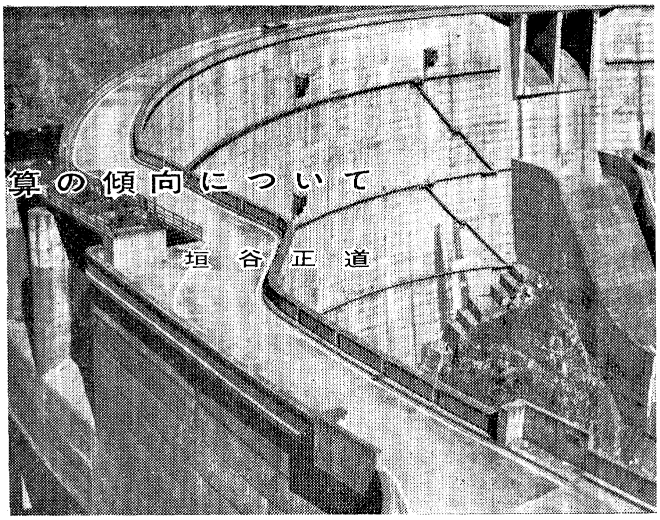
アーチダム応力計算の傾向について

垣谷正道*



上椎葉ダム　(宮崎県)

1. 序　　説

さきに，コンクリート ダム特論が本誌（第36巻，6，9～12号，第37巻1，2号・昭.26.6，9～12月，27.1，2月）に連載された当時は，わが国にはまだ本格的なアーチ ダムの建設をみなかったが，今ではすでに，九州の上椎葉ダム(1955)，つづいて関西の殿山ダム(1957)，東北の鳴子ダム（1957）をはじめとして，アーチ ダムはその後引きつづき出現するに至った。新技術の導入は科学的な手順をふんだ調査と研究が必要であることはもちろんだが，結局は適切な時期における勇気の問題となる。しかしその間フランスの薄いアーチ ダム Malpasset ダムが欠壊した。この原因はダム本体の設計に問題があったのではなく，左岸の基礎岩盤の崩壊に起因したものとみられる。いうまでもないが，設計上ダム本体と基礎岩盤とは別個に考えることはできない。基礎岩盤については，あらかじめ十分な調査を企図するとともに，その諸条件に即応したダムの設計がありうると考えなければならない。

いまや，ダム技術者は基礎岩盤の安定性に関する検討方法およびその条件に応じたダムの設計方法に深い関心を寄せざるをえない状況である。ダムの応力計算方法もこれとは別に，その後大いに発展したが，計算結果に対する見方は以上の理由によってこれも大いに変わってきたとみられる。わが国における今後のダム開発地点は相変わらず，数において多いけれども，基礎岩盤の条件に問題を蔵する地点が漸次多くなりつつある上，さらに経済性の点から，アーチ型を選びたい傾向にあるので，基礎岩盤の問題はもとより，ダムの応力計算についても，近似度の確保に努め，安全性と経済性を兼ねそなえた設計方法を研究してゆかなければならない。本文においては，応力計算の傾向についてのべることとする。

2. 各種の計算方法

アーチ ダムの応力計算は弾性理論にもとづいて処理しうる典型的な問題であると考えてよい。設計としては，その理論的な要素が比較的に多いために，若い技術者にとっては，つねに魅力ある設計対象となっている。

しかし，形状がほかの構造物に比較して複雑であるばかりでなく，微妙な応力状態を検討する場合にはとくに，コンクリートや基礎岩盤の力学的な性質に寄因する大小の不確実な要素や困難をふくんでいるので，ほかの構造物と同様にとるべき仮定は一段と複雑となり，そのとり方については，現今においても論議の余地が多い。アーチ ダムの応力計算方法は細分すれば数えきれないほど多いれけども，要するに仮定のとり方次第だといっても過言ではない。

公共施設のゆえに，今回更改するはずの設計基準の内容についても，計算方法の細部にわたって規定することはきわめて困難が多いであろう[10]。現在考えられる計算方法はこれを大別すると，つぎの4つの系統にわけることができる。すなわち，独立アーチによる方法，アーチ片持ばりによる方法，シェル理論による方法，および厳密な弾性理論による方法からなる。その上，同一系統のものでも，技術者は千差万別の仮定と手段を見出している状況である。実用的な意味から，アーチ片持ばりによる方法は最も強い力を持っているが，基本設計の前段において，また特殊な検討において独立アーチによる方法も現用されている。

