

# 論文紹介

6月号で今月紹介する論文は4編の旨お知らせ致しましたが、後藤・西頭共著：“弾性質量基礎上にある橋脚の振動解析とその模型実験的考察”を追加し、第83号(37年7月発行)には次に紹介する5編を登載します。なお8月号で紹介する第84号(8月発行)登載予定論文は、下記の6編です。

荒井利一郎：節付き(仕切り円板付き)円筒体の応力・変形・振動性状に関する力学およびその弾性領域内柱体座屈の一計算法について

山崎 寛司：鉱物質微粉末がコンクリートのウォーカビリティーにおよぼす効果に関する基礎研究

丸安隆和・鈴木 稔・平沢彰彦：遠心力鉄筋コンクリート管の新しい製造方法に関する研究

永田 年：ダムコンクリートの品質管理について  
倉西 茂：連続吊橋についての研究

畠野 正：周期的圧縮荷重によるコンクリートの挙動

## 円孔を有する異方性平板の光弾性実験

丹羽義次・川本勝万

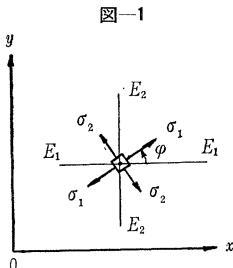
直交異方性平板の応力測定としては、林毅氏<sup>1)</sup>のポリエスチル樹脂とガラスクロスを組み合わせた透明な異方性材料を用いた光弾性実験法や、林卓夫氏<sup>2)</sup>の少數の基本異方性板に対する実験結果を数学的に処理して任意の異方特性をもつ板の平面応力を求める方法などが発表されている。ここでは光弾性皮膜法の直交異方性板への適用について述べ、円孔を有する異方性板について光弾性実験を行なった結果について述べる。光弾性皮膜法は1930年にM. Mesnagerによって提案され、最近になって塑性領域での物体のひずみ状態を測定する目的で、多くの研究者によって改良研究が行なわれているが、わが国でも河田幸三氏<sup>3)</sup>が実物光塑性実験法として詳細に紹介し、とくに光弾性皮膜材料としてepoxy-polysulfide系共重合体(通称epoxy rubber)の特性に関する研究結果を報告している。この方法は光弾性材料の塗料または薄板を下地材料の表面に接着し、そのまま下地材料のひずみの状態をそれに貼付した光弾性皮膜に移し、同時に下地材料の表面または貼付物の下面につけられた金属はくなどにおける反射によって光弾性縞をうる方法である。

### 1. 光弾性皮膜法の適用

光弾性皮膜に生ずる等色線縞

よりつぎのごとく下地材料の応力を求めることができる。一般に下地材料の一点に生ずる主応力の方向が図-1に示すごとく弾性主軸(x,y軸方向)と傾斜し、主応力 $\sigma_1$ の方向がx軸となす角を $\varphi$ とすると、主ひずみ $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ はつぎのように主応力 $(\sigma_1, \sigma_2)$ で与えられる。

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \left[ \frac{1}{E_x} \cos^4 \varphi + \frac{1}{E_y} \sin^4 \varphi - \left( \frac{2\nu_x}{E_x} - \frac{1}{G_{xy}} \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi \right) \sigma_1 \right] \\ &\quad + \left[ -\frac{\nu_x}{E_x} + \left( \frac{1}{E_x} + \frac{1}{E_y} + \left( \frac{2\nu_x}{E_x} - \frac{1}{G_{xy}} \right) \right) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi \right] \sigma_2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \epsilon_2 &= \left[ -\frac{\nu_x}{E_x} + \left( \frac{1}{E_x} + \frac{1}{E_y} + \left( \frac{2\nu_x}{E_x} - \frac{1}{G_{xy}} \right) \right) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi \right] \sigma_1 \\ &\quad + \left[ \frac{1}{E_x} \sin^4 \varphi + \frac{1}{E_y} \cos^4 \varphi - \left( \frac{2\nu_x}{E_x} - \frac{1}{G_{xy}} \right) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi \right] \sigma_2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $E_x, E_y$ は2つの主弾性係数で、 $E_1=E_x, E_2=E_y$ である。とくに自由境界においては $\sigma_1=0$ あるいは $\sigma_2=0$ であるから、いま $\sigma_2=0$ とすれば、下地材料の自由境界での主ひずみ差はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} (\epsilon_1 - \epsilon_2)_M &= \left[ \frac{1}{E_x} \left\{ \frac{1}{2} (1+2\nu_x) \cos^2 2\varphi + \frac{1}{2} \cos 2\varphi \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{E_y} \cdot \frac{(1-\cos 2\varphi) \cos 2\varphi}{2} + \frac{1}{G_{xy}} \cdot \frac{\sin^2 2\varphi}{2} \right] \sigma_{1M} \end{aligned} \quad (2)$$

一方皮膜の主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_2)_c$ はつぎのごとくあらわされる。

$$(\epsilon_1 - \epsilon_2)_c = \frac{1+\nu_c}{E_c} (\sigma_1 - \sigma_2)_c \quad (3)$$

皮膜と下地材料との接着が完全であり、皮膜の厚み $t$ が応力、ひずみの分布の傾斜に対して小さい場合には、皮膜のひずみ状態は完全に下地材料表面のそれに等しいと考えられるから、

$$(\epsilon_1 - \epsilon_2)_M = (\epsilon_1 - \epsilon_2)_c \quad (4)$$

なる式をうる。下地材料表面の反射によって皮膜を2度通過する偏光の示す光弾性縞の回数は、 $\alpha(\text{mm}/\text{kg})$ を光弾性感度とすると、

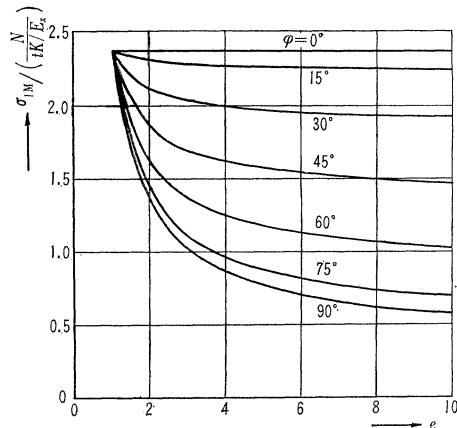
$$N = 2\alpha (\sigma_1 - \sigma_2)_c t \quad (5)$$

