

今月は論文集第 86 号 (37 年 10 月発行) 掲載論文として次の 3 編を紹介いたします。なお 11 月号で紹介する第 87 号掲載予定論文は、下記の 5 編です。

桜井春輔・伊藤敏一・成岡昌夫：マルチセル (Multi-cell) 構造の実験的研究

大原資生：岸壁裏込間げき水による動水圧の計算図表

加賀美一三：コンクリートおよび鉄筋コンクリート短柱が偏心距離小なる軸圧力を受ける場合の力学的考察

小西一郎・小松定夫：薄肉曲線桁の基礎理論

大地羊三：行列による骨組構造物の解法

鋼床板桁橋の有効巾に関する研究

近藤和夫・小松定夫・中井 博

本文では、まず鋼床板桁橋の Shear lag 現象について、リブの存在を考慮して理論的研究を行なった。そして、その解によって有効巾の簡明な実用公式を誘導した。さらに模型桁試験によってこの結果は検証された。これによって本理論の信頼性が高められたと考えられる。

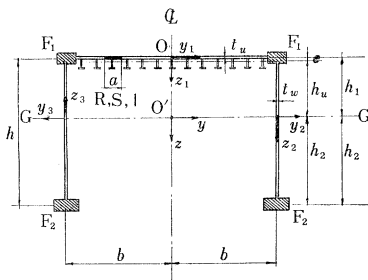
最後に、数値計算例として実際に設計された鋼床板桁橋の有効巾の特性について論じた。そして鋼床板桁橋の有効巾を著者らの与えた数表によって算定することを提案した。

1. 理論的研究

まず、理論上の仮定として、① 鋼床板および底板の軸方向変位は横断面内で放物線状に分布し、腹板のそれは直線状に分布する。② 剛強な補強材によって横断面形状の変形は防止されている。③ 横リブの拘束によって、板の横方向のひずみは防止されている。

一般化した Galerkin 法を用いて、箱桁および II 型断面桁について、たわみ $w(x)$ と軸方向変位関数 $f(x)$ に関する連立微分方程式を誘導した。そして、単純桁で ① 集中荷重、② 等分布荷重が載荷した場合の軸方向の垂直応力 σ_x の解を与えた。この結果、II 型断面 (図-1) に関する有効巾は次式で求まった。

図-1 II 型断面を有する I 桁橋



すなわち、集中荷重 P と等分布荷重 q が同時に載荷する場合、支間中央断面について

$$\frac{b_m}{b} = 1 - \frac{\sqrt{\frac{1.5\omega}{1.2-\kappa} \cdot \lambda + \frac{2ql}{P} \cdot \frac{1}{l/b} \cdot \omega\chi}}{\left(0.75 + 0.375 \frac{ql}{P}\right) \frac{l}{b} + \kappa \left(\sqrt{\frac{1.5\omega}{1.2-\kappa} \cdot \lambda + \frac{2ql}{P} \cdot \frac{1}{l/b} \cdot \omega\chi}\right)} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、

$$\omega = \frac{1}{1-\nu} + \frac{R}{at} (1+\nu) \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\kappa = \frac{A}{F} + \frac{J}{J} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$A_u = b \left(\frac{t}{1-\nu^2} + \frac{R}{a} \right), \quad J = 2 A h_u^2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

ν : ポアソン比

R : 縦リブ材 1 個の断面積

a : 縦リブの間隔

t : カバー プレートの板厚

F : 総断面積の 1/2

J : 総断面二次モーメント

h_u : 中立軸から異方性板の中立面に至る距離

l : 桁支間長

$2b$: 主桁の腹板の間隔

$$\lambda = 1 \quad , \quad l/b \geq 5 \quad \left. \begin{aligned} & \\ & = \tanh\left(\frac{l/b}{2} \sqrt{\frac{1.5\omega}{1.2-\kappa}}\right), \quad l/b < 5 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\chi = 1 \quad , \quad l/b \geq 10 \quad \left. \begin{aligned} & \\ & = 1 - \operatorname{sech}\left(\frac{l/b}{2} \sqrt{\frac{1.5\omega}{1.2-\kappa}}\right), \quad l/b < 10 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

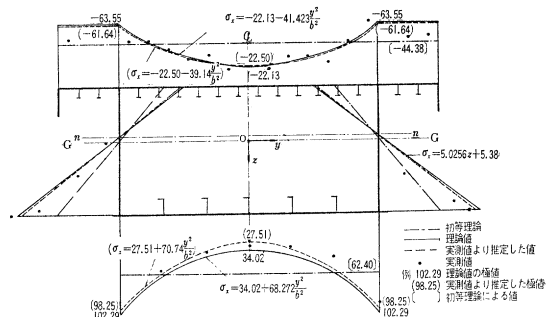
種々なパラメーター ω, κ および ql/P と l/b の関係を調べた結果次のことが明白になった。① 断面の他の形状、寸法と l/b が同じときには縦リブの断面積を大きくし、その間隔を小さくすれば ω 値は大となり有効巾は小となる。② 桁高を一定にして桁巾を広くすると κ 値は大となり有効巾は小となる。③ 有効巾は l/b の増加とともに増大する。等分布荷重の場合の方が集中荷重の場合より速く b_m/b 値は 1 に近づく。④ 集中および等分布荷重が同時に載荷する場合支間長が大きくなるほど有効巾は大きくなる。

2. 実験的研究

(1) 模型桁実験

耐食アルミニウム 52S-O を用いて、箱型および II 型断面桁を製作し、それぞれ 4 種の荷重状態について、静的載荷試験を行なった。その結果の一部 (中央断面の腹板上に 2 点載荷) を示せば 図-2 である。

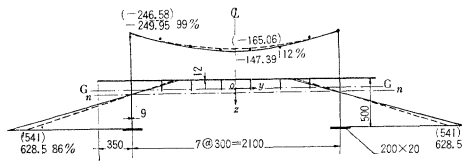
図-2 荷重状態 1 における垂直応力 σ_x の分布 (σ_x : 単位 kg/cm^2)



(2) 実橋の Shear lag 試験

わが国における初期の鋼床板桁橋である森の宮橋について行なった実験結果を 図-3 に示す。(1),(2) の結果を理論値と比較して両者がよく一致することを認めた。そして理論上の仮定は合理的であることが立証された。