アーチ ダムは一般に薄い構造物であるから，シェル理論による取扱いもまた古くから行なわれているが，近ごろの設計のように形状が複雑になると，幾何学的な条件から変位に関する微分方程式は長々としていることのために，相当に思い切った仮定を必ず導入している状況であるから，現在のところではこの方法はアーチ片持ばりによる方法ほどの実用的な意義をもつに至っていない。便宜上，厳密な弾性理論による方法として分類したものは，厚さの方向における平面保持の Bernouilli-Euler の仮定を用いない解析方法を指し，これも一般的な実用の域に達していない。

3. 独立アーチによる方法

フランスの Delocre が始めてダムに応用したいわゆる円環公式は基礎岩盤の拘束条件を考慮に入れない静定

* 正員　電力中央研究所技術研究所

計算であるが，ヨーロッパ技術者は今でも時にこれによる値を基準にすることがある。わが国では顧みられていない。アメリカの Jorgensen による定角型理論はこの式から出発して，中心角 133°34′ の値をえたのは歴史的に有名である。つづいて Cain, Mörsch, Ritter, Ruffleux などはアバットメントにおいてたわみが 0 になるという条件で，はり理論から不静定の円形等厚アーチの解を求めアーチ計算の元祖となった[1]。

いわゆる水平アーチ計算は全荷重をそれぞれ独立な水平アーチに受持たせるものである。今日では，アーチの計算はさらにせん断変形の項を考慮し，かつ基礎岩盤の変形をも考慮している[2]。実用的には，アメリカの開拓局による積分表が重用されており，これによると運算は速い[3]。近ごろの設計のように，アーチが不等厚の場合でも，中立軸が円形であると仮定すると Parme,[5] Perkins[6] および Layrangues[7] のように解き，また Tölke がシェル理論から出発してせん断変形の影響を考慮に入れないで解いている[4]。上記の積分表によると，組合わせによって不等厚の場合ばかりでなく，三心円アーチの場合でも適用できる。

アーチの軸線が二次曲線の場合や曲率がたとえば $r=a+b\cos\varphi$ のような形をとる場合などは解析が比較的に簡単に行なえるが，これら以外の場合は通常，数値積分による方法が適当であろう。

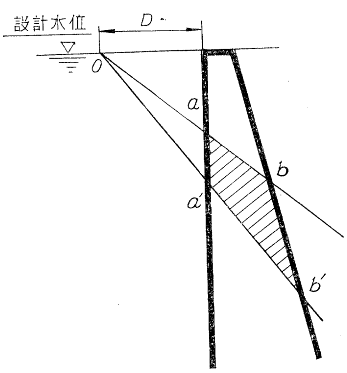
独立アーチによる計算は基本的にはアーチ片持ばりによる方法の一要素をなすが，これだけによって応力を求める場合，水平応力が過大になるほか，鉛直曲げ，これにともなうせん断力，ねじりが無視されるし，天端付近におけるアーチ ダム特有な応力分布を捕えることができない欠点がある。いうまでもなく，この方法は狭い谷で，ダム厚が比較的薄く，かつ曲率が大きい場合に，中高付近における応力状態の近似度は割合によいが，これと反対な場合には，とくに天端と下方において近似度の悪い結果を与える。わが国ではこの方法は基本設計の前段によく用いられる。これによって厚さと半径の目安がえられるわけである。

ダム下方のアーチにおいては，多くの場合径間が小さくなり，十分な大きさの曲率をとりにくいことと厚さも比較的に厚くなるから，水圧によってクラウンの下流側，およびアバットメントの上流側のいずれか，または両方に引張力を生じやすい。このような場合，引張応力が許容限度を越しても，多くは設計が否認されるようなことは少ない。この場合，反対側の圧縮応力がある値以下でなければ，修正計算が可能である。引張応力が許容限度を越せば，引張りによるひびわれが発生するものと仮定し，これによって引張応力は 0 となり，残りの圧縮領域だけで平衡を保つものとする。この仮定を初めて導入したフランスの Résal は引張応力を生じない残りの部分から，ライズの大きい薄い円形アーチの圧縮応力を算出した。このアーチは圧縮だけが作用する有効部分であるから，有効アーチと称し，また原形アーチの中に完全に入らなければならないから，内部アーチともいわれている。フランスでは，当時政府の施行令にふくめたので権威化され，やがてこの研究は，アメリカの Cain,[1] Mensch, Jakobsen[8] などの寄与があり，世界に普及するに至った。

有効アーチの考え方はいうまでもなく，ありうべき一つの場合を仮想した解に過ぎないもので，実際の解を与えるものではないが，現在最良でかつ唯一つの近似方法とされている。この方法についてはフランスの Bourgin の著書に1章を設けて詳述されている[9]。