で与えられるから、(5)式を考慮して(4)式に(2), (3)式を代入すれば、自由境界における主応力 $\sigma_{1M}$ は次式のごとく縞の回数より求められる。ただしこの場合近似的に $1/G_{xy} = 1/E_x + 1/E_y + 2\nu_x/E_x$ なる関係を用いている。また $K = \alpha E_c / (1+\nu_c)$ とおく。

$$\begin{aligned} \sigma_{1M} &= \frac{N \cdot E_x}{tK} \left[ \left\{ (1+2\nu_x) \cos^2 2\varphi + \cos 2\varphi \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{e} (1-\cos 2\varphi) \cos 2\varphi + \left( 1 + \frac{1}{e} + 2\nu_x \right) \sin^2 2\varphi \right] \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $e$ は主弾性係数比で、 $e = E_x/E_1 = E_y/E_x$ であり、 $K$ は使用する皮膜によって定まる常数である。いま $\nu_x = 0.18$ (実験に用いた異方性板に対するもの)なる値を用いて(6)式右辺の[]内を計算し、図示すれば図-2のようになる。実験において測定された縞の回数より自由境界における応力を算定するには(6)式あるいは図-2を用いればよい。

図-2



## 2. 直交異方性材料および皮膜材料

直交異方性材料は、型わく内に金属線（鋼あるいは真ちゅう）を一方向に規則正しく入れ、その中にエポキシ樹脂を注入成型してつくられた。この異方性材料の種々の試験片により弾性係数およびボアソン比の測定を行なったが、全断面に対する金属線の占める割合が大きくなり限り、合成材と考えて計算した値とよく一致することがわかった。従ってその後異方性材料を注

型するときには、一応合成材としての計算によって金属線の直径および数量を決めた。

光弾性皮膜としては epoxy rubber の共重合比が重量比で、epoxy prepolymer (Araldyte Type D) : 100, polysulfide : 50, diethylene triamine : 8 のもので、厚みが 2 mm のものを用いた。しかし polysulfide の性質が安定しないこと、および epoxy rubber の特性が温度によって変化しやすいことなどのために、係数  $K$  に誤差の入る恐れが大きく、各試験片のそれぞれ

について実際の測定時と同じ条件のもとで弾性係数および光弾性感度を測定することが必要であった。この場合の実験に用いた皮膜の特性は、 $E_c = 5500 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 1.90 \text{ mm/kg}$ ,  $\nu_c = 0.40$  であった。

## 3. 実験方法および実験結果の考察

成型された異方性材料より正方形板 ( $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ ) を切り出し、その表面にアルミはくおよび皮膜をエポキシ樹脂で接着し、接着が十分に完了した後その中心に  $12 \text{ mm}\phi$  の円孔がうがたれた。異方性板は  $e=2, 4$  のものに対して、それぞれ金属線