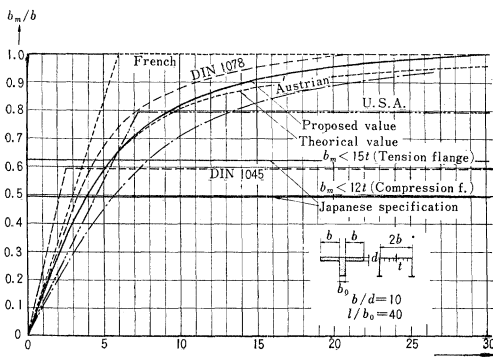
図-3 森の宮橋の Shear lag 試験
(σ_x : 単位 kg/cm²)



3. 鋼床板桁橋の有効巾の提案値

実際に設計された鋼床板桁橋の断面について、単純桁と仮定して L-荷重が載荷した場合の中央断面での有効巾を本理論によって求め、DIN 1078 による値と比較した。その結果、合成桁の規定によるものよりは、本理論による鋼床板桁橋の有効巾の方が図-4 に示すようにやや小さくなることを知った。そして、

図-4 本理論による提案値、代表的各国の示方書の比較



その差異を理論的に明白にすることができた。また上記の数値計算結果から、従来の鋼床板桁橋については、有効巾は主として l/b 値に左右されることを知った。

以上を総合して、通常の鋼床板桁橋に道路橋示方書に規定された L-荷重が載荷して、縦横リブで補剛された鋼床板が主桁フランジとして働く場合中央断面での有効巾を表-1 に示すように l/b の関数として算定することを提案した。

表-1

l/b	3	4	5	7	10	15	20	25	30
b_m/b	0.41	0.51	0.59	0.70	0.81	0.90	0.95	0.98	1.00
	$l/b < 3$		$b_m = 0.137 l$			$l/b > 30$			$b_m = b$

さらに本文では ① 桁の任意断面における有効巾、② 種々な断面形状の鋼床板桁橋の有効巾、③ 連続桁、ゲルバー桁の有効巾を簡明に求める方法について論じた。(1962.2.21.受付)

筆者：近藤 正員 大阪市土木局道路部橋梁課長
小松 正員 工博 大阪市立大学助教授
中井 正員 大阪市立大学助手工学部

曲線直交異方性変厚扇形平板の 曲げについて

芳村 仁

平板の形状は種々考えることができるが、工学上必要なもので従来から研究されているものでは、矩形板、平行四辺形板、円

板などがその代表的なものといえよう。このうち、前二者は相対する二辺の長さが等しいという形の上の特長がある。筆者は先に厚さが一定の曲線直交異方性扇形平板の曲げについて発表したが(土木学会論文集第 82 号)、この扇形平板では一對の放射方向の直線辺の長さは等しいが、ほかの二円弧辺の長さは異なっておりこの点がほかのものとの特性上、いちじるしく異なる点の一つと考えることができる。本論文は極座標を採用して考えるとき、極方向 (r 方向) と接線方向 (θ 方向) とで弾性的性質を異にし、板厚が r 方向に変化する扇形平板の曲げについて論じたものである。

変厚板の曲げの問題は板の材料が等方性のものについては矩形板、円板について従来より研究されており、たとえば極座標を採用したものについては等方性変厚円板を Otto Pichler が軸対称のものについて研究している。しかし極方向と接線方向とで弾性的性質の異なる平板、すなわち極座標を採用して考えたときのいわゆる曲線直交異方性板で r 方向に厚さが変化する場合は研究がなく、したがってここで扱う変厚扇形平板の曲げの問題も全く研究されていなかったので本論文はその基礎微分方程式を誘導し、主として二直線辺が単純支持された扇形平板の問題を論じた。 r 方向変厚扇形平板はその変厚の仕方により次の 2 つにわけて考えることができる。すなわち

- (1) 変厚の始点が座標の原点と一致する場合
- (2) 変厚の始点が座標の原点と一致しない場合

である。本論文ではおもに (1) について検討したものである。たわみを w 、 E_r, E_θ をそれぞれ r, θ 方向のヤング係数、 ν_r, ν_θ をポアソン比とすると力の釣合いの条件から次の微分方程式が誘導される。

$$\begin{aligned}
 p = & N_r \frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + \left[\frac{2 N_r + N_r \nu_\theta - N_\theta \nu_r}{r} + 2 \frac{d N_r}{d r} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \\
 & + \left[\frac{N_r \nu_\theta + N_\theta \nu_r}{r^2} + 2 \frac{C_2}{r^2} \right] \frac{\partial^4 w}{\partial r^2 \partial \theta^2} + \left[C_1 - 3 C_2 - 2 N_r \nu_\theta \right. \\
 & + \frac{2}{r^2} \left(\frac{d C_2}{d r} + \nu_\theta \frac{d N_r}{d r} \right) \left. \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta^2} + \left[\frac{2 N_r \nu_\theta + 2 N_\theta + 3 C_2 - C_1}{r^4} \right. \right. \\
 & + \frac{1}{r^3} \left(-2 \frac{d C_2}{d r} - 2 \nu_\theta \frac{d N_r}{d r} - \frac{d N_\theta}{d r} \right) + \frac{\nu_\theta d^2 N_r}{r^2 d r^2} \left. \right] \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\
 & + \left[\frac{N_\theta}{r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d N_\theta}{d r} + \frac{\nu_\theta d^2 N_r}{r d r^2} \right] \frac{\partial w}{\partial r} + \left[-\frac{N_\theta}{r^2} \right. \\
 & + \left. \frac{1}{r} \left(2(1 + \nu_\theta) \frac{d N_r}{d r} - \nu_r \frac{d N_\theta}{d r} \right) + \frac{d^2 N_r}{d r^2} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{N_\theta \partial^4 w}{r^4 \partial \theta^4} \dots (1)
 \end{aligned}$$

