資　料　流砂量公式の一提案

藤　芳　義　男*
下　津　昌　司**

要　旨　河川の掃流する流砂量を算定する公式は欧米はもちろん，日本でも数多く発表されているが，繁雑であって実用に耐えない。著者は簡単に

$G=\varphi QI$

$\varphi=0.585\,d_{50}^{-1/2}$ t/m³　(d_{50} は mm)

を提案する。

1. 公 式 の 理 論

流砂量 G は河床幅 b を，厚さ t_s の砂層が，速度 v_s で進むとき，$G=v_s\cdot t_s\cdot b$ となる。この v_s は河水の平均流速 v に比例するし，砂層の厚さ t_s は掃流力 w_0RI に比例する。例えば礫の径 d の限界掃流力は，

$w_0RI=\alpha\,d$

$\alpha=0.06\sim0.08$　(ton, meter, sec 単位)

を見ても明らかである。ゆえに流砂量 G は

$G=\varphi\cdot v\cdot R\cdot I\,b$

と書けるし，$vRb=Q$ であるから　$G=\varphi QI$ となる。φ は河床の粗度，換言すれば砂礫河床では，礫の平均粒径(ここでは d_{50}：50% 粒径)に関係する常数と見られる。この φ は実験によって定めることができる。

2. 従来の公式の検討

$G=\varphi QI$ に属するものはつぎのようである(ここでは限界掃流力による補正項は簡単のために除く)。

① Gilbert (1914)

$G\backsim Q^{\alpha}I^{\beta}$　　$\alpha=0.93\sim2.37\to1.0$

$\beta=0.81\sim1.24\to1.0$

$G=\varphi QI$　　G：掃流砂量

Q：流量

② United States Waterway's Experimental Station (1935)

$$g_s=\frac{R}{n_M}(hI)^{1.5\sim1.8}=\frac{R}{c\cdot n_M}\cdot c\sqrt{hI}\cdot hI$$

$$\fallingdotseq R'vhI=R'qI$$

$1.5\sim1.8\to1.5$

g_s：単位幅当りの掃流砂量

q：単位幅当りの流量

n_M：Manning の粗度係数

h：水深　　c：平均流速係数

I：水面勾配　　v：平均流速

③ Kalinske 式

$g_s=2/3\,w_s\cdot p\cdot d\bar{v}$

掃流力　$w_0RI=\alpha\,d$

$\bar{v}=Kv$

とおけば

$$g_s=2/3\,K\cdot\frac{w_s\cdot w_0}{\alpha}\cdot pvRI=\varphi\,qI$$

g_s：単位幅当りの掃流砂量

w_s：砂粒の実質の単位体積重量

w_0：水の単位体積重量

p：河床の単位面積において粒径 d なる粒子がしめる割合

$\bar{v}$：粒子の存在する点の水流の速度 v_s の平均値

K：常数　　R：径深

ほかの記号は前出のとおり。

④ Einstein 式

$A\phi=f(B\cdot\psi)$

$$\phi=1/F\frac{g_s}{(\rho_s-\rho_0)g}\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_s-\rho_0}}\frac{1}{d\sqrt{gd}}$$

$$=\phi_0'\frac{g_s}{d\sqrt{d}}$$

$$\psi=\frac{\rho_s-\rho_0}{\rho_0}\frac{d}{IR}$$

ただし

$$F=\frac{2}{3}\frac{1}{g\cdot c_f}$$

A,B：常数

f：未知の形の関数

ρ_0：水の密度

ρ_s：砂粒の密度

g：重力加速度

g_s：掃流砂量

c_f：運動に対する流体抵抗の係数

そのほかの記号は前出のとおり。

と非常に複雑であるが掃流力 $\tau=w_0RI=\alpha\,d$ を代入すると

$$\phi=\phi_0\frac{g_s}{(RI)^{1.5}}\qquad\psi=\psi_0=\text{常数}$$

となり，ψ が常数なら ϕ も常数になる。

$$g_s=\frac{\phi}{\phi_0}\sqrt{RI}\cdot RI=\frac{\phi}{c\,\phi_0}v\cdot RI=\varphi\,qI$$

*　正員　工博　熊本大学教授　工学部土木工学科
**　正員　　　　熊本大学講師　　同　上

となる。以上は外来公式であるが，日本人の公式をあげてみよう。

⑤ 中山秀三郎式 (1929)

$$G=(\alpha+\beta I)\left(1-\frac{v_c^2}{v^2}\right)Q$$

α,β：常数

v_c：砂粒の平均始動流速

v：断面の平均流速

ここでも $v_c \lll v$ とし中山博士の実験例でも α は βI の1割以下の数値であるから，概算では $G=\beta QI$ となる。

⑥ 永井荘七郎式 (1943)