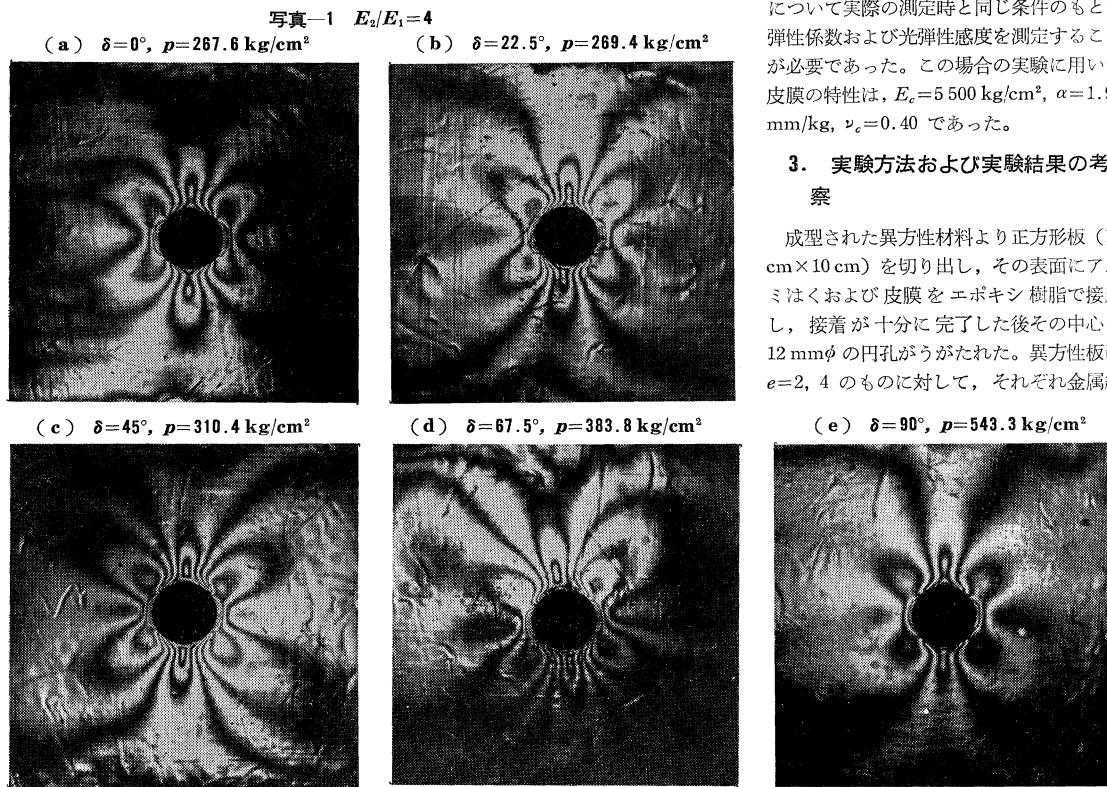


図-3  $e=E_2/E_1=4.0$ ,  $tK=149.2$

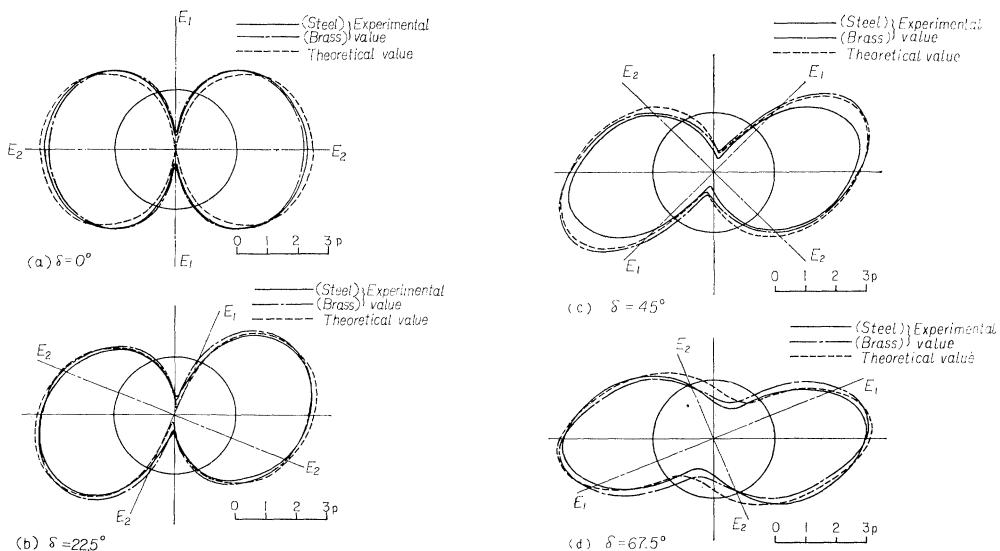
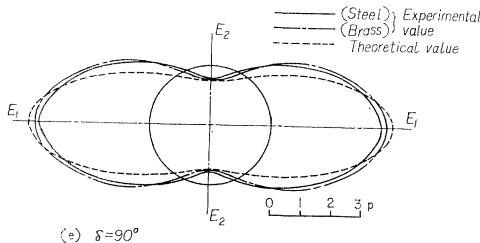


図-3



の方向 ( $E_2$  の方向) が荷重線 (水平方向) に対して  $\delta=0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ$  傾斜したものが作られた。それらの板は島津式 30 ton アムスラー型万能試験機によって等分布荷重がかけられ、反射式光弾性装置により円孔周辺の等色線図が撮影された。等色線図写真の一例 ( $E_2/E_1=4$  の場合) を示すと写真一(a)～(e) のようである。これらの縞次数より円孔周辺の応力分布を求める  $\delta=90^\circ$  のようである。なおこの場合  $E_1=4.2 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2, tK=149.2$  であって、比較のために Lechnizki<sup>4)</sup> の理論式より計算した結果も同時に示されている。これらの図より実験値と計算値とを比較すれば、それぞれの場合の応力分布の傾向、従って直交異方性板の異方特性が円孔周辺応力状況におよぼす影響がかなりよく類似することがわかり、この実験方法が今後任意形状の孔を有する異方性板の応力解析に有効に利用されるものと考えられる。

#### 参考文献

- 1) 林毅: 直交異方性材料の光弾性試験法と二、三の試験結果について、第3回材料試験連合講演会前刷、昭34-9 59ページ
- 2) 林卓夫: 等価異方性板を用いる平面応力の実験、日本機械学会論文集(第1部)、26-170、1320ページ
- 3) 河田幸三: 光塑性実験法、機械学会第118回講習会教材、昭34-5
- 4) Sonntag, G.: Einfluß der Anisotropie auf die Beanspruchung des Gebirges in der Umgebung von Stollen, Der Bauingenieur 33, Heft 8, s. 288, 1958

[筆者: 丹羽・正員 工博 京都大学教授]  
[川本・正員 熊本大学教授]

### 地下埋設暗きよに関する予備的室内実験

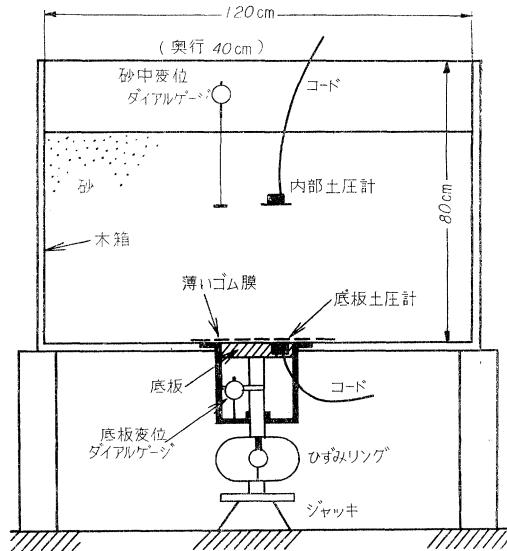
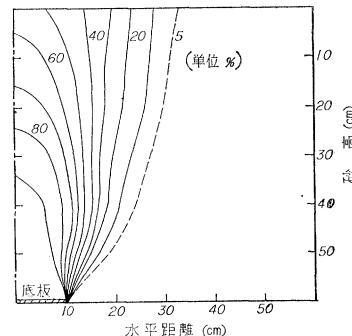
#### 湯浅欽史

従来の暗きよ土圧に関する理論を集約し、M.G. Spangler は実用上重要な式を提案した (Trans. ASCE Vol. 113)。この式は実用化されているが、まだ暗きよについて解決されねばならない問題が多い。そのうち重要なものをあげると、1) 鉛直せん断面の間にある土の応力状態、2) 等沈下面の存在、3) 沈下比の決定、4) 横土圧係数、などである。本研究においては、単純化した条件下で現象をとらえることにより、暗きよの問題で何が最も注目されるべき点なのかを明らかにしようと試みた。砂中の鉛直圧力と鉛直変位を測定し、それらの二次元的分布を考察した。

#### 1. 実験の概要

内にり  $120 \times 80 \times 40 \text{ cm}$  の木箱に、粒径約  $1 \text{ mm}$  の気乾状態の相馬砂をつめる。箱の底中央部に、上下に動きうる巾  $20 \text{ cm}$  の底板を装置してある。この可動底板は、底板全圧力 ( $P_0$ ) 測定用ひずみリングを介してジャッキに支えられている。底板圧力 ( $p_0$ ) を測定するため 9 個の土圧計が底板にはめ込まれている。砂

図-1 第2部実験装置全体図

図-2  $\partial A / \partial A_0$  等高線図,  $A_0 = 12 \text{ mm}$ 

中には、土圧計とセルロイド製沈下板が鉛直圧力 ( $p$ ) と鉛直変位 ( $A$ ) を測るために、砂中のある深さに埋設されている。砂の密度はゆるづめ (単位体積重量 =  $1.56 \text{ t/m}^3$ ) と、かたづめ (同 1.74) の 2 種類で、前者では砂ができるだけそっとまき出し、後者ではコンクリート打設用バイブレーターで締固めた。砂の全高は、ゆるづめ、かたづめとも  $20, 40, 60 \text{ cm}$  の 3 種類である。