式中 $N_r = \frac{E_r h^3}{12(1 - \nu_r \nu_\theta)}$ 、 $N_\theta = \frac{E_\theta h^3}{13(1 - \nu_r \nu_\theta)}$ であり C_1, C_2 はねじり剛度である。この式が曲線直交異方性の r 方向変厚板を扱う場合の基礎となる微分方程式である。なお、板厚が一定のときは $\frac{d N_r}{d r}$ 等が消失し前論文で筆者が誘導した等厚板の微分方程式と一致するのは当然である。また $N_r = N_\theta = N$ 、 $C_1 = C_2 = -(1 - \nu) N$ とすると等方性変厚板の式になり O. Pichler の論文にある微分方程式と一致する。

扇形平板の中心角を α とし、式 (1) の各項に $0 < \theta < \alpha$ の区間で θ に関する有限 Fourier Sine 変換を施すと計算の結果、次の変換された微分方程式が得られる。なお、たわみの Sine 変換 $S\{w(r, \theta)\}$ を便宜上 w_s と記すことにする。

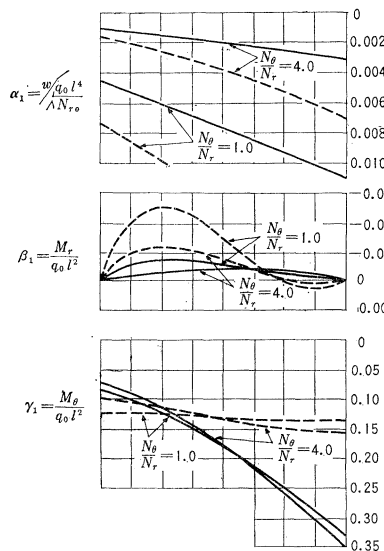
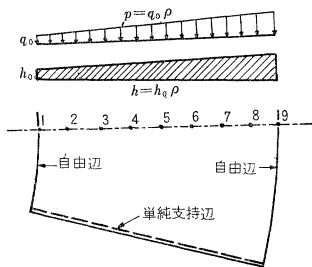
$$\begin{aligned}
 N_r \frac{d^4 w_s}{d r^4} + \left[\frac{2 N_r + N_r \nu_\theta - N_\theta \nu_r}{r} + 2 \frac{d N_r}{d r} \right] \frac{d^2 w_s}{d r^2} \\
 + \left[\frac{-\beta^2 (N_r \nu_\theta + N_\theta \nu_r + 2 C_2)}{r^2} - \frac{N_\theta}{r^2} + \frac{1}{r} \left(2(1 + \nu_\theta) \frac{d N_r}{d r} \right. \right. \\
 \left. \left. - \nu_r \frac{d N_\theta}{d r} \right) + \frac{d^2 N_r}{d r^2} \right] \frac{d^2 w_s}{d r^2} + \left[\frac{-\beta^2 (C_1 - 3 C_2 - 2 \nu_\theta N_r) + N_\theta}{r} \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{2\beta^2}{r^2} \left\{ \frac{dC_2}{dr} + \nu_0 \frac{dN_r}{dr} \right\} - \frac{1}{r^2} \frac{dN_\theta}{dr} + \frac{\nu_0}{r} \frac{d^2 N_r}{dr^2} \left] \frac{dw_s}{dr} \right. \\
& + \beta^2 \left[\frac{C_1 - 3C_2 - 2N_r \nu_0 - 2N_\theta}{r^4} + \frac{1}{r^3} \left\{ 2 \frac{dC_2}{dr} + 2 \nu_0 \frac{dN_r}{dr} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{dN_\theta}{dr} \right\} - \frac{\nu_0}{r^2} \frac{d^2 N_r}{dr^2} + \frac{\beta^2 N_\theta}{r^4} \right] w_s = S \{ p(r, \theta) \} + \frac{1}{r^2} [N_r \nu_0 \\
& + N_\theta \nu_0 + 2C_2] \beta [(-1)^n w''(r, \alpha) - w''(r, 0)] \\
& + \beta \left\{ \frac{1}{r^3} (C_1 - 3C_2 - 2N_r \nu_0) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{dC_2}{dr} + \nu_0 \frac{dN_r}{dr} \right) \right\} \\
& \times [(-1)^n w'(r, \alpha) - w'(r, 0)] + \frac{\beta}{r^4} \left\{ 2N_r \nu_0 + 2N_\theta - C_1 \right. \\
& \left. + 3C_2 \right\} - \frac{1}{r^4} \left(2 \frac{dC_2}{dr} + 2\nu_0 \frac{dN_r}{dr} + \frac{dN_\theta}{dr} \right) + \frac{\nu_0}{r^2} \frac{d^2 N_r}{dr^2} \left. \right\} \\
& \times [(-1)^n w(r, \alpha) - w(r, 0)] + \frac{N_\theta}{r^2} \left\{ \beta [(-1)^n \left(\frac{M_\theta}{N_\theta} \right)_{\theta=\alpha} \right. \\
& \left. + \frac{1}{r} w'(\nu, \alpha) + \nu_r w''(r, \alpha) \right] - \left(\frac{M_\theta}{N_\theta} \right)_{\theta=0} + \frac{1}{r} w'(r, 0) \right. \\
& \left. + \nu_r w''(r, 0) \right\} + \frac{\beta^2}{r^2} [(-1)^n w(r, \alpha) - w(r, 0)] \dots \dots (2)
\end{aligned}$$

上式中 $S\{p(r, \theta)\}$ は荷重 $p(r, \theta)$ の θ に関する有限 Fourier Sine 変換を表わす。式(2)の右辺の第2項以下には中心角 α の扇形平板の $\theta=0$, および $\theta=\alpha$ の二直線辺における境界値が入っており境界条件を直接入れることができる。この方程式は w_s に関する4階線形微分方程式であり4個の未定係数は二円弧辺の境界条件により決定される。 w_s が求まるとたわみ $w(r, \theta)$ は w_s の逆変換公式

$$w(r, \theta) = \frac{2}{\alpha} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} w_s \cdot \sin \frac{n\pi}{\alpha} \theta \dots \dots (3)$$