フランスの Coyne 事務所による傾斜アーチ計算も独立アーチによる方法に属する。この方法はダム下流面の主応力方向線に近似する方向に切って考えられるアーチを解析するもので，**図—1** に示すように，設計水位上ダムから一定の距離 D だけ離れた紙面に垂直な水平直線を通って，傾斜する多数の平面によってダムを切ってえられる断面 abb′a′ のような傾斜アーチを解くのであるから，これに直交する方向の抵抗は考慮されていない。傾斜アーチの上流面に作用する水圧は傾斜アーチ面内の力と鉛直力とに分解し，距離 D はこの鉛直力のダム全体としての和と自重とが釣合うことを条件として決定する。この条件式は複雑なので，試算によって解かれる。通常 D の値はダムの設計水位までの高さの 50～60% 程度となる。傾斜アーチ自体の解析はアーチの形状が複雑であるから，数値積分によって行なう[9]。

図—1



この方法は **図—1** における ab,a′b′ 面に沿う応力が存在しないという仮定を用いなければならない上，距離 D を決定する方法も理論的な根拠に乏しい欠点がある。わが国において実用された例はない。この方法によると，最大圧縮応力はともかく，引張応力の近似度はよくない。

4. アーチ片持ばりによる方法

現在，この方法は最も実用的なものと考えられている。その仮定はいうまでもなく，水平アーチと鉛直片持ばりとを考えて，それぞれのはり理論による計算から，両者の交点におけるたわみが等しくなるように，荷重を

分割するものである。この分割は試算によるか，あるいはいずれか一方の分割荷重を未知量として連立一次方程式を解けばよい。この方法は鉛直方向の抵抗を考慮するので，**3.** の方法より近似度が高いことは明らかであるが，実際計算にあたっては，大小の仮定のとり方によって近似度の異なる多くの方法に細分される。

ヨーロッパにおけるいわゆる Ritter 法は中央片持ばりとアーチとの協同作用を考慮するもので，アーチの分担荷重は等分布であって非対称性は考慮できない。スイスの Rhon はこれを拡張して数個の片持ばりの抵抗を考慮し，Stucky は調整により，Juillard は影響線によって解析した。欧米の技術者の中には，外国の方法をいたずらにとり入れず，独自のものを持っていて，ときには自法を頑固に固執する面さえ散見されることがある。

これらとは別に，アメリカの開拓局では古くからアーチと片持ばりの協同作用に関する研究が行なわれ，Howell と Jaquith の報告によって一段と発展し，荷重試算法が生れた。開拓局の組織的な研究は，Westergaard, Vogt などの参加もあって，アーチの積分表，3成分調整の方法，基礎の変形問題を始めとして，アーチ ダムの応力計算に関する集大成をものとした。今日，アーチダムの実用計算は大部分これに準拠することが多い[3]。

わが国における応用は上椎葉ダムを最初として，すべての本格的なアーチ ダムにおいてこの種の計算方法がとられている。ダムの建設が計画されるごとに，技術者の研究は旺盛に進展し，本計算方法を骨子として，仮定の改良修正，計算過程の工夫改善が行なわれて，細部についてはわが国独自のものも展開されているのがみられる。

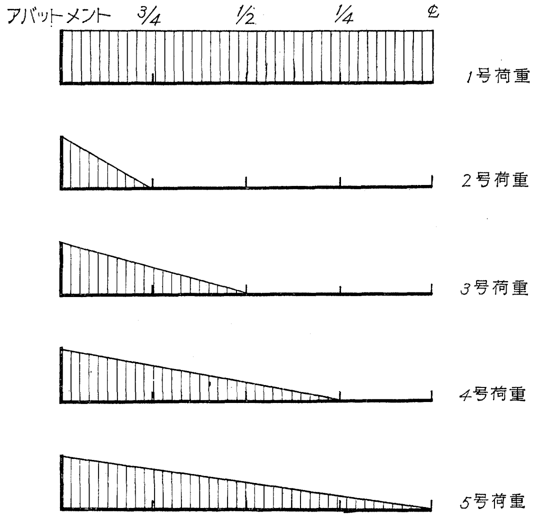
つぎに，本計算方法についてとくに注目すべき仮定，理論，あるいは実地計算における最近の傾向などをふくめて論じてみよう。

（1） アーチの基本計算

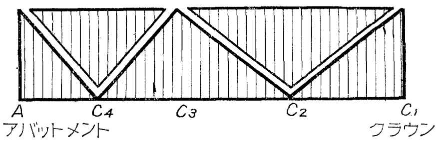
最近，高いダムの設計にあたっては，水平アーチの軸線形状を三心円，あるいは円以外の曲線としたり，厚さも不等厚，あるいはフイレットを与えたりすることによって，応力分布の調節をはかり，コンクリート容積の一層の節約を期し，あるいは岩盤接触部の応力を抑える傾向が目立っている。このために，アーチの基本計算は非常に困難をともなう場合があるので，アーチを細分して数値積分を行なうことが多くなってきた。この場合，近似度をあげる目的でシンプソン法則を適用できるように工夫する方がよく，いたずらに細分するブザーの数を増すよりよい。