砂中にあらざる各 6 個の土圧計と沈下板は、同一水平面内で各  $10 \text{ cm}$  間隔におかれている。測定を行なった各水平面は深さ方向に  $10 \text{ cm}$  の間隔にある。底板変位 ( $A_0$ ) の値に対応する  $P_0, p_0, p$ ,  $A$  の値が測定され、底板はジャッキにより上下に動かされる。底板がある高さまで押し上げられ、統いて最初の位置まで下げてもどされたとき、一組の測定が完了する。砂を入れ換え計器を埋設し直した数組の測定によって、全平面内の砂の状態を知ることができる。底板押し上げ量の最大値は、ゆるづめの場合は全砂高の  $1/50$ 、かたづめの場合は  $1/100$  である。

#### 2. 実験の結果

##### (1) 砂中の変形

底板の動きによって砂中に生ずる変位の特性を知るには  $\partial A / \partial A_0$  の等高線図の方が  $A$  自身より好都合である。この等高線図は一般に底板上で球根状をなしており、底板が押し上げられるとき上方に拡がっていく。底板が下方にもどるときには、一度直線

状に拡がった等価線は底板付近に向って縮む。ゆるづめ砂では、底板が 5 mm 程度下方にもどる間は、中央砂柱の鉛直変位は底板の動きより大きい。かたづめ砂では、底板のもどりが 5 mm 程度まではゆるづめ砂の場合と類似性があるが、それ以後は大きな違いがある。すなわち、底板のすぐ付近の砂のみがかなりの変位を示す。このことは、底板の下方への動きが砂の上方部分に伝播しにくいことを示している。砂密度の影響は次のようなものである。かたづめ砂はゆるづめ砂より大きな上方への動きを示し、小さな下方への動きを示す。かたづめ砂では底板の上方への動きはゆるづめ砂より敏感に(急速に)砂中を伝わる。このことを定量的に考察するには、砂中に生じるみかけの変位を、塑性流動による変位と体積変化による変位に分け、できれば横方向の変位も測定せねばならないであろう。

鉛直せん断面の存在を仮定するのは実用上からみればそれほど現実とかけはなれていないとはいえないが、等沈下面については、実験結果からみるとその存在は疑がわしい。

### (2) 底板上の圧力

底板上の圧力分布は一様ではなく、底板の縁での圧力は中央の圧力より大きい。底板にある 9 個の土圧計よりえた値から計算した底板全圧力は、ひずみリングによる底板全圧力の 35~45 % である。ひずみリングによる底板全圧力は、中央砂柱の圧力分布から推定した値に近い。

底板全圧力( $P_0$ )と砂の全高( $H_0$ )はほぼ直線関係にあるが、他方、中央の砂中圧力分布( $p \sim H$ )は Spangler の式と同じく指数的である。

底板が最大押し上げ量に達したのち下方にもどり始めるときに生ずる底板全圧力の急激な減少を説明するために、一つの力学モデルを提出した。「等沈下面」の概念を若干修正してこのモデルで用いた。このモデルでは、砂を 2 つの部分、すなわち projecting condition と ditch condition に分けるある仮想平面が砂中に存在することを仮定している。底板圧力の測定値から、この仮想平面は底板の速度に比例的のある速度(ほぼ 250 倍)で砂中を伝わっていくことが結論される。

### (3) 砂中の圧力分布

砂中の鉛直圧力の測定から、Spangler の式にある横土圧係数は projecting と ditch condition の両者について 0.5 ないし 0.9 であることがわかった。それゆえ、土圧の鉛直分布を与えるランキンの係数  $K_a$  または  $K_p$  を使用することは正当でない。せん断面にそった摩擦応力が  $A_0$  とともに除々に増加するという仮定は、等沈下面が  $A_0$  とともに上方に動くという仮定より合理的である。

$\partial p / \partial A_0$  の等価線図は 3 つの主要部からなっていて、一つは底板上の長方形部分をおおい、ほかの 2 つは長方形部の両側にある三角形状部分である。前者では  $\partial p / \partial A_0$  の値は (+)，後者では (-) である。かたづめ砂での (+) 領域は側方にややふくらんでいるが、ゆるづめ砂ではふくらみはみられない。 $\partial p / \partial A_0$  の最小値をもつ (-) 部の核は、かたづめ砂では箱の底から約 15 cm のところにあるが、ゆるづめ砂では底の直上に生じる。

【筆者：学生員 東京大学大学院】

## 弾性質量基礎上にある橋脚の振動解析とその模型実験的考察

後藤尚男・西頭常彦

本文は著者の 1人が先に土の振動質量を考慮に入れて構造物の振動解析を行なった結果<sup>1)</sup>を、橋脚の場合に適用して、同様

な理論的取り扱いを進展させるとともに、理論の基礎とした等価的な土の柱状体の仮定が妥当であるかどうかを、模型実験によって確認しようとしたものである。

### 1. 橋脚の水平方向連成振動の解析

橋脚の上下振動、水平並進振動、純動揺振動など各 1 自由度振動については、それぞれ深さ  $d_v = E/K_v$  ( $E$ : 土のヤング率,  $K_v$ : 地盤係数) なる土の柱状体すなわち Soil prism で支持されていると仮定することによって、前論文<sup>\*</sup> の 2. による結果をほとんどのまま適用できる。つぎに水平方向の並進  $y$  と動揺  $\varphi$  による連成振動を考えるに、まず硬直上土の振動質量を考慮しない場合を対象とすると、このときは 図-1(b) における運動エネルギーと位置のエネルギーを書いて、これらを Lagrange の運動方程式に代入整理してつぎの結果をうる。

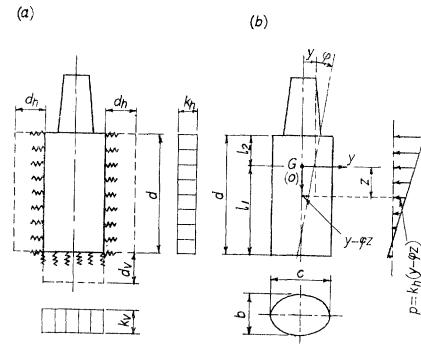
$$\left. \begin{aligned} \frac{W}{g} \ddot{y} + b K_h d - \frac{b K_h d}{2} (l_1 - l_2) \varphi &= 0 \\ \frac{W}{g} r^2 \ddot{\varphi} + \left\{ \frac{b K_h d}{3} (d^2 - 3l_1 l_2) + K_v I_0 \right\} \varphi &= 0 \\ -\frac{b K_h d}{2} (l_1 - l_2) y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

