

日光川水閘門における床版の応力計算について (階差法による解法)

神 田 精 夫*
田 村 重 四 郎**

1. まえがき

日光川水閘門構造の設計概要については前報(本誌第46巻9号)で述べたが、本報告においてはこのうち、特に床版の設計にあたり、床版を弾性床土上の版として、階差式を応用して、計算機により応力計算を行なってきたのでこれについて述べる。

2. 階差式による床版の応力計算法

床版の応力計算は、配筋した床版と、等方性の薄板としての床版は、同一の応力状態になるものとして、階差式を使って行なった。床版の基礎のペダスタル杭は、ほ

ぼ等間隔の基盤目状に打たれ、その間隔は約1.3mで、また床版の厚は1.7mである。

床版は弾性床土上の板と見なし、一般に次の式が成り立つ。

$$D \Delta w = \frac{1}{D} (p - K w)$$

ただし w : 変位, p : 荷重, D : 曲げ剛度

$$K: \text{弾性床の } K \text{ 値, } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$\alpha = \frac{D y}{4 x}$ として、これを任意の点例えば ($x=0, y=k$) で階差式に書き換えれば、次のように変位の係数が示される。

m		$2\alpha^2$	$-4(1+\alpha^2)$	$2\alpha^2$		
l		$-4\alpha^2(1+\alpha^2)$	$6(1+\alpha^4)+8\alpha^2$ $+\left(\frac{K}{D}\right)(Dy)^4$	$-4\alpha^2(1+\alpha^2)$	α^4	$= \frac{p_{0k}}{D} (Dy)^4 \dots (1)$
k	α^4	$2\alpha^2$	$-4(1+\alpha^2)$	$2\alpha^2$		
j		$2\alpha^2$	$-4(1+\alpha^2)$	$2\alpha^2$		
i			1			
	x	-2	-1	0	1	

x 方向および y 方向の曲げモーメント M_x, M_y およびねじりモーメント M_{xy} ;

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= -(1-\nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

x 方向および y 方向のせん断力 Q_x, Q_y ならびに x 方向および y 方向の周辺反力 V_x, V_y ;

y	k	α^2	$-2(\alpha^2 + \nu)$	α^2	$= \frac{M_{x,ok}(Dy)^2}{-D}$
j	-1	ν	0	1	

x	l	$\nu \cdot \alpha^2$	$-2(1 + \nu \alpha^2)$	$\nu \alpha^2$	$= \frac{M_{y,ok}(Dy)^2}{-D}$
j	-1	1	0	1	

x	l	1		-1	$= \frac{4 M_{xy,ok}(Dy)^2}{D(1-\nu)\alpha}$
j	-1	0		1	
x	k	-1	0	1	
j	-1	0	0	1	

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -D \frac{\partial(\Delta w)}{\partial x} \\ V_x &= -D \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right\} \\ Q_y &= -D \frac{\partial(\Delta w)}{\partial y} \\ V_y &= -D \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