アメリカ開拓局による単位荷重の組合わせはアーチの上流面について，クラウンからアバットメントまでを4等分し，各格点間に直線分布する5種類の分布荷重とアバットメントに作用する集中荷重と 1°F の温度降下とからなる。

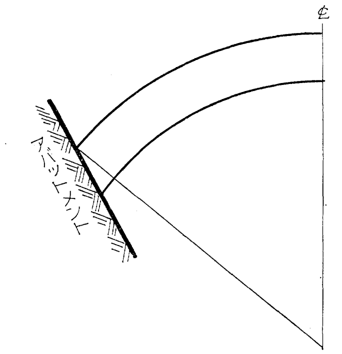
図—2



図—3



図—4



この単位荷重はアーチの基本計算自体としては比較的都合がよいが，数値積分を行なう場合，あるいは計算機を利用して連立方程式をたてる場合には **図—3** に示すように，アーチ軸上片持ばりとの交点の位置を考慮に入れて，三角形状の分布の単位荷重を作ることがよい。アーチの計算については，かなり特殊な検討も近似的に可能であって，たとえば **図—4** のように，アバットメントの岩盤面が，半径方向でない場合でも取扱うことができる。

（2） たわみ調整上の二，三の問題

現在，最も高い近似度をうると考えられている3成分調整による計算では，半径方向のたわみ，切線方向のたわみ，および鉛直軸のまわりの回転を考慮に入れるが，

調整の手段として切線方向およびねじりの荷重を仮想し，これらは内力であるから，大きさが相等しく方向の反対な2組の力をそれぞれ未知項として取扱い，1組はアーチに，他の組は片持ばりに作用させて，総計のたわみが交点において等しくなるように調整するものである。

このような過程で計算すると，ダムの天端にはねじりモーメントが0にならないという不都合を生ずる。これについては，平板の自由縁における境界条件の近似方法と類似なことをやらなければならない。このために，天端におけるねじりモーメント M_t とせん断力 Q との関係はアーチの半径を r, 中心角を φ とすると，

$$\frac{\partial M_t}{\partial \varphi}+Qr=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

となるから，片持ばりの天端にはせん断力 Q を作用させなければならない。天端の境界条件ばかりでなく，基礎岩盤との境界にも若干の問題がある。まず，アーチは不静定であるから，荷重がなくても，基礎が移動するだけでも抵抗する。一方，片持ばりは静定であるから，基礎の移動によって応力を生じない。ところが，アーチと片持ばりは基礎を共有しているから，アーチの分担荷重によって生ずる基礎の変形は片持ばりを抵抗なく移動させるけれども，片持ばりの分担荷重によって生ずる基礎の変形はアーチの抵抗を受ける。このために，基礎面に集中荷重を作用させたときのアーチの変形を計算しなければならない。そこで谷斜面におけるたわみはアーチの分担荷重によって生ずるたわみと片持ばりの分担荷重による基礎面の力が集中荷重としてアーチの基礎面に作用したときのたわみとの和で与えられる。

この問題は理論的に明確にわりきれるが，基礎岩盤との境界に沿うアーチと片持ばりの分担荷重の大きさについては仮定によるほかない。アメリカ開拓局のように調整試算を行なえば，その不確実性を痛感しないが，連立方程式によって解く場合に，この点の分担荷重を未知項にとりえないので，仮定を用い谷の勾配に関係して決める方法もあるが，多くは基礎面に一番近い片持ばりとの交点における値と同じ値をとるのが無難のようである。したがって，この交点と基礎面との水平区間はすべての分担荷重が一様に分布することになる。

（3） 計算機の利用

複雑な数値計算をくり返し行なう場合には，新しい手段としてディジタル形電子計算機が高く評価されるようになったが，アーチ ダムの場合においても，その意義はきわめて重要となりつつある[11)]。

計算機の利用はヨーロッパでは早くから実用され，スイスのLienneダムの場合有名である[12,13)]。わが国でも，殿山ダムの場合以来利用され，すでに 2～3 の機関は3成分調整のプログラムを持っている。プログラムの作成は数式を一般化し，一般的に利用できるように心掛け，かつ計算機の性能に適うように配慮しなければならない。これが一たん完成して何回でも利用できるとなれば，計算機の威力は絶大となるはずである。また，その効果は運算の高速化を最大の利点とするが，これだけではその本質的な効用とはならない。たとえば，最大応力 80 kg/cm^2 を限界として厚さを決めるまで一定形式の計算をくり返させるなど，計算機独特の判断能力を利用できるようでありたい。