しかるに土の振動質量を考慮するときの振動数  $n(m)$  は前論文と同様に 図-1(a) のごとき深さ  $d_v = E/K_v$ ,  $d_h = E/K_h$  なる Soil prism が付加されていると考えることによって、

$$\left. \begin{aligned} n_v^2(m) &= k_v(m)/M = K_v(m)a_0 g/W \\ n_h^2(m) &= k_h(m)/M = K_h(m)a_0' g/W \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

で表わされる  $K_v(m)$ ,  $K_h(m)$  を式(1) の  $K_v$ ,  $K_h$  の代りに用いればよい。ただし  $K(m)$  は  $K$ ,  $E$ ,  $w$  (土の単位体積重量) のほか振動数  $n(m)$  をもふくむので、結局振動数方程式などはくり返し試算法によって計算すればよい。

図-1 橋脚の連成振動



### 2. 模型橋脚による実験的考察

Soil prism の仮定の適否を検討するためまずその機構が比較的簡単な上下方向について考えると、その等価深さ  $d_v$  は土質工学会などで採用されている地盤上にあるたわまない載荷板の沈下の式を変形して次式で書ける ( $\nu$ : 土のポアソン比,  $D$ : 載荷板の辺長)。

$$d_v = E/K_v = \frac{C}{2} (1-\nu^2) D = 0.88(1-\nu^2) D \quad \dots\dots\dots(3)$$

実地盤において行なった載荷試験と弾性波試験から測定された  $K_v$  と  $E$  よりの計算値  $d_v(c) = E/K_v$  は式(3)の関係をかなりよく満足した。ついで同地盤上のテスト ピット内に打設さ

\* 後藤尚男: 土木学会論文集 第 72 号・別冊 (3-2), 昭和 36 年 2 月

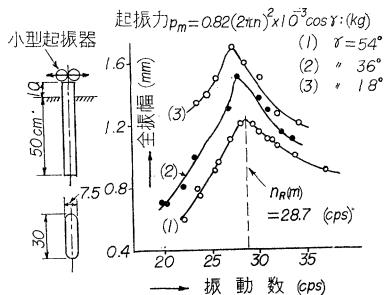
表-1 Solid prism 深さ  $d_v$ ,  $d_h$  の計算値と実験推定値の比較

	供試種別	(1) 計算値 $d(c)$ (cm)	(2) 実験推定値 $d(e)$ (cm)	比率 (2)/(1)	載荷面積 $a_0, a'_0$ (cm <sup>2</sup> )
上下方向 (v)	ピット(A)	51.5	53.6	0.96	75×60
	ピット(B)	54.3	48.1	1.13	75×60
水平方向 (h)	模型(A)	29.5	32.5	1.10	50×22.5
	模型(B)	39.1	49.6	1.27	50×30

れたコンクリートブロック体の上下方向共振振動数  $n_R(m)$  の測定値に、その系の理論固有振動数  $n_v(m)$  が合致するごとき  $d_v$  の値  $d_v(e)$  を算出したところ、これは表-1 の上半にみるとおり上記の  $d_v(c)$  と相当よく近似する結果がえられた。

また一方橋脚頂部に対して実施した水平引張試験による力-変位の弾性勾配から求めた  $K_h$  と、式(3)を水平方向に適用して算出された  $d_h$  から、 $E=K_h d_h$  を推算した。かくのごとくして定められた  $K_h$  と  $E$  を式(2)に代入して算定される連成1次に相当する計算固有振動数が、図-2 のごとく求まつた共振振動数  $n_R(m)$  に合致するような  $d_h$  を算出して、これを  $d_h(e)$  として表-1 の下間に記入した。この表から上下・水平の両方向とも計算値  $d(c)$  と実験推定値  $d(e)$  とがかなりよく近似しているが、これは Soil prism の仮定とこれにもとづいた本文の解析法が工学的に妥当であることを実証しているものとして注目に値する。

図-2 模型橋脚の水平振動実験(模型B)



### 3. 実橋脚に対する数値計算適用例

図-3 に示した実橋脚(国鉄東海道線瀬田川橋梁第9号橋脚)の橋軸に平行方向に対して数値計算を行なったが、この場合本橋脚の実験固有振動数 10 cps から計算によって  $K_h \approx 6 \text{ kg/cm}^2$  を推定するとともに式(3)を水平方向に用いて  $d_h \approx 10 \text{ m}$  従って  $E=K_h d_h \approx 6000 \text{ kg/cm}^2$  を求めた。しかるのち当橋脚の諸寸法と上記の各値を式(1), (2)その他に用いて表-2 の計算結果を得た。これより土の振動質量を考慮することによる固有振動数の低下は本計算例の場合、連成1次で約 16%, 連成2次で約 27% 程度であることがわかる。またこの連成1次振動数の低下率 16% は計算上、土の振動質量を考えないときにおける水平地盤係数  $K_h$  の低下率約 37% に相当することが確かめられた。

図-3 計算を行なった実橋脚の主要寸法

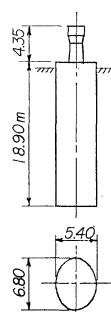


表-2 実橋脚における連成固有振動数の計算値とその低下率

	計算値(cps)	比率(%)	比率(%)
$n_1(m)$	8.88	$\frac{n_1(m)}{n_2(m)} = 81.1$	$\frac{n_1(m)}{n_1(0)} = 84.3$
	10.94		
$n_2(0)$	10.53	$\frac{n_1(0)}{n_2(0)} = 70.2$	$\frac{n_2(m)}{n_2(0)} = 72.9$
	15.02		

[筆者: 後藤 正員 工博 京都大学教授  
西頭 正員 工修 国鉄大阪教習所講師]

## 密度流に関する二、三の研究および実験(英文)

椎貝博美

この論文は、まず密度流に関する諸定義を試み、ついで内部孤立波に関する理論と実験を、最後に内部ジャンプの理論を応用して温水排水、温水取水を二次元的にモデル化して、半理論的、半実験的に行なった研究についてのものである。