$g_s=k\tau v=kqI \qquad \tau=RI$

k：係数　τ：掃流力

⑦ 土木研究所 (1957)

$$g_s=\psi\frac{w_s}{w_s-w_0}\tau\sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}}f\left(\frac{\tau_c}{\tau}\right)$$

ここでも $\tau=w_0RI$,

τ_c：限界掃流力

$\tau_c \ll \tau$ と簡単化すると

$$g_s=\psi\frac{w_s}{w_s-w_0}w_0RI\sqrt{gRI}$$

$$=\psi\frac{w_s}{w_s-w_0}\cdot\frac{w_0\sqrt{g}}{c}\cdot c\sqrt{RI}\cdot RI$$

$$=\varphi\cdot q\cdot I$$

このほかに $G=\varphi QI^{3/2}$ に属するものに，

⑧ Scholitch 式

$$G=\frac{7\,000}{\sqrt{d}}I^{3/2}(Q-Bq_0)\rightarrow\varphi QI^{3/2}$$

d：粒径 mm　　B：水路幅 m

q_0：水路単位幅当りの限界流量

⑨ Meyer-Peter 式

$$g_s=\left(\frac{q^{2/3}I}{b}-\frac{ad}{b}\right)^{3/2}\rightarrow\varphi QI^{3/2}$$

a,b：常数　　d：粒径

3. 著者の φ 値算定

$G=\varphi QI$ の φ の値は掃流される砂礫の粒径が大きいほど小さくなる。それでは著者の公式において φ がいかなる値になるか，粒径の異なる砂について著者が行なった実験水路の実験値と土木研究所の実験値から φ あるいは φ_0 と d_{50}の関係を算定してみよう。

a) $G=\varphi_0\left(1-\frac{\tau_c}{\tau}\right)QI$ とする場合 G,Q,I,τ_c,τ の測定により φ_0 を算定し $\varphi_0=\varphi_{00}d_{50}{}^{\alpha}$ の関係があるとみて d_{50} の測定により φ_{00} と α を算定する。

$$\varphi_0=\varphi_{00}d_{50}{}^{\alpha} \qquad \log\varphi_0=\log\varphi_{00}+\alpha\log d_{50}$$

最小二乗法により

$$\alpha=\frac{n\Sigma(\log\varphi_0\log d_{50})-\Sigma\log d_{50}\cdot\Sigma\log\varphi_0}{n\Sigma(\log d_{50})^2-(\Sigma\log d_{50})^2}$$

$$=\frac{5\times(-0.376)+0.408\times1.081}{5\times0.666-0.408^2}$$

$$=\frac{-1.439}{3.163}=-0.455$$

$$\log\varphi_{00}=\frac{\Sigma\log\varphi_0\cdot\Sigma(\log d_{50})^2-\Sigma(\log\varphi_0\log d_{50})\cdot\Sigma\log d_{50}}{n\Sigma(\log d_{50})^2-(\Sigma\log d_{50})^2}$$

$$=\frac{-1.081\times0.666+0.376\times0.408}{3.163}$$

$$=\frac{-0.566\,5}{3.163}=-0.179\,10$$

表―1

使用砂	d_{50} (mm)	φ_0 実測平均値 (t/m³)	$\log d_{50}$	$\log\varphi_0$	$[\log d_{50}]^2$	$\log\varphi_0\log d_{50}$	備考
白川砂	0.350	1.02	−0.456	0.008	0.208	−0.004	フルイ分け 50% 径粒
緑川砂	0.825	0.74	−0.084	−0.131	0.007	0.011	〃
菊池川砂	1.070	0.686	0.029	−0.164	0.001	−0.005	〃
土研	2.21	0.444	0.344	−0.353	0.119	−0.122	均一粒径
土研	3.76	0.363	0.575	−0.441	0.331	−0.256	〃
計			0.408	−1.081	0.666	−0.376	

表―2

使用砂	d_{50} (mm)	φ 実測平均値 (t/m³)	$\log d_{50}$	$\log\varphi$	$[\log d_{50}]^2$	$\log\varphi\log d_{50}$
白川砂	0.37	0.879	−0.432	−0.056 2	0.186 7	0.024 28
緑川砂	0.825	0.666	−0.083 7	−0.176 7	0.007 0	0.014 78
菊池川砂	1.07	0.590	0.029 2	−0.229 4	0.000 9	−0.006 70
土研	2.21	0.402	0.344 2	−0.395 9	0.118 5	−0.136 23
土研	3.76	0.298	0.575 0	−0.526 0	0.330 8	−0.302 30
計			0.432 7	−1.384 2	0.643 9	−0.406 17