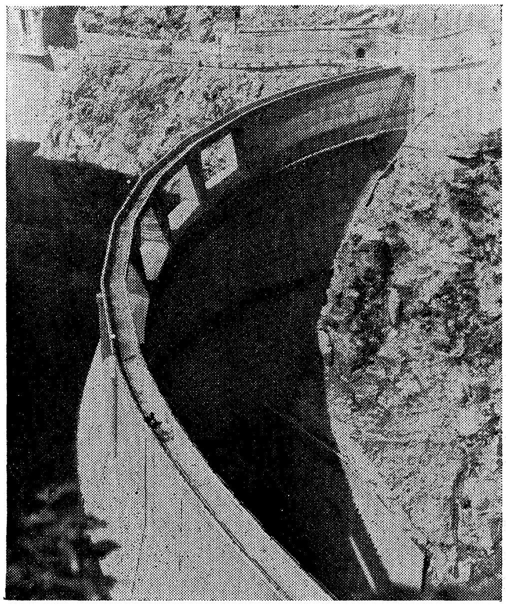
（4） 自重による影響

コンクリートの自重は打設と同時に作用するから，ほとんど鉛直に立上るブロックにおいては，収縮継目の開きによって，自重は片持ばりだけが受持つことになる。しかし，最近の薄いアーチ ダムにおいては，種々の力学的な理由から下流側に傾いた形状を与える設計が多くなってきた。このような下流側の傾きの結果，若いコンクリートのクリープ特性から収縮継目が収縮によって開くいとまもなく，自重作用によって下流側に変形し，収縮継目は閉じたままになる要素を持っている。この考え方は仮定に過ぎないけれども，これを否定できない現象もあるようである。

この仮定によると，コンクリートは打設するにしたがって，その重量は下方の硬化部分の片持ばりばかりでなく，アーチにも伝えられることになる。これを理想化すると，任意高さにおける打設高 δh による下方の任意点 x の応力 σ は一定速度で打設する場合

$$\sigma=\rho g\int_{x}^{h_1} f\left(\frac{x}{h}\right)dh \quad \cdots\cdots(2)$$

佐々並川ダム（山口県）



のような形となる。ただし，h_1 は全高，ρg は単位体積重量である。実用計算では，ダム高を数個の部分に水平断面で分割し，各部分の自重はそれより下方の硬化部分についてそれぞれアーチ片持ばり計算によって分配して応力を求め，最後に各場合の応力をすべて重合すればよい。打設直後のコンクリートは液体に似た自重の作用をするから，この影響をも加味することができるが面倒になる。

自重による影響はその作用方向から考えて鉛直方向の変位が重要になることは明らかであるが，実際には自重計算は半径方向のたわみだけの調整によって行なわれることが多い実情であるから，その結果の近似性には問題が残されていることを念頭におかなければならない。

この計算方法によると，自重による応力は従来の片持ばりだけが受持つ方法と比較して，ダムの形状に関係があるとしても，偏心的な影響が小さくなり，上流側底部の鉛直引張応力が消失して圧縮応力として現われることが多い。その代り，上方のアーチ応力は静水圧による値を増大する傾向を持つ。

(5) 中間湛水

わが国の電力用貯水池工事は経済的な条件がきびしく，工事資金の金利負担，あるいは産業界の需要のいちじるしい伸びなどから，工事途中で湛水を開始することが多くなろう。この場合の検討は途中の高さまでのダムについて計算を行ない，一方最終高さのダムについては，さきに考慮した荷重を除いて計算を行ない，両計算結果による応力を重合すればよい。

このほか，温度変化の影響，地震の影響，滑動安定，安全率，応力集中など興味深い，あるいは困難な問題が盛沢山にあって技術者の研究が期待される。

5. シェル理論による方法

アーチ ダムの厚さは他の寸法，たとえば高さ，半径，径間などに比較するときわめて小さいことが普通である。このために応力の研究にはしばしばシェル理論が適用される。これが第三の系統に属する方法である。この方法は今だにアーチ片持ばり計算より遅れをとっているが，将来見込みがないとはいえないはずである。シェル理論によると，微小部分の力の均合条件，適合条件，あるいは幾何学的条件から中央面における変位の微分方程式をうる。この式は厳密な表示を行ない，かつダム形状が複雑であると，驚くほど長い式になるので，適当な仮定を用いて，簡略化をつねに行なっている。たとえば，3成分変位のうちの1つあるいは2つさえも省略してしまうことが多い。既往の研究の多くは，完全回転体として簡略化された変位の微分方程式を解き，この結果を使ってアーチのアバットメントの固定条件，半径や厚さの変化を考慮するという手順がみられる。