図-1(a) α_1, β_1 および γ_1 の値



より得ることができ、したがってそのほかの断面力、反力なども求まることになる。なお境界条件は等厚扇形平板のそれと全く同じ表現になる。

放射方向の二直線辺が単純支持されているときは式(2)の右辺、第2項以下は消失し第1項のみが残る。板厚の変化を表わす式が連続関数の場合を取り扱うので、等厚板のときのように $M_{r,0} = M_{r,\alpha} = -(1 - \sqrt{\nu_r \nu_\theta}) \sqrt{N_r N_\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)$ とし、 $\frac{N_\theta}{N_r} = c^2$ とおくと式(2)は

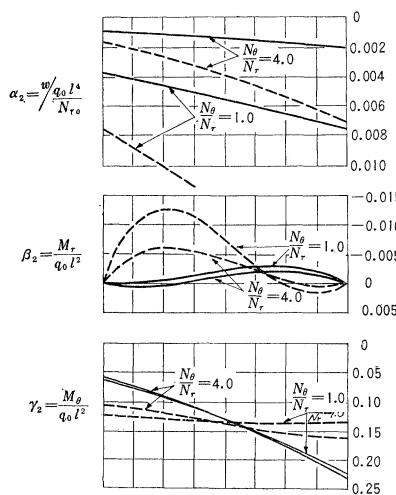
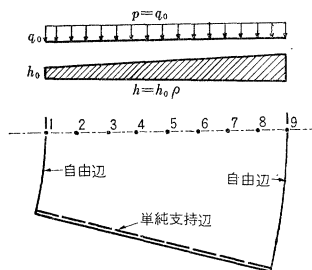
$$\begin{aligned}
& N_r \frac{d^4 w_s}{dr^4} + 2 \left[\frac{N_r}{r} + \frac{dN_r}{dr} \right] \frac{d^2 w_s}{dr^2} + \left[\frac{-(2c\beta^2 + c^2)}{r^2} N_r \right. \\
& \left. + \frac{(2 + c^2 \nu_r)}{r} \frac{dN_r}{dr} + \frac{d^2 N_r}{dr^2} \right] \frac{d^2 w_s}{dr^2} + \left[\frac{(2c\beta^2 + c^2)}{r^3} N_r \right. \\
& \left. - \frac{(2c\beta^2 + c^2)}{r^2} \frac{dN_r}{dr} + \frac{C_2 \nu_r}{r} \frac{d^2 N_r}{dr^2} \right] \frac{d w_s}{dr} \\
& + \beta^2 \left[\frac{(-2c^2 - 2c + c^2 \beta^2)}{r^4} N_r + \frac{(2c + c^2) \nu_r}{r^3} \frac{dN_r}{dr} \right. \\
& \left. - \frac{c^2 \nu_r}{r} \frac{d^2 N_r}{dr^2} \right] w_s = S \{ p(r, \theta) \} \dots \dots (4)
\end{aligned}$$

となる。

本文には具体的な例として板厚が $h = h_0 \rho^m$ に変化するとき、 $h = h_0 \rho$ の場合について述べてあり荷重状態としては $p = q_0 \rho$ なる梯形状の分布荷重の場合と $p = q_0$ なる等分布満載荷重の場合を考えた(便宜上変数 r の代わりに $\rho = \frac{r}{b}$ を導入した。 b は内側円弧辺までの距離)。いずれの場合も式(3)からおのおのについて微分方程式をつくるとその解は w_p を特解とすると

$$\begin{aligned}
w(r, \theta) = & \frac{2}{\alpha} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \rho^{4n} [C_1 \cos(B_1 \ln \rho) + C_2 \sin(B_1 \ln \rho)] \\
& + \rho^{4n} [C_3 \cos(B_2 \ln \rho) + C_4 \sin(B_2 \ln \rho)] + w_p \sin \frac{n\pi}{\alpha} \theta \\
& \dots \dots (5)
\end{aligned}$$

図-1(b) α_2, β_2 および γ_2 の値



の形で得られる。特解は $p = q_0 \rho$ のときは $S\{p(r, \theta)\} = S\{q_0 \rho\} = \frac{q_0}{\beta} [1 - (-1)^n] \rho$ となることを考慮すると $w_p = \frac{2q_0 b^4 \rho^2}{N_{r,0} \cdot \beta \cdot G_I}$ となる。

また $p = q_0$ のときは同様に $w_p = \frac{2q_0 b^4 \rho}{N_{r,0} \cdot \beta \cdot G_{II}}$ となる。

数値計算例として $h = h_0 \rho$ の場合について荷重が $p = q_0 \rho$ のときと $p = q_0$ の2つについてたわみ w , および曲げモーメント M_r , および M_θ を求めた。また2つの荷重状態のおのおのについて剛度比 $\frac{N_\theta}{N_r} = c^2 = 1.0$ の場合と $\frac{N_\theta}{N_r} = 2.0$ の場合を求めその影響を知ることができた。なお中心角は $\pi/6$ 辺比 $l/d = 1.0$ とした。その結果を図示したのが図-1である。図の中で点線で示してあるのは等厚板の w, M_r, M_θ の値である。

変厚板の基本式の表現からわかるように厚さ h が r の関数になり、したがって板剛度 N_r が r の関数として表わされることになり、本論文で扱った基礎式は単に厚さ変化する平板に限らず板剛

度そのものが r の関数であるような平板構造に対しても当然拡張して適用することができる。(1962.4.19.受付)

【筆者：正員 工修 北海道大学助教授 工学部土木工学科】

成層流体中への forced plume の噴出

日 野 幹 雄

1. 本論文は、静止して下方が直線的に密度の大きくなっていく流体の中に、垂直方向に別の流体を噴出した場合の上昇の限界を取り扱っている。実際問題としては、下水を導管で海底を導き沖で噴出させる場合の拡散の問題や冬期のスモッグ発生期の煙の拡散の場合に相当する。たとえば、スモッグ発生期には大気下層は気温の逆転層となることが多く、この層内の大気はきわめて安定で風による煙の拡散は少なく大気は極度に汚染される。これに対する対策の一つとして、煙が逆転層をつき破って大気攪乱の強い上層まで達するようにする方法が考えられる。