まず第1章では密度流に関する諸定義を行なった。ここでは密度勾配または密度分布の影響があらわれるような非圧縮性流体の流れを密度流と定義し、さらに

1) 互いに相混らない完全流体により生ずる密度流を完全密度流と、2) 互いに相混らない粘性流体により生ずる密度流を特殊密度流と、3) 互いに混り合うことのできるいくつかの粘性流体により生ずる密度流を、通常密度流と定義した。実際の現象はさておいて、これまでの密度流の解析方法の大部分はこの3つのうちのどれかにふくまれるものと思われる。

第2章においてはブーシネスクの方法にならって二層流体の境界面に生ずる内部孤立波の波形を上層または下層いずれかの水深がかなり大きい場合について、理想密度流としてとりあつかった。これを通常密度流的な性格を持つ、塩水と真水の境界面に生じた内部波の実測波形と比較し、密度勾配が大きい場合には、両者がかなり良く一致することを確かめた。なおこの場合の内部波の波形をあらわす式は、普通の孤立波と同一の

$$\eta = \pm \eta_{\max} \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{3}{4}} \frac{\eta_{\max}}{h_1} \cdot \left( \frac{X}{h_1} \right) \quad (1)$$

で与えられる。ここに  $\eta$  は静止境界面より測った高さ、 $\eta_{\max}$  は波高の最大値、 $h_1$  は上層の水深(これは上層に比して下層がかなり厚い場合の式で、上層がかなり厚い場合には  $h_1$  の代りに下層の水深  $h_2$  が入る)、 $X$  は  $\eta_{\max}$  の位置からの水平方向のへだたりである。密度勾配は食塙水の上に淡水の層を浮べることによって発生させ、白金電極を3本境界面付近にそう入して波形の追跡を行なった。この波形は計算によるものとかなりよく一致した。

第3章においては Yih Chia-Shun および C.R. Guha の導出した内部ジャンプの式をもととしてその発生限界についてエネルギーの損失の方面から検討を加え、次いでその応用例を2つ示した。

その一は、ある密度を有する水の上へより密度の小さい水を二次元的に流出させる場合、流出直前のフルード数が 0~0.5 程度の範囲内では、上層において一種の内部ジャンプが発生し、発生前と発生後の2つの水深  $h_1$  と  $h_1'$  との比が、

$$\frac{h_1'}{h_1} < \frac{1}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8 F_i^2} \right) \quad (2)$$

なる限界におさまることを実験的、理論的に確かめた。ここ

で  $F_i$  は内部フルード数である。

第二には二層流体の上層から二次元的に単層取水を行なう場合に、内部フルード数が大きいと、取水装置（ここではせき）の付近で混合が起こりやすいが、この混合の起こる機構を一種の内部ジャンプによるものと考え、安定に取水の可能な限界の内部フルード数  $F_i^*$  は、(2) 式の不等号を等号にかえた式と次の(3)式、

$$F_i = C^{-3/2} \left( g \frac{\Delta \rho}{\rho_1} \right)^{-1/2} \left( \frac{h_1'}{h_1} \right)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (3)$$

とを連立に解いて得られる  $F_i$  であることを理論的、実験的に確かめた。ここに、(3)式で  $g$  は重力の加速度、 $\Delta \rho$  は上層と下層の密度差、 $\rho_1$  は上層の密度、 $C$  はせきによって定まる定数（越流係数より容易に求められる）である。これによって逆に躍層と必要な流量とが与えられれば単層取水が可能な堰の越流水深も求められる。

【筆者：学生員 東京大学大学院】

## 厚い透水性地層を基礎とするダムの堤体下浸透流速に関する研究(英文)

### 矢 作 文 彌

透水性地層を基礎とする図-1 のようなダムの巾が  $W_0 = 2e$  で、堤長が巾にくらべてきわめて長く、基礎が等方性ではなくたないとすると、堤体下の任意の位置の浸透流速  $V_s$  は、矢板の無い場合には一般に

$$\begin{cases} V_s = \frac{\bar{k} \Delta H}{W_0} \times B \\ B = \frac{2e}{\pi} \sqrt{\frac{1 - e^2 \cos^2 \varphi}{1 - e^2 (2 - e^2) \cos^2 \varphi}} \end{cases}$$

図-1 無限に厚い透水層を基礎とするダムの堤体下浸透流速

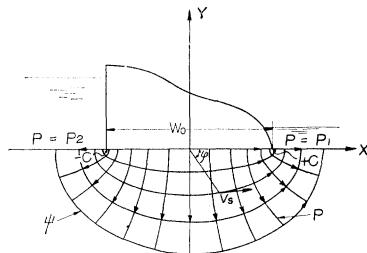


図-2 矢板のないフローティング ダムの浸透流速

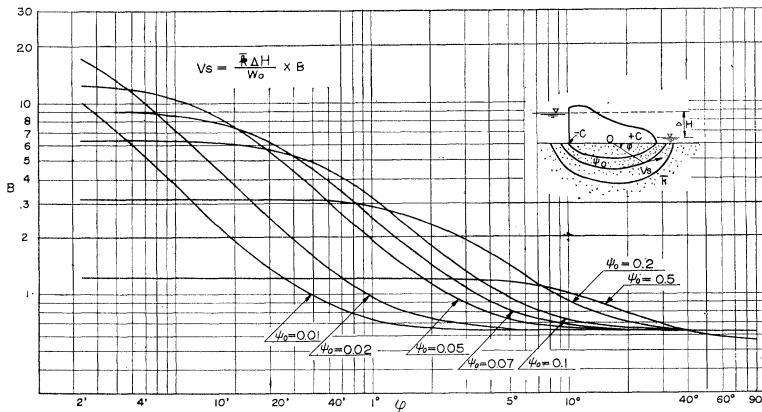
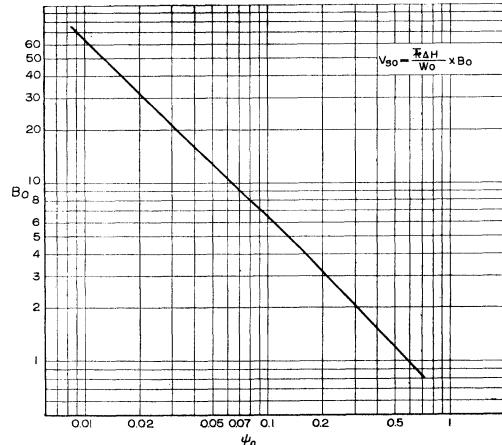