ν : ポアソン比

前と同様にしてこれらの式を階差式にかえ、表に示せば、次のごとくなる。

* 正員 建設省中部地方建設局愛知工事事務所長
** 正員 日本建設コンサルタントKK技術部

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} l \\ k \\ j \\ \end{array} \\
 \begin{array}{c} y \\ \uparrow \\ x \end{array}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} -\alpha^2 \\ -2 \\ 0 \end{array} \right|
 \begin{array}{c} -1 \\ 1+\alpha^2 \\ -1 \\ -1 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} 1 \\ -(1+\alpha^2) \\ 1 \\ 1 \end{array} \right|
 \begin{array}{c} \alpha^2 \\ 2 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} = \\ -D\alpha \end{array} \right|
 \begin{array}{c} = \\ -D\alpha \end{array}
 \left| \begin{array}{c} 2Q_{x,ok}(4y)^3 \\ -D\alpha \end{array} \right|$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} m \\ l \\ k \\ \end{array} \\
 \begin{array}{c} y \\ \uparrow \\ x \end{array}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha^2 \end{array} \right|
 \begin{array}{c} -2(1+\alpha^2) \\ -2(1+\alpha^2) \\ -2(1+\alpha^2) \end{array}
 \left| \begin{array}{c} -\alpha^2 \\ 2(1+\alpha^2) \\ -\alpha^2 \end{array} \right|
 \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -1 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} = \\ -D \end{array} \right|
 \begin{array}{c} = \\ -D \end{array}
 \left| \begin{array}{c} 2Q_{y,ok}(4y)^3 \\ -D \end{array} \right|$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} l \\ k \\ j \\ \end{array} \\
 \begin{array}{c} y \\ \uparrow \\ x \end{array}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} -\alpha^2 \\ -2 \\ 0 \end{array} \right|
 \begin{array}{c} -(2-\nu) \\ 2(\alpha^2-\nu+2) \\ -(2-\nu) \end{array}
 \left| \begin{array}{c} 2-\nu \\ -2(\alpha^2-\nu+2) \\ 2-\nu \end{array} \right|
 \begin{array}{c} \alpha^2 \\ 2 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} = \\ -D\alpha \end{array} \right|
 \begin{array}{c} = \\ -D\alpha \end{array}
 \left| \begin{array}{c} 2V_{x,ok}(4y)^3 \\ -D\alpha \end{array} \right|$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} m \\ l \\ k \\ \end{array} \\
 \begin{array}{c} y \\ \uparrow \\ x \end{array}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} 1 \\ \alpha^2(2-\nu) \\ \alpha^2(2-\nu) \end{array} \right|
 \begin{array}{c} -2(1+2\alpha^2-\nu\alpha^2) \\ -2(1+2\alpha^2-\nu\alpha^2) \\ -2(1+2\alpha^2-\nu\alpha^2) \end{array}
 \left| \begin{array}{c} -\alpha^2(2-\nu) \\ 2(1+2\alpha^2-\nu\alpha^2) \\ -\alpha^2(2-\nu) \end{array} \right|
 \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -1 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} = \\ -D \end{array} \right|
 \begin{array}{c} = \\ -D \end{array}
 \left| \begin{array}{c} 2V_{y,ok}(4y)^3 \\ -D \end{array} \right|$$

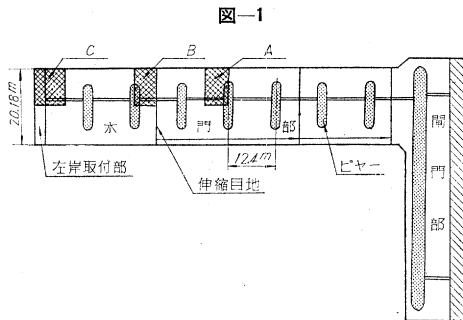
(1) 式を各格点に立て、(2), (3) 式を境界条件に使用して連立一次方程式をつくる。行列表示すれば、次の式となる。

$$[A][w]=[C]$$

行列 [A] は前記表に示す係数の正方行列であって、適当に操作することによって帯状の行列となり、容易に逆行列を求めることができる。さらに (2), (3) 式より、方程式の解を用いて曲げモーメントおよびせん断力を算定する。前記の表を input として、曲げモーメント M_x , M_y , 主モーメント, ねじりモーメント M_1, M_2, M_{xy} , せん断力 Q_x, Q_y , 主モーメント方向, 配筋のための代用モーメントを、リレー計算機 (Facom-128 B) によって連続的に算出した。

3. 床版の形状と分割

応力計算は 図-1 のごとき床版の形状からして、4 種に区分して行なった。



次のように計算した。

- 伸縮継目のないピヤー間の床版は、その 1/4 の A を取って計算
- 伸縮継目のある床版は、その 1/4 の B を取り出し

計算

- 左岸取付部は、その半分を取り出した C について計算
- 閘門部は、弾性床の上のはりとして計算

図-2

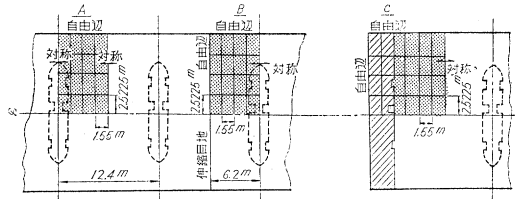


図-2 のごとき床版を分割し、境界条件は図示のほかに、中心線上で対称または逆対称として解いて、重ね合わせることによって種々の荷重状態をつくった。

次に係数の計算例を示す。ただし、弾性床の K 値は、別途実験* により求められ、 12 kg/cm^3 であり $\nu=1/6$, $\alpha=1.627$, $E=2.1 \times 10^6 \text{ t/m}^2$ である。