一様な密度勾配のない静止流体の中にそれと同一密度の流体を噴出させる場合は Jet と呼ばれる。噴出流体の密度と静止流体のそれが異なっても、重力の作用を考えなくて良い場合もやはり Jet と称される。これに反して重力の影響を考えなければならぬ場合を、特に plume と名づけて区別している。噴出点で噴出流体が momentum をもつ場合を forced plume といい、噴出点からの流体が浮力の作用のみで上昇運動を始める場合を pure plume と呼んでいる。

Jet の問題は、Tollmien (ZAMM 4, 1926) に始まり、理論実験の多くの研究がある。重力の作用をうける場合の理論は Schmidt (ZAMM 21, 1941) が最初である。その後 Yih (U. S. C. App. Mech., 1951; AGU 33, 1952), Rouse et al (Tellus 4, 1954) らの研究があるが、いずれも Prandtl の混合距離理論と密度分布や流速分布の相似性の仮定にもとづいて、流速分布・密度分布の関数形を求めようとする Jet と同一の解法によるものであった。しかし、重力の作用のある場合、ことに静止流体が密度勾配をもつ場合には、もはや噴出点付近を除いては、この理論は適用しえない。というのは、Jet と同じような理論的取り扱いでは、噴出流体は直線的に拡がり無限遠まで上昇することになってしまう。Plume の理論は、Morton, Taylor, Turner (Proc. Roy. Soc. A. 238, 1956) が最初であり、Morton はその後 (J.E.M. 5, 1959) さらに巧みな解法を見出した。彼らの方法によれば、噴出流体は、ある上昇限界をもつことが導かれる (Priestly and Ball の方が彼らよりやや発表が早かったが、解法に多少の難点がある)。

本論文は、Morton の方法をさらに押し進めて、噴出流体が Mass, Momentum, Buoyancy flux をもつ場合の理論を導き、その上昇限界について数値計算を行ない、結果を図に示したものである。

2. Plume の噴出方向を X とし、これに垂直な断面内の Mass flux を $W(\sim b^2 U, b = \text{plume の巾}, U = \text{流速})$, Momentum flux を $\rho V^2(\sim \rho b^2 U^2)$, Buoyancy flux を $F(\sim c \rho_e - \rho) / \rho_0 \cdot b^2 U$, ρ_0 はある基準点の密度, ρ_e は静止流体の密度, $\rho = \text{plume の密度}$, 静止流体の密度勾配を $-G(\sim \frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_e}{dx})$ とし、さらに plume は流速に比例する割合 (α) で周囲の流体を混入する (Ricou and Spalding J.F.M. 11, 1961) とする。なお、断面内の流速分布、密度分布は top-hat 型を仮定している。Gaussian 型を仮定することは、この場合現象の性質上妥当で

はないし、分布関数型は本質的に重要ではないからである。また plume 巾は流速に対して b , 密度に対して λb で λ は実験的に定まる定数である。

運動方程式には、流量・運動量・質量の各保存則を用いる。一般に excess buoyancy flux と $-G$ は、任意に変更できないから、次の変換

$$\left. \begin{aligned} F &= |F_0| f, \quad V = 2^{1/4} \lambda^{1/2} |F_0|^{1/2} G^{-1/4} v \\ W &= 2^{5/8} \alpha^{1/2} \lambda^{1/4} |F_0|^{3/4} G^{-5/8} w, \\ X &= 2^{-5/8} \alpha^{-1/2} \lambda^{-1/4} |F_0|^{1/4} G^{-7/8} x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

を行なえば、基礎方程式は、次の無次元形 (2) で表わされる。

$$\frac{dw}{dx} = v, \quad \frac{dv}{dx} = f w, \quad \frac{df}{dx} = -w \dots\dots\dots(2)$$

この式を解くにあたって、初期条件から作られる次の2つの無次元パラメーターを導入する。

$$\nu = \frac{1}{1 + \frac{\lambda^2 F_0}{G V_0^4}}, \quad \tau = \frac{1}{1 + 2 \alpha \lambda^{1/2} |F_0|^{3/2} G^{-5/4} W_0^{-1}} \dots\dots(3)$$

ここに、 ν は plume の噴出速度、 τ は噴出量に関するパラメーターである。

式 (2) は

$$t = 2(1-\nu)v^4 \dots\dots\dots(4)$$

を新しく変数として次のように解ける。

a) $F_0 > 0$ の場合 t は ν から 1 まで増加し、また 1 から次に 0 まで減少する。

($\nu \leq t \leq 1$)

$$f = (1-\nu)^{-1/2} (1-t)^{1/2} \dots\dots\dots(5 a)$$

$$w^2 = w_0^2 + 2^{-1/4} (1-\nu)^{-3/4} \int_{\nu}^t t^{1/4} (1-t)^{-1/2} dt \dots\dots(5 b)$$

$$x = 2^{-7/8} (1-\nu)^{1/8} \int_{\nu}^t \left\{ \sqrt{1-t} \sqrt{\tau(1-\tau)^{-1} (1-\nu)^{3/4} + \int_{\nu}^t t^{1/4} (1-t)^{-1/2} dt} \right\}^{-1} dt \dots\dots(5 c)$$

($1 \geq t > 0$)

$$f = -(1-\nu)^{-1/2} (1-t)^{1/2} \dots\dots\dots(6 a)$$

$$w = 2^{-1/4} (1-\nu)^{-3/4} \left[\tau(1-\tau)^{-1} (1-\nu)^{3/4} + \int_{\nu}^1 t^{1/4} (1-t)^{-1/2} dt + \int_t^1 t^{1/4} (1-t)^{-1/2} dt \right] \dots\dots(6 b)$$

$$x = 2^{-7/8} (1-\nu)^{1/8} \left[\int_{\nu}^1 \left\{ \sqrt{1-t} \sqrt{\tau(1-\tau)^{-1} (1-\nu)^{3/4} + \int_{\nu}^t t^{1/4} (1-t)^{-1/2} dt} \right\}^{-1} dt + \int_t^1 \left\{ \sqrt{1-t} \sqrt{\tau(1-\tau)^{-1} (1-\nu)^{3/4} + \int_{\nu}^1 t^{1/4} (1-t)^{-1/2} dt} \right\}^{-1} dt \right] \dots\dots(6 c)$$

b) $F_0 < 0$ の場合には t は ν から 0 へと減少する。 x のみについて解を記せば、次のようである。

$$x = 2^{-7/8} (1-\nu)^{1/8} \left[\int_t^{\nu} \left\{ \sqrt{1-t} \sqrt{\tau(1-\tau)^{-1} (1-\nu)^{3/4} + \int_t^{\nu} t^{1/4} (1-t)^{-1/2} dt} \right\}^{-1} dt \right] \dots\dots\dots(7)$$

