたものである。

設計計算のみならず、要点が適宜解説してあるので、

木村公道・佐伯俊一・清野茂次・田中登 共著 オーム社刊

PC橋の設計参考書として非常に役立つものと考えられる。ただ、引用してある参考文献の出所などに関する記述に不足する点がおしまれる。

卷末には国鉄新幹線用PC桁設計要領案が記載されており、またGuyon-Massonetの方法によって各主桁の荷重分担率を求める場合の影響係数の表がグラフ化して収められているので、設計上便利であると思われる。

著者：木村 正員 KKオリエンタルコンサルタント常務取締役

清野 正員 KKオリエンタルコンサルタント技術部 設計課第四課長

佐伯 正員 ピー・エス・コンクリートKK東京事務所 設計課長

田中 正員 ピー・エス・コンクリートKK東京事務所 設計係長

体裁：A5判、全282ページ(設計資料、付表：78ページ)
 計算図10葉、1962.7.31刊 定価1100円

オーム社：東京都千代田区神田錦町3ノ1

【東京大学工学部 船越 稔・記】