シェル理論応用の最初はアメリカの Smith が半径一定の鉛直円筒として解いたものであるが，同じく Westergaard が Stevenson Creek ダムを対象として解いた方法は水平推力が高さの座標だけの関数，鉛直推力が自重だけによって生ずること，および天端の境界条件は仮想的な荷重を補って満足させたところに特徴があり，解法としては今もって注目すべきものがある[14]。

ドイツの Tölke は非常に一般的な微分方程式をつくり，これが Fourier 級数で解けるはずであることを指摘して後，回転体の項だけをとって解き，その結果を利用して中央片持ばりのたわみに等しいと仮定して，片持ばりと各アーチの分担荷重を決めて応力を求めた。Tölke 法といわれているのはこれを指す[4]。

イタリヤでは，薄いアーチ ダムの技術が進んでいるだけに，Arredi, Galli, Berio, Guidi, Krall などの異なった研究があり，これらは Tölke の方法を修正し，あるいは補足したものとみてよい。とくに，Krall は回転体の鉛直曲率をも考慮し，ついでアーチ応力はアバットメントに相当する位置を回転体の変形前の位置にもどす方法で求め，さらにアバットメント付近のアーチの等分布荷重を修正する仮想的な力を考えて応力の修正を行なった[15]。スイスの Lombardi もやはり Tölke の方針に従ったが，厚さの変化する場合に利用しうる式としてその積分の論議を行ない，とくにねじり作用を考慮するために，アーチ片持ばりの考え方を利用した。その Tölke 法に対する批判とねじり作用を考慮したことは注目に値する[16]。

ドイツの Herzog は中央面内における二方向の力の釣合方程式を一義的に満足するように，推力と切線方向せん断力とを応力関数で表わし，一方曲げモーメントを中央面に垂直な変位だけで表わして，これによって面に垂直な方向の力の均合方程式および適合条件式をこの応力関数と垂直変位とで表わして解くというきわめて特殊な方法を示した[17]。わが国では，この理論を若干修正して実際の計算に応用した例もあり[18]，ひずみエネルギー的に解いた例もある[19]。シェル理論による式はきわめて複雑になるので，ほとんどつねに厚さと曲率半径の比を0とおき，厚さは水平面内で一定であるとし，Poisson 比を0とおき，変位のうち鉛直方向成分はかならず無視し，せん断変形の影響を無視し，また境界条件をきわめて簡素化して表現して，すべての式の誘導を楽にしている。これらの簡略手段は確実に影響の小さいものもあるが，近似度がいちじるしく落ちると考えられるものもある。

今後の研究方向としては，この簡略手段の吟味，実際の幾何学的形状に応じた式の誘導，境界条件をアーチ片持ばり計算の場合に負けない程度に合理化することなどである。簡略手段の吟味については，比較試算さえ必要

になることがあろうし，手段の相違はダムの形状によって当然生じ，応変の妙がとられなければならない。近似度を確保するためには，切線方向の変位はもちろん，場合によっては鉛直方向の変位さえも無視しない方がよいこともある。基礎岩盤における境界条件は Vogt 理論と同程度の近似度を持たせるべきであるし，厚さや曲率半径が変化する場合にも適用できる基本式を作るべきである。計算機の発達はこのような式から，階差式を仲介として，数値計算の道がひらけてくるはずである。

6. 弾性理論による方法

厳密な弾性理論の適用は従来，多くの技術者の念頭に浮かんだ問題であると思うが，これを強行したイギリスの技術者の気力を賞讃すべきである。円筒の Dokan ダムの設計に用いたこの解析はまさになみなみならぬ事業であった。この場合通常用いられる Bernouilli-Euler の仮定は完全に放棄される。この研究はアーチ ダムの三次元弾性解を可能にしたばかりでなく，一般構造物にも利用できることを示した。このような成果は最近における数値計算方法の大きな発達のおかげであることは明らかであるが，イギリスにおける弛緩法の寄与は大きい。

Dokan の場合は円筒座標を選んで，3成分の変位に関する3つの微分方程式をたて，荷重は静水圧，自重，温度変化を考慮し，境界条件としては岩盤接触面において3つの変位がともに0としたところに特色がある[20]。この系統に属する研究としては，村氏がかって同じく円筒座標で調和関数のたくみな組合わせを行なって解析された例がある[21]。

その後の計算機の発達，およびダム形状の複雑化を考えると，この種の解析はつぎのような方法でもよいと思う。

z 軸を鉛直にとった直角座標 x, y, z において，3方向の力の均合方程式がえられるが，このうち z 方向の式にはコンクリートの単位容積重量 ρg の項がよけいに加わる。これらに応力と変位の関係