実際の plume は、 $F = \mu' F_0$, $V = \gamma' V_0$ の強さの仮想的点源から噴出すると考えられるので、このような点源の強さと実際の plume の関係を求めた。

また、次のような無次元変換

$$\left. \begin{aligned} F &= 2^{-5/6} \alpha^{-2/3} \lambda^{-1/3} W_0^{4/3} G^{5/6} \cdot f_* \\ V &= 2^{-1/6} \alpha^{-1/3} \lambda^{1/3} W_0^{1/3} G^{1/6} v_* \\ W &= W_0 v_* \\ X &= 2^{-5/6} \alpha^{-2/3} \lambda^{-1/3} W_0^{1/3} G^{-1/6} x_* \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

を行なえば、 $F_0 \geq 0$ と $F_0 \leq 0$ の場合を一括して論ずることができる。この際の ν, τ に相当するパラメーターは

$$\theta = \frac{2 v_{*0}^4}{1 + 2 v_{*0}^4}, \quad \varphi = \frac{f_{*0}}{1 + |f_{*0}|} \dots\dots\dots (9)$$

である。

3. Plume の上昇限界 \bar{x} は式 (6 c), (7) の右辺の最終項の積分の下限を $t=0$ として求めることができる。ただし、式 (6 c) (7) の形のままでは、積分の上限または下限で被積分関数が発散するので、場合場合に応じて式の変形を行なって数値計算の誤差を少なくするようにつとめた。

図-1, 2, 3 に示されるように、正の浮力の働く場合で噴出

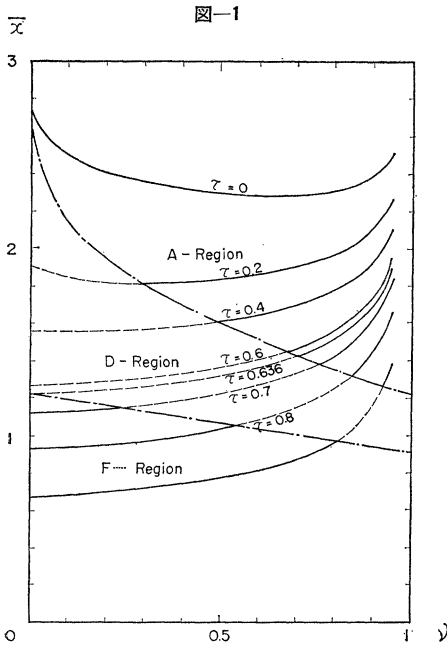


図-1

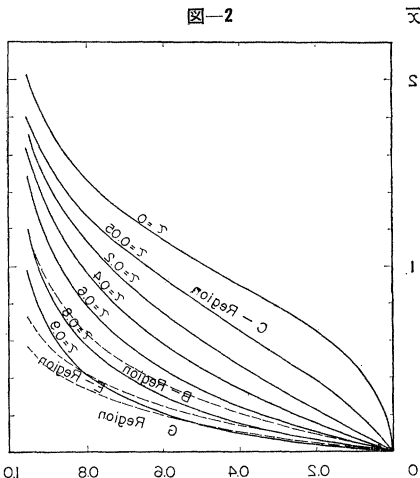


図-2

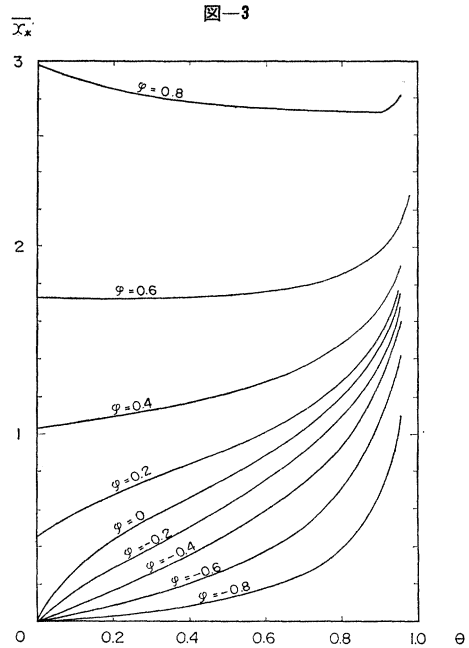


図-3

量の少ない Plume では、噴出速度を増加すれば、上昇限界が下降し、きわめて大きな噴出速度に達して再び \bar{x} が増加するという一見奇妙な結果が与えられた。これは、噴出速度の増加によって周囲の密度の大きい流体を混入し、その結果浮力の作用が相殺されるためと解釈される。Plume の温度の増加、すなわち密度の減少 (φ の増加) は、これに反して常に有効である。

(1962.4.7.受付)

【筆者：正員 東大工博 電力中央研究所】

精密スタジアの問題点について

米谷栄二・岡野兼夫

一般にターゲット スタジアの総合精度は 1/3 000 以上に達するにもかかわらず、その単観測精度がしばしば 1/500 以下に低下するため信頼性にとぼしいとみなされてきた。普通に用いられる内焦点式トランシットを用いて単観測中等精度 1/2 000 のターゲット スタジアを実現するために、未知の諸誤差を考究してつぎの 2 つが大きな原因であることを確かめた。

① 直射日光によって、トランシットの望遠鏡の鏡筒が気温より高温となる場合、夾長に大きな系統誤差が現われること。その原因は主として対物レンズの熱変形である。

② 晴曇などの照明条件の変化にともない、レンズ系の色収差と肉眼の性能に起因するスタジア定数の変動が起こること。

以上の 2 原因にもとづく誤差を軽減し精度を保持する手段として、理論的に誤差を小ならしめるフードと絞りの装着を提案した。その上で、いわゆる気差について配慮し、上記の 2 原因を考慮しつつスタジア定数を決定するならば、十分上記の精度を確保することができる。