図-3  $B_0$  の 図 表



で表わされる。ここに、 $\bar{k}$  は基礎の有効透水係数、 $\Delta H$  は上下流水位差、 $e = \cosh^{-1} \psi_0$  で  $\psi_0$  は流線値、 $\varphi$  はダムの中点から流線上の点を望む中心角である。 $B$  をあらかじめ数値計算しておけば、上式から任意の位置の流速がただちに得られることになる。 $B$  を流速係数と名づけ、図-2 に中心角と流線値によるその変化を示す。 $B$  はダムの上下流の基礎表面において浸出入する点で極大となるから、矢板のないダムにおいては、この流速極大値がダムの安全に最も影響することとなる。この極大点における流速係数を  $B_0$  とすれば、その変化は図-3 のようになる。

ダムに矢板が一列ある場合、異方性係数が  $\lambda$  の基礎上に巾が  $W_0$  で深さ  $d_0$  の矢板がダムの中央から  $b$  の位置にある一般の場合を考えると、堤体下任意の点の流速  $V_s$  は、

$$\begin{aligned} V_s &= \frac{\bar{k} \Delta H}{W_0} \times D_2 \\ D_2 &= \frac{1}{\left(\frac{d_0}{W_0}\right)\pi} \times \sqrt{\frac{X}{Y}} \\ X &= 2(1 - e^2) \{ (\xi^2 - \eta^2 - 1)^2 + 4\xi^2\eta^2 \} \{ (\lambda^2 + 1) \\ &\quad \cdot \sqrt{(\xi^2 - \eta^2 - 1)^2 + 4\xi^2\eta^2} + (\lambda^2 - 1)(\xi^2 - \eta^2 - 1) \} \\ Y &= [2\lambda \{ \eta^2(\xi^2 + \eta^2 + 1) + (1 - e^2)\xi(\xi - M)(\xi^2 + \eta^2 - 1) \}]^{1/2} \\ &\quad + \eta^2[(\lambda^2 + 1)\{\xi(\xi^2 + \eta^2 - 1) - (1 - e^2)(\xi - M) \\ &\quad \cdot (\xi^2 + \eta^2 + 1)\} + (\lambda^2 - 1)\{\xi + (1 - e^2)(\xi - M)\} \\ &\quad \cdot \sqrt{(\xi^2 - \eta^2 - 1)^2 + 4\xi^2\eta^2}]^{1/2} \end{aligned}$$

$$\xi = N \xi' + M$$

$$\eta = N \eta'$$

$$\xi'^2 + \frac{\eta'^2}{1-e^2} = \frac{1}{e^2}$$

$$e = \cosh^{-1} \psi_0$$

$$M = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{b}{W_0}\right)^2}{\lambda^2 \left(\frac{d_0}{W_0}\right)^2}} - \sqrt{1 + \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{b}{W_0}\right)^2}{\lambda^2 \left(\frac{d_0}{W_0}\right)^2}} \right\}$$

$$N = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{b}{W_0}\right)^2}{\lambda^2 \left(\frac{d_0}{W_0}\right)^2}} + \sqrt{1 + \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{b}{W_0}\right)^2}{\lambda^2 \left(\frac{d_0}{W_0}\right)^2}} \right\}$$

$$\bar{k}_s = \sqrt{\bar{k}_h \cdot \bar{k}_v} = \lambda \cdot \bar{k}_v$$

で与えられる。 $\lambda=1$  は等方性基礎の場合である。ここに  $D_\lambda$  は流速係数で、 $D_\lambda$  をあらかじめ計算しておけば第1式から任意の点の流速が一般的にただちに求められる。 $D_\lambda$  は、一つの流線に沿っては、基礎表面での浸出点、および矢板の先端をう回する点で極大となるから、矢板のあるダムでは、これら3点における流速がダムの安全に最も影響する。従って、これら3点の流速係数をそれぞれ  $D_{out}$ ,  $D_{in}$ ,  $D_p$  とし、一般的に算出しておけば

$$V_{s0} = \frac{\bar{k}_s A H}{W_0} \times (D_{in} \text{ または } D_{out}), \quad V_{sp} = \frac{\bar{k}_s A H}{W_0} \times D_p$$

より、それぞれの流速極大値がただちに求まることとなる。図-4 は等方性基礎における  $D_{in}$ ,  $D_{out}$  を、図-5 は  $D_p$  を、矢板がダムの上流側半分の中央にある場合について例示したものである。

ダム巾が無い極限として coffer dam の場合における浸透流速が得られ、その流速係数を  $P_0$  および  $P_p$  とすると、基礎が等方性の場合 図-6 のようになる。

また、クリープ説を、加重クリープの場合について、浸透流

図-4  $D_\lambda$  の図表 ( $\lambda=1$ )

(ただし、矢板がダムの上流側半分の中央にある場合)

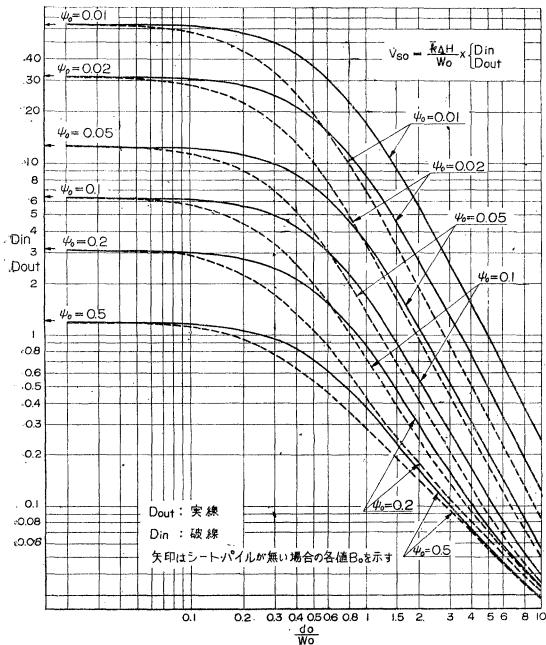


図-5  $D_p$  の図表 ( $\lambda=1$ )  
(ただし、矢板がダムの上流側半分の中央にある場合)