$\varphi_{00}=0.662$

$\varphi_0=0.662\,d_{50}^{-0.455}$ (t/m³) ただし d_{50} は mm 単位または

$\varphi_0=0.414\,d_{50}^{-4.455}$ (m³/m³)

b) $G=\varphi QI$ とする場合　普通の場合は τ_0/τ は1に比して非常に小さいので，簡略のため τ_0/τ を消去してみる。この場合 $\varphi=\varphi_1\cdot d_{50}{}^{\alpha}$ の関係があるとみて **a)** と同様に算定する。

$$\alpha=\frac{5\times(-0.4062)+0.4327\times1.3842}{5\times0.6439-0.4327^2}$$

$$=\frac{-1.432}{3.032}=-0.4724$$

$$\log\varphi_1=\frac{-1.3482\times0.6439+0.4062\times0.4327}{3.032}$$

$$=\frac{-0.7157}{3.032}=-0.2360$$

$\varphi_1=0.581$

$\therefore\ \varphi=0.581\,d_{50}^{-0.472}\fallingdotseq0.58\,d_{50}^{-0.47}$ (t/m³)

または

表—3

使用砂	d_{50} (mm)	$\sqrt{d_{50}}$	φ 実測平均値 (t/m³)	φ_2 (t/m³)
白川砂	0.37	0.608	0.879	0.535
緑川砂	0.825	0.908	0.666	0.605
菊池川砂	1.07	1.035	0.590	0.611
土研	2.21	1.485	0.402	0.597
土研	3.76	1.940	0.298	0.578
平均				0.585

$\varphi=0.363\,d_{50}^{-0.472}$ (m³/m³)

c) $\varphi=\varphi_2 d_{50}^{-1/2}$ と簡易な公式にすると，**表—3** によって $\varphi_2=0.585$ になる。

$\varphi=0.585\,d_{50}^{-1/2}$ (t/m³)

$=0.365\,d_{50}^{-1/2}$ (m³/m³)

（ただし d_{50} は mm 単位）

d) この簡易式を吟味するため，筑後川上流，大山川の芋野地点（杖立川）と永井博士[1]が実験した柳河砂（$d_{50}=0.125$ mm）の場合を検討しよう（**表—4,5**）。

表—5

柳河砂	d_{50} (mm)	φ (m³/m³)	永井博士の実験による φ
$\varphi=0.363\,d_{50}^{-0.47}$	0.125	0.973	1.67(t/m³)
$\varphi=0.365\,d_{50}^{-1/2}$	0.125	1.034	=1.044(m³/m³)

ただし，永井博士の実験による φ 値は実験値8個の平均値。

以上の2つの極端に大きい粒径と小さい粒径の砂礫でみると簡易式の方が簡単なだけまさっているといえる。

4. 実際河川の計算例

$G=\varphi QI$　$\varphi=0.365\,d_{50}^{-1/2}$ により計算（**表—6** 参照）

5. φI の値

ドイツでは φI の値は一つの河川ではおよそ一定しているといわれる。

$G=\varphi'\Sigma(Q-Q_0)\Delta t$

$\varphi'=1.9\times10^{-4}$　Mur 河

表—4

筑後川	d_{50} (mm)	φ_{50} (m³/m³)	I	$\varphi I\times10^4$	比流出量 q m³/年/km²	比流砂量 g m³/年/km²
$\varphi=0.363\,d_{50}^{-0.47}$	110	0.0396	1/121	3.27	1 627 000	533
$\varphi=0.365\,d_{50}^{-1/2}$	110	0.0348	1/121	2.88	1 627 000	468

表—6

河川名	斐伊川	大淀川	白川	球磨川	(筑後川)津江川	筑後川
地点	5〜8 km	王子橋	白川橋	人吉	下筌	久留米
d_{50} (mm)	1.0	1.80	0.60	6.46	121.8	0.687
φ (m³/m³)	0.365	0.272	0.471	0.144	0.0331	0.441
$I\times10^4$	11.6	7.8	8.2	16.7	86.2	6.25
$\varphi I\times10^4$	4.24	2.12	3.83	2.40	2.85	2.75
流域面積 (km²)	925	606	480	1 138	185	2 315
比流量 (m³/s/100 km²)	5.07	6.34	6.12	6.40	5.34	4.77
比流出量 q(m³/年/km²)	1 600 000	2 000 000	1 930 000	2 020 000	1 685 000	1 504 000
比流砂量 g(m³/年/km²)	679	424	745	485	480	413
流量統計年	大10〜昭12	昭 4〜14	昭 21〜30	昭 27〜30	大11〜昭12	昭25〜31
流出量 Q(m³/年)	1480×10^6	1210×10^6	927×10^6	2298×10^6	312×10^6	3480×10^6
流砂量 G(m³/年)	628 000	257 000	358 000	552 000	89 000	955 000
別途調査	河口三角洲 50〜70万 m³/年	下流高岡ダム 30万 m³/年	建設省調査 30万 m³/年	—	建設省計画 7万 m³/年	—