望遠鏡の鏡筒が直線日光を受けて気温より高温となればいちじるしい夾長変化が起こるが、ここに提案したようにフードをつけ、レンズの口径を最大 30% まで絞ればほとんど夾長変化が見られなくなる。この変化が気差でないことは絞りとフード

に左右される事実より明白であり、直射熱による鏡筒の彎曲が起こるとしてもスタジアに關係しないから、その原因はレンズの熱変形に求めざるをえない。

鏡筒が熱せられた場合、鏡筒内部のレンズやレチクルガラス板は相互に熱の輻射をさえぎり、鏡筒内部の空気の循環による対流も小である。このように熱が外部へ出ること少なく、内部諸レンズは質量が小さいから、すぐ鏡筒温度になじみ各部均等に温度が上昇する。したがってレンズの焦点距離 f の変化は、屈折率 n の温度による変動とともに無視してよい。ただし第1レンズは直線日光を受けて温度が上部るとき、外気への熱移動が盛んなため周縁ほど高温で中心部ほど低温の不均一な温度分布となり、このために中心部にくらべて相対的に周縁の厚みが増し、屈折面が球面から回転だ円体面になり、 f の変化量が $f/1000$ 以上に達するため誤差の原因として問題になるのである。

要するに、いかなる望遠鏡についても、その直接外氣にふれる第1レンズの温度変形のみを考えればよいので、以下に述べるレンズの熱変形の式はどの形式の望遠鏡にも成立する。したがってフードと絞りの効用も一般的に認めることができる。なお、最近のヘヤはすべてガラス板または焦点鏡に刻まれ、レチクル板の温度変化によってスタジア線間隔の変わることによる誤差は、標尺の線膨張ならびに対物レンズの温度による屈折率の変化と相殺するから、考慮しなくてよい。

内焦式望遠鏡においては、周知のように、第1レンズの f の変化が合焦のための内焦レンズの移動で相殺されて有利であるが、第1レンズの熱変形による球面色収差の悪化を合焦で相殺することはできず、ターゲットのギャップにヘヤを合わせたとき、ヘヤの両側に出る錯乱光が青と赤のように対称物であり、一般に青光の錯乱が熱変形でいじがるしくなるという事情から、相当な温度誤差が現われる。この場合フードと絞りをを用いれば誤差の減る現象ははっきりと認められる。同時に合焦による f の変化の修正はおおむね過修正となるため逆符号の夾長誤差が交互に出るのも内焦式の特徴である。

第1レンズの直射日光に起因する変形を考察するため、レンズに対する熱の出入りが平衡している状態を想定して基礎的な算定式を導く。外焦式の対物レンズの中心厚は周縁厚 b より大きいが大差はないから、一応等厚みの円板の周縁温度が鏡筒温度 t_r に等しく、熱がレンズの中心に向って伝わり、中心温度が t_c となるものとする。ただし気温を t_a とする。

図-1 において、

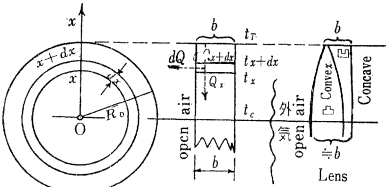


図-1

て、レンズ面を半径 x の同心円でぎって同心円上の温度を相等しいと仮定すると、温度分布は x のみの関数となり、同心円 x を通過する熱量 Q_x は次式で示される (負号は熱が x の減少方向へ流れることを意味する)。

$$Q_x = -A \lambda \frac{dy}{dx} = -(2\pi b \lambda) x \frac{dy}{dx}$$

ここに $y: t - t_a$, $\frac{dy}{dx}$: 温度勾配

$A: 2\pi x \cdot b =$ 受熱断面積, $\lambda:$ ガラスの熱伝導率

同様に半径 $(x+dx)$ の同心円を通過する熱量 Q_{x+dx} とこの間に dx の表面から外氣へ逃げる熱量 dQ を求めると、 $Q_x - Q_{x+dx} = dQ$ が成立することから、つぎの微分方程式をうる。

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \frac{\Gamma_0}{b \lambda} y = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに Γ_0 はレンズ面から外氣への熱伝導率である。式(1)を解いて、レンズ内の温度分布は

$$t = t_a + (t_r - t_a) \frac{J_0(ix \sqrt{\Gamma_0/b \lambda})}{J_0(i \sqrt{\Gamma_0 R_0^2/b \lambda})} \quad \dots\dots\dots(2)$$

と与えられる。ここに

$$J_0(ix \sqrt{\Gamma_0/b \lambda}) = 1 + \frac{x^2}{2^2(1!)^2} (\Gamma_0/b \lambda) + \frac{x^4}{2^4(2!)^2} (\Gamma_0/b \lambda)^2 + \dots$$

$$J_0(i \sqrt{\Gamma_0 R_0^2/b \lambda}) = 1 + \frac{1}{2^2(1!)^2} (\Gamma_0 R_0^2/b \lambda) + \frac{1}{2^4(2!)^2} (\Gamma_0 R_0^2/b \lambda)^2 + \dots$$

すなわち $(\Gamma_0 R_0^2/b \lambda) \leq 2$ の範囲において

$$t \approx t_a + (t_r - t_a) \frac{1 + \frac{1}{4} (\Gamma_0 x^2/b \lambda)}{1 + \frac{1}{4} (\Gamma_0 R_0^2/b \lambda)} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$t_c \approx t_a + (t_r - t_a) \left\{ 1 - \frac{1}{6} (\Gamma_0 R_0^2/b \lambda) \right\} \quad \dots\dots\dots(3')$$

式(3')の係数 $1/6$ は $1/4$ と書くべきであるが、近似誤差を補正するため修正した。

$$\therefore (t_r - t_c) \approx \frac{\Gamma_0 R_0^2}{6b \lambda} (t_r - t_a) \quad \dots\dots\dots(4)$$

式(3), (4)の示す熱変形面は、レンズ面中心の曲率半径が原球面に等しく、周縁に向って曲率半径が増加する曲面である。実際にはレンズの裏面から輻射と対流によって多少の伝熱が行なわれ、その量は中心部ほど大であるから、レンズの中心から $x=0.3R_0$ くらいまで恒温に近づく傾きがある。