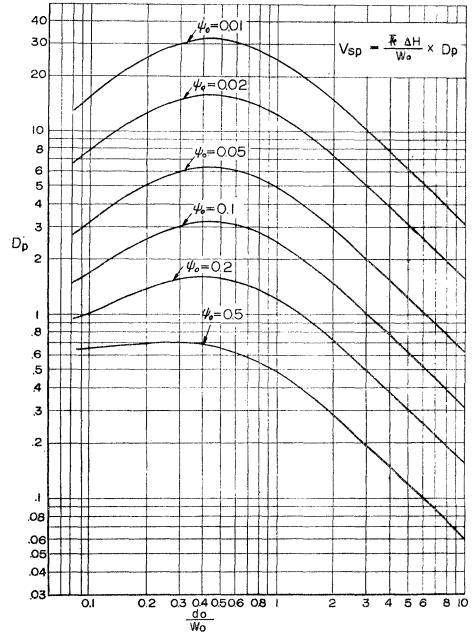
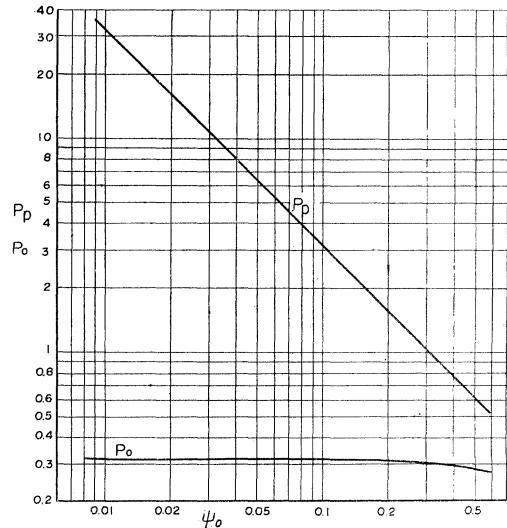


図-6  $P_0$  および  $P_p$  の図表



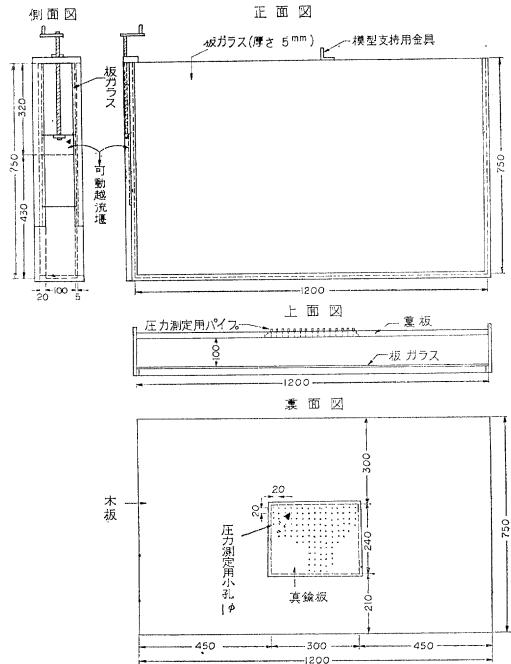
速の面より考察すると、この説は

$$V_w = \frac{\bar{k}_s A H}{W_0} \times S_w, \quad S_w = \frac{1}{\frac{1}{3} + 2 \left( \frac{d_0}{W_0} \right)}$$

と表わすことができ、 $S_w$  はクリープ説における流速係数相当値と考えることができる。一方、このクリープ比は  $\lambda = \sqrt{3}$  の異方性基礎の場合の単純クリープ比に対応するから、 $S_w$  と  $\lambda = \sqrt{3}$  の異方性基礎における各流速係数を比較した結果、クリープ説の与える浸透流速は、実際にはいわゆるクリープ線よりもはるかに離れた流線 ( $\psi_0 = 0.5$  程度) の各極大点における流速を与えるに過ぎないことが示された。

これらの流速係数の理論値を実験的に検証するため、図-7

## 図-1 実験装置



の装置に厚い砂層を作り、これにいろいろな流線までを固体壁とした構造物をそう入して、この底面に沿う浸透流の下流端浸出点における流速を

$$i_c = (1-p)(r-1) = \frac{V_c}{k} = A H_c \times \frac{B_0 \text{ または } D_0}{W_0}$$

より、その点における基礎の沸き出し現象発生の際の限界水位差  $4H_c$  を測定することによって、 $B_0$  および  $D_0$  を数個の模型について実験した結果、Reynolds 数がきわめて大きくなる一例を除き、実験値と理論値とはかなり良い一致を示した。また流速係数と流線値との理論的関係から予想されるように、ダム巾や矢板の深さがほとんど同等でも、流速極大点付近における構造物の形状を合理化することによって浸透流速に大きな差が生じることが証明された。この性質を利用することにより、フローティングダムをより合理的に設計しうるものと考えられる。

しかし、各流線までをすべて固体壁とすることは経済的でない場合もあるので、死水領域を利用するため、流線に沿う底面のうち、流速の小さな部分を切り取った場合の影響について実験した結果、切り取りを行なってもまだかなりの効果があることがわかった。

以上の諸結果にもとづいて、堤体下浸透に対して安全なフーティングダムのより合理的な設計を行なう方法について提案を試みた。 【著者：正員 電力中央研究所】

【筆者：正員 電力中央研究所】

コンクリートパンフレット(66号まで一但し欠号あり) 各号共 A・5判 1部 60円 円  
御二報次第図書目録進呈

64号 放射線しゃへい用コンクリートの基礎知識 103頁 建設省建築研究所工博  
白山和久氏著 筆 热

しやへい用コンクリートの材料、調合、物理的性質、設計などはもちろん、放射線の種類、性質、放射線障害、関係法規まで詳述したもの

65号 コンクリートの施工と試験 91頁 日本セメントK.K.研究所工博等  
山田順治氏執筆

練り混ぜ、コンクリートのコンシスティンシー、打ち込み、コンクリートの強度、締め固め、養生、品質管理、寒中および暑中コンクリート、AEコンクリート

翻訳3 舗装の維持と補修 110頁 京近 大藤 泰名 誉教授 氏 博記

舗装の維持補修に従事する技術者に対する指針を与え、小規模改良工事或いは付加工事を指導するに必要な機能、設計、規準に関する参考資料を掲載（米国書の翻訳）

近刊 66号 砂防ダム 54頁 建設河川局昭和砂部課長等

長年実地に研究、指導された権威が綿密かつわかりやすく執筆されたもの  
目次 1.総論 2.計画および構造細目 3.断面決定法(Ⅰ) 4.断面決定法(Ⅱ)  
5.施工 6.計画および構造細目

東京都港区赤坂台町1番地  
振替東京 196803・電(481)8541(代)

日本セメント技術協会