表—7

	河川	比流砂量 m^3/年/km^2	測定方法	測定者	測定地点
1	Montereale Cellina	1926	貯水池埋没量	—	—
2	Durance	672〜839	—	政府技師	Mean
3	〃	722	—	—	Secre-Poncon
4	Upper Rhone	679	—	Forel	河口
5	Lavaguina	600	貯水池埋没量	—	—
6	Durance	508	—	政府技師	Mirbeau
7	Arve	481	—	—	—
8	Rhone	434	—	Surrel	—
9	Cismon Alla Serra	400	貯水池埋没量	—	—
10	Beaver Dam Creck	252	〃	—	—
11	La Reuss	243	河口三角洲	Heim	Lacdes Quartre Canton
12	Torre	193	貯水池埋没量	—	—
13	Aar	112〜241	河口三角洲	—	—
14	La Reuss	176	〃	—	—
15	Linth	119	〃	—	—
16	Tiroler Achen	110	〃	—	—
17	Bregenzer Ach	104	〃	—	—
18	Rhine	95	—	—	—
19	Kaw	61	—	—	—
平均		423 (339)	(No. 1 を除く)		

$=1.3\times10^{-4}$ Rhein 河 34年間 (Basel-Kehl 間)

この φ' は著者らの φI に相当する。著者らの調べた日本の諸河川で $\varphi I\times10^4$ の値はおよそ 2〜5 の範囲になる。平均値はほぼ2.8付近と考えられる。洪水が少なく平水期が長く続くと，河床の小粒径の砂礫が多く掃流されて，d_{50} が大きくなり，φ は減少する。このため Rhein 河のように1.3の値を示すであろう。これに反して洪水がたびたび起こる日本の河では，平水時にも上流から砂の補給があり，φ' の値が大きくなり，したがって φI も大きくなると考えてよかろう。

6. QI の意義

w_0QI の形にすると，これは流水の単位時間におけるエネルギー消費を示し，いいかえると仕事量である。だから掃流砂量もこの QI に比例するわけで，これがクックの理論である。

$$\frac{G(\text{砂泥運搬量})}{w_0QI}=\text{運搬能率(Efficiency of stream)}=\varphi$$

ゆえに $G=\varphi QI$ が生まれる。

著者の公式 $\varphi=0.365\,d_{50}^{-1/2}(m^3/m^3)$ は $d_{50}=1.0$ mm の砂では流水のエネルギー勾配の 36.5% が掃流に使われることを示し，d_{50} が大きいほど掃流能率は小さくなることを物語る。これは勾配が強いほど，砂礫の粒径が大きくなる河川では，φI が上下流とも比較的に一定になり，土砂掃流が流量に比例し，河床は安定することを示す。

7. 結　論

φ と d_{50} の関係はさらに研究を進められるべきである。ただ，ここで注意すべきことは，河床砂の d_{50} がはたして，その河川の長期の流砂量に対応できるかという問題である。とくに平水以下では河水は清澄で，流されるのは小粒径のもののみである。洪水時に初めて大粒径をまじえるが，特に大きい洪水では上流山地の山崩れがあって，流下土砂の平均粒径は逆にいちじるしく小さくなる。例えば昭和 28 年白川の洪水では，白川橋地点でその河床砂は $d_{50}=0.60$ mm であるのに，上流山地から流入した山崩れ土砂は $d_{50}=0.05$ mm にすぎない。だからそれに対応する $\varphi=1.49$ となって，平水時の $\varphi=0.468$ の3.2倍となり洪水時の流砂量はいちじるしく大きくなる。この意味からすると，河床粒径のみで短期間の流砂量を算定することは d_{50} が不明なため，困難であるが，数十年という長期にわたる平均流砂量を算定するには適当であろう。したがって著者の公式も，ダムの堆砂量などを算定する一方法と考える。比流砂量がどのくらいであるか，日本にも多くのダムの例があるが中山秀三郎博士が昭和3年，土木学会誌に紹介された，フランスの資料は参考に値する（表—7）。

参考文献

1) 永井荘七郎：流砂に関する研究（第1編），土木学会誌第29巻第4号，昭和18年4月，359ページ

(1962.7.18・受付)