以上のことから第1レンズの $0.7R_0$ における焦点距離の増加 Δf は

$$\Delta f \approx (3 f^2 \alpha / k \lambda) \{ \Gamma_0 (t_r - t_a) + \Omega_0 \} \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに α はガラスの線膨張係数, k は定数 (10~15), Ω_0 は大氣を透過してレンズ面から失なわれる熱量である。

Δf の結果として収差錯乱円の半径が増加する量 $\Delta \sigma$ は

$$\Delta \sigma \approx \Delta f (0.7 B) / 4 f = \frac{B f \alpha}{2 k \lambda} \{ \Gamma_0 (t_r - t_a) + \Omega_0 \} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに B は口径 ($=2R_0$)

$\Delta \sigma$ が対物レンズの中心に張る角 ε は

$$\varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{f} = \frac{B \alpha}{2 k \lambda} \{ \Gamma_0 (t_r - t_a) + \Omega_0 \} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ギャップ式ターゲットの場合はこの ε だけ、また黑白目盛の境界線にヘヤを合わせるときは 2ε まで目盛が外輪方向へ移動するから、夾長は線間隔の物界視角 ($1/100 \text{ rad.}$) に比し ε ないし 2ε 減少することになる。

外焦式望遠鏡でギャップ式ターゲットを用いたとき直射日光による変化夾長 l_2 は次式で表わされる。

$$l_2 = l(1 - 100\varepsilon), \dots\dots\dots(8)$$

l : 正夾長

この式(8)に式(7)を入れればわかるように、絞りで B を小さくし、フードで Γ_0, Ω_0 を小にすれば l_2 は正夾長 l に近づく。

内焦式の場合は

$$l_2 \approx l \left(1 - \frac{\Delta x}{f_1} + \frac{\Delta d}{f_2 + A_0 - d_\infty} \right) \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここに Δx は第1レンズの焦点距離 f_1 の温度による増加, Δd は Δx に応ずる内焦レンズの後退量, f_2 は内焦レンズの焦点距離, A_0 は第1レンズ後主点とスタジア線の距離, d_∞ は無限遠に合焦したときの第1レンズと内焦レンズの間隔である。

式(9)からわかるように、内焦式における夾長の温度による変化は正負が交互に現われ、その変動はフードを用いない場合 $1/1000 \cdot l$ 以内であり、絞りとフードを用いれば f_1 の変動が少

なくなつてこの変域も消滅する。すなわち 絞りとフードの効用は外焦式以上に顕著であつて、第1レンズの熱変形がある限度以下ならば合焦の際、自動的に補正されることが多い。

4枚レンズの正立接眼レンズを有する測量望遠鏡の対物レンズは、接眼レンズの収差を消すために色収差の過剰補正を行なつてゐるので、一般に青色光は赤色光よりも長い焦点距離を有する。ゆゑに標尺の照明に青味が多く、眼がこの青味がかった光で夾長を読めば、あたかも対物レンズの焦点距離が伸びたのと同じ結果になり、一定間隔のへやに対して標尺像は大きく感じられるから夾長はそれだけ減少する。へやも接眼レンズを通して眼に写像されるため照明光の質の変動でその間隔が変化して見え、この現象が精密スタジアに支障をおよぼすものである。しかし、これらは鏡筒内に散光が入らないように長いフードをつければ大いに緩和され、絞ればさらに有効である。

スタジア定数の決定にあたり、従来から行なわれているよう

に、長時間にわたり多数の夾長をとつて最小自乗法を適用すると、温度、照明および気差の3原因が資料夾長の均一性を大いに乱してしまうので好ましくない。むしろつゝの既知距離 E_1, E_2 について手早く夾長を読みとり、

$$E_1 = K_0 l_1 + C_0, E_2 = K_0 l_2 + C_0$$

を解いて K_0, C_0 を決定する作業を、各種の天候および諸条件について各個人が行なつておいて、測量にあつて最も条件の似かよつた係数値を選んで用いるのがよい。このようにすれば、合焦個人誤差をはじめ各種の系統誤差が自然に補正され、適当なフードと絞りを常用すれば、内焦式のターゲット スタジアで単観測中等精度 1/2000~1/3000 を確保することは決して困難でない。(1961.8.25.受付)

〔筆者：米谷 正員 工博 京都大学教授〕
〔岡野 正員 神戸大学講師〕

正 誤 表

本誌 47 卷 9 号に次のような誤りがあつたので次のとおり訂正致します。

ページ	行	誤	正
前付	1	来る 36 年	来る 39 年
20	左・17	加設完了	架設完了
"	左・18	1700 m ² /sec	1700 m ³ /sec
85	左・22	不安となる	不要となる

軽量形鋼の正しい使い方と設計・施工のよりどころを斯界権威者が詳細に解説した!

軽量形鋼建築便覧

増刷発売中!

八幡製鉄株式会社・八幡エコンスチール株式会社
軽量形鋼建築便覧編集委員会編

編集委員長 東大教授 工博 仲 威 雄

本書は、学説を掲げたり、理論の展開とか、文献の考証とかは一切避けて、執筆者が自らの設計・実験・経験上から引き出した結論・結果だけを示し、現場に直ぐ役立つよう設計例を豊富に入れた一大便覧である。

A 5判・上製函入・730頁・折込設計図例47枚、色刷6枚 定価 2,000円・千100

多層 ラーメンの数値計算法

G. KANI 著 奥村・佐々木共訳 B 6判200頁 定価350円

階層ラーメンにおいて節点の変位しないと仮定できないような場合がよくある。本書は種々な不合理のを除くために役立つ計算方法を研究しその研究結果を詳述した好書

土質調査および土質試験

波 辺 隆 著 B 6判300頁 定価450円

土質調査の意義、ボーリングの具体的な説明、応用方法、各種の試験に対して図版を多数挿入して、懇切丁寧な解説をほどこした学生、現場実務家など技術者の必携書。

内容説明書は誌名ご記入の上お申込み下さい

東京都赤坂溜池5 振替東京10 電話(481) 8581 技 報 堂