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x&=\lambda e+2G\frac{\partial u}{\partial x} & \sigma_y&=\lambda e+2G\frac{\partial v}{\partial y} \\ \sigma_z&=\lambda e+2G\frac{\partial w}{\partial z} & \tau_{xy}&=G\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \tau_{yz}&=G\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right) & \tau_{zx}&=G\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right) \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

を用いると，3成分の変位 u, v, w に関する微分方程式がえられる。ただし，$e=\partial u/\partial x+\partial v/\partial y+\partial w/\partial z$, λ は Lamé の常数，G はせん断弾性係数とする。すなわち，

$$\left.\begin{aligned} &(\lambda+G)\frac{\partial e}{\partial x}+G\nabla^2 u=0 \\ &(\lambda+G)\frac{\partial e}{\partial y}+G\nabla^2 v=0 \\ &(\lambda+G)\frac{\partial e}{\partial z}+G\nabla^2 w+\rho g=0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

境界条件のうち，ダム表面では通常の形式をとり，

$$\left.\begin{aligned} X=\lambda el&+G\left(\frac{\partial u}{\partial x}l+\frac{\partial u}{\partial y}m+\frac{\partial u}{\partial z}n\right) \\ &+G\left(\frac{\partial u}{\partial x}l+\frac{\partial v}{\partial x}m+\frac{\partial w}{\partial x}n\right) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(5)$$

となるが，基礎岩盤についてはダムから一定の深さにおいて岩盤の変位 u_r, v_r, w_r が 0，岩盤内部では (4) 式と同型で，λ，G の異なる式が成立し，ダムとの接触面では

$$u=u_r \quad v=v_r \quad w=w_r \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

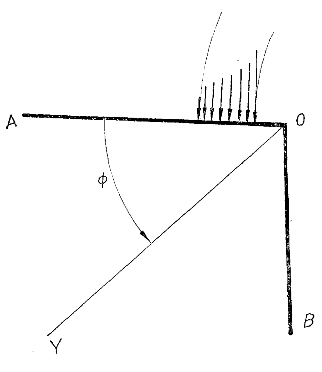
および接触面に垂直な応力と面に沿う2つのせん断応力がいずれも境界において等しい条件が必要である。また岩盤の接触面以外の表面では (5) 式と同型の条件式となるが，貯水池側の表面では水圧が存在し，下流側の表面では外力が存在しない。

このように弾性理論による基本的な取扱いは比較的に簡単であるが，条件式をすべて階差式で表わして，この方法にふさわしい近似度をうるためには，計算機を利用するとしても，未知数の数は驚くべきものになり，シェル理論からえられる同様の階差式の場合の比ではない。

7. 基礎岩盤の応力

通常の応力計算では，基礎岩盤は **6.** に示したような解析方法と異なり，境界条件としてその変形量だけを考慮に入れるから，ダムの変位の式にはコンクリートの弾性係数と岩盤のそれとの比の形で表わして取扱うことができる[22]。基礎岩盤の安定性はダムの死命を制するほど重要な場合が多いので，アーチ片持ばり計算に対応して二次元的に岩盤内部の応力を求めて検討するのも，ときに意味がある[23]。その方法は無限クサビの頂点に集中荷重が作用して生ずる応力状態を適用し，この集中荷重をアーチ反力とみなす。アバットメントから遠いところではこの方法によって略算ができる。これをさらに精細に解析するには，**図―5** のように無限クサビの任意の位置にダム接触面が存在するものとすると，頂点を原点とする極座標の通常の Airy 応力関数は φ が一定だと r に関する多項式になってしまうから，特解における指数常数を虚数として取扱って，r の項を Fourier 級数の形に変換できるようにして境界条件を適用しなければならない。またクサビの角度を 180° にとれば，半無限体における応力状態がえられる。

図―5



基礎岩盤の条件は複雑だから，今後実験的な検討が多くなろう。

8 結　語

アーチ ダムの応力計算は以上に示したように，弾性理論的な取扱いにおける仮定のとり方によって多くの方法があるが，その上細部の手段，技巧の相違によって千差万別となり，技術者が合同して論議しても細部にわたって一律な結論をうることはきわめて困難であろう。

また，最近の設計にあたっては，応力計算だけでなく，模型実験をも行なって信頼性の確保に努めている。模型は正直にその構造作用を具現してくれるから，一種の計算機の役目を果たすものだと説く技術者もいる実情である。Lumiei ダムをはじめとするイタリヤの数多くのダムやフランスの Roselend ダムなどは計算よりもむしろ実験結果に重点がおかれた例である。わが国においても，模型実験は殿山ダム以来，かなり重点がおかれている。しかし，今後すべてのアーチ ダムについて模型実験を必要とすることは考えられない。高さ 100 m に達するような重要なダムやダム形状，基礎岩盤などの事情から計算だけでは近似度を確保しがたいような場合では，実験に意義を持つが，とくに問題点の少ないダムについては一般化されたプログラムが完成しておれば，計算機によって計算だけで設計の用を果たす例が増えてゆくものと考えてよい。