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{c} -2.648 \\ -0.1667 \\ 5.630 \\ -2.648 \\ -0.1667 \end{array} \right|
 \begin{array}{c} -0.1667 \\ 5.630 \\ -2.648 \end{array}
 \left| \begin{array}{c} = \\ 7.195 \times 10^{-6} M_x \end{array} \right|$$

4. 格点にかかる荷重

床版に作用する荷重としては、ピヤーをとおして伝達するものと、ゲートを閉めた場合の内外水位差、水位差による揚圧力、自重などの床版自体のものと 2 種あるが、

表-1

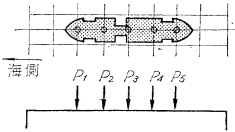
地 震 時	一 般		水 門		地震時とは川筋方向の場合
	モーメント (t-m)	重量 (t)	モーメント (t-m)	重量 (t)	
1570	$1+K_V$	660	$1-K_V$	520	3030
					570

* 愛知県日光川改良工事事務所が昭和 33 年 9 月から 11 月にわたって行なった現地実験

ピヤーからの荷重の一例を 表-2 に示す。

ピヤーからの荷重を格点力になおす場合、ピヤーの形状から推して剛体と見なして分割している。表-1 の荷重を格点力になおしたものを 表-2 に示す。

表-2



	荷 重		格 点 力 P_i				
	種 類	数 量	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
地震時	重 量	520 t	92.525	119.290	96.373	119.290	92.525
		660 t	117.436	151.400	122.319	151.400	117.436
設計	モーメント	1570 t-m	-117.672	-75.853	0	75.853	117.672
			-25.147	43.440	96.373	195.140	210.200
高潮時	重 量	570 t	101.422	130.758	105.639	130.758	101.422
	モーメント	3030 t-m	-227.104	-146.391	0	146.391	227.104
設計			-125.682	-15.633	105.639	277.149	328.526

表-2 の $P_1 \sim P_5$ は、さらに右図のごとく荷重を分配した。さらに床版の中心線に対称および逆対称の場合を解けば、これを重ね合わせることによって、任意の荷重を表わすことができる。

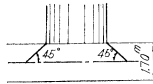
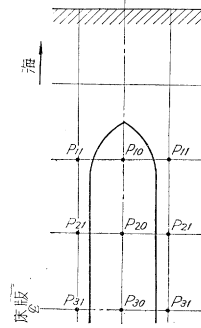


表-2 の地震時で重量 660 t, モーメント 1570 t-m の場合と、高潮時で重量 570 t, モーメント 3030 t-m

の場合のピヤーからの荷重は、表-3 に示す。

表-3



	種 類	数 量	格 点 力 ($P_{10} \sim P_{31}$) (t)					
			P_{10}	P_{11}	P_{20}	P_{21}	P_{30}	P_{31}
地震時	重 量	660 t	46.67	35.38	60.17	45.62	48.61	36.85
	モーメント	1570 t-m	-46.76	-35.45	-30.14	-22.85	0	0
高潮時	重 量	570 t	40.31	30.56	51.96	39.40	41.98	31.83
	モーメント	3030 t-m	-90.25	-68.43	-58.18	-44.11	0	0

5. 応力計算

a), b) では、わく外の imaginal point をふくめれば、69 元の連立方程式となり、また、c は同様に 87 元の連立方程式になる。境界をのぞけば、係数が一定であることからして、計算機を使用して、自動的に方程式を作成し、これを解いた。求めた格点の変位は punch out

図-3 B Case 地震時のたわみ図
数値は $\times 10^{-4}$ (m)

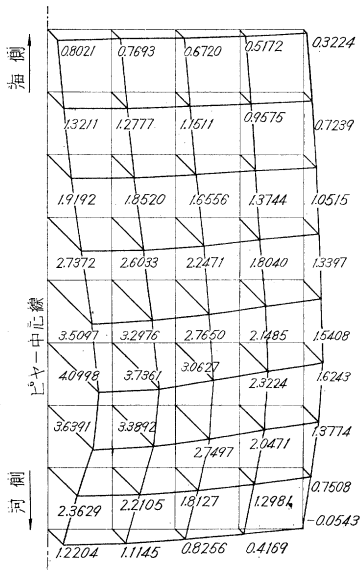


図-4 B Case 地震時 M_x, M_y 図

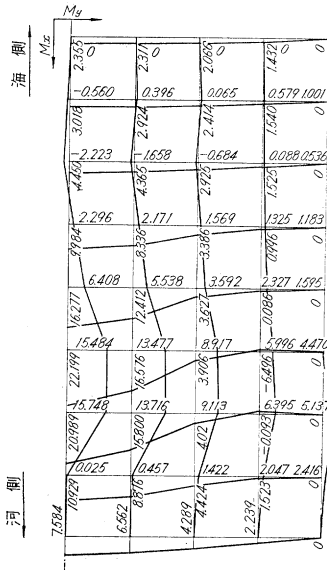


図-5 B Case 地震時主モーメント図
数値 (t-m)

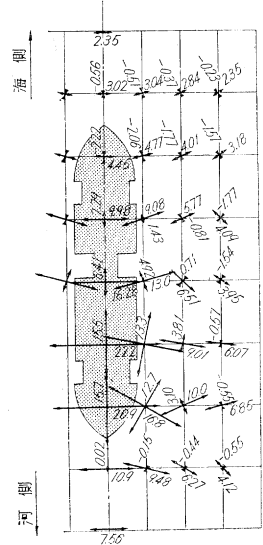


図-6 B Case 地震時

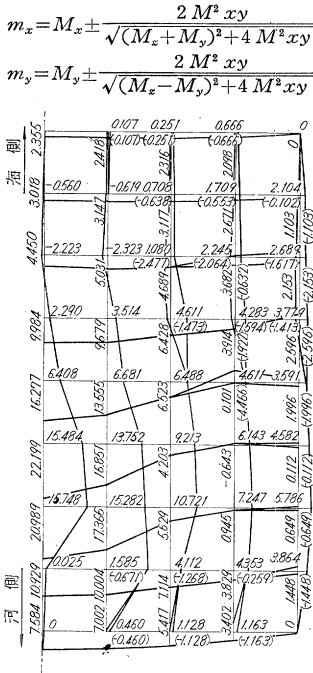


図-7 B Case 高潮時のたわみ図
数値は $\times 10^{-4}$ (m)

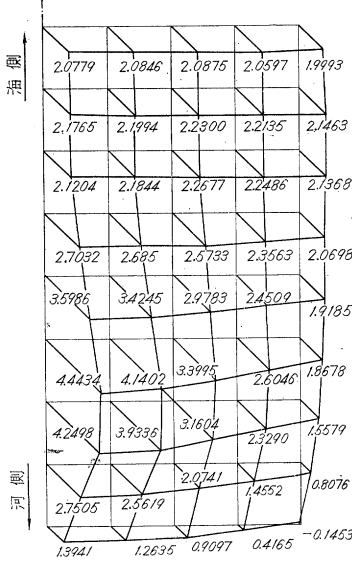


図-8 B Case 高潮時 M_x, M_y 図

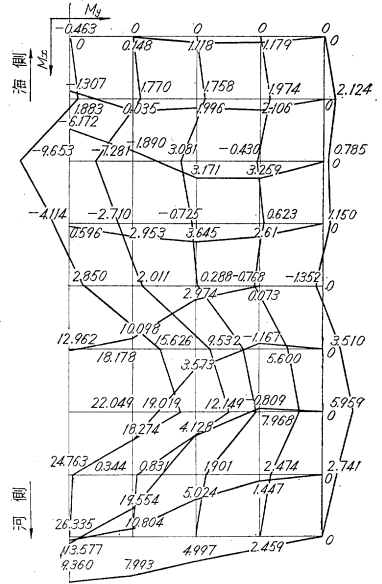


図-9 B Case 高潮時主モーメント図
数値 (t-m)

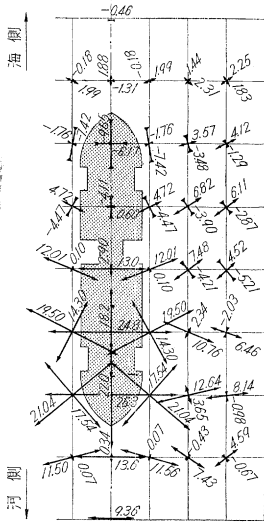