ページ数が限られているので，思うように式や図を駆使できなかった。そこで末尾に参考文献を示したが，関連技術者各位におかれては独自の研究をどしどし遂行されるように期待してやまない。

参 考 文 献

1) Cain, W. : The circular arch under normal loads. Transactions, A.S.C.E. 1922. p. 233.
2) Vogt, F. : Uber die Berechnung der Fundamentdeformation. Det Norske Videnskaps. Oslo. 1925.
3) U.S. Bureau of Reclamation : Treatise on dams. Chapt. 10 Arch Dams. 1950.
4) Tölke, F. : Die theoretischen und praktischen Grundlagen der Berechnung von Bogenstaumauern. Wasserkraftanlagen-Talsperren. J. Springer. 1938. s. 484.
5) Parme, A.L. : Arch dams with arches of variable thickness. Structural Bureau, Portland Cement Association. U.S.A. 1948.
6) Perkins, W.A. : Analysis of arch dams of variable thickness. Transactions A.S.C.E. 1953. p. 725.
7) Layrangues, P. : Calcul de l'arc encastré d'épaisseur variable soumis à une pression radiale uniformément répartie. Travaux. Vol. 43. No. 301. Nov. 1959.
8) Jakobsen, B.F. : Stresses in thick arches of dams. Transactions A.S.C.E. Vol. 90. 1927. p. 475.
9) Bourgin, A. : Cours de calcul de barrages. Eyrolles. 1948.
10) 国際大ダム会議日本国内委員会 : ダム設計基準，April, 1957.
11) 邦文では電子計算機とその応用，土木学会誌 45-10～46-3. Oct., 1960～March. 1961.
藤田武良・小野淳吉：電子計算機による発電水力の計算，No. 46, 47. May, July, 1960. その他，土木学会誌 (1959)，土木技術資料 (1960) にもある。
12) Gicot, H. et Lardy, P. : Calculs et essais sur modèle réduit d'un Barrage-voute asymétrique.
13) Mladyenovitch, V. : Calcul des barrages-voûtes par résolution d'équations linéaires.
14) Westergaard, H.M. : Theoretical analysis of the structural action of the Stevenson Creek Arch Dam. Arch Dam Investigation. Vol. 1. Nov., 1927. p. 231.
15) Krall, G. : La diga di sbarramento a volta-cupola per laghi artificiali. Roma. 1951.
16) Lombardi, J. : Les barrages en voute mince. Lausanne. 1955.
17) Herzog, M. : Uber die Berechnung von beliebig geformten Gewölbestaumauern nach der Schalentheorie. Bautechnik. Bd. 33. 1956. s. 268.
18) 色部　誠,外：任意形状を有するアーチ ダムの応力解析，電力中央研究所技研所報 9-3, 4. Oct., 1959. p. 8.
19) 垣谷正道：ひずみエネルギーによるアーチ ダムの解法，電力中央研究所，旧技研所報土木 1-11, Sept., 1949.
20) D.N. de G. Allen and others : The experimental and mathematical analysis of arch dams, with special reference to Dokan. Proceedings I.C.E. part I, Vol. 5, May, 1956. p. 198.
21) 村　幸雄：アーチ ダムの解法，土木学会論文集 4 号
22) 林　正夫：基礎の変形がアーチ ダムの応力に及ぼす影響について，電力中央研究所，技研所報，9-3, 4. Oct., 1959. p. 21.
23) 垣谷正道：基礎の応力を求める方法について，電力中央研究所第 2 号印刷，June, 1960.

(原稿受付：1961.6.3)

会　員　欄

土木学会誌，論文集などのバック・ナンバーを所有していますが御希望の方があれば一括してお譲りしたいと思います。価格その他は土木学会編集部当局の立会の上できめたいと思いますので，御希望の方は至急ご連絡願います。なおリストは次のとおりです。

○土木学会誌　昭.5・5月～12 月，昭.6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,（1，3月欠本), 13, 14, 15 (1～9月まで)

○論 文 集　5, 6, 7, 14, 16, 17, 18, 19, 29, 32, 33, 35, 36, 38, 39 号

○論文抄録集　第1集 (昭.9.10)　第2集 (昭.14.10)

以上のほか「明治前日本土木史」,「工学用語 (昭.8.3)」応用力学連合大会講演集 (昭.7.1)，第3回工学会大会講演集 (昭.11.7) などがあります。

連絡先：千代田区丸ノ内 1—1　運輸省自動車局業務部自動車道課　竹本寅之助 (TEL 231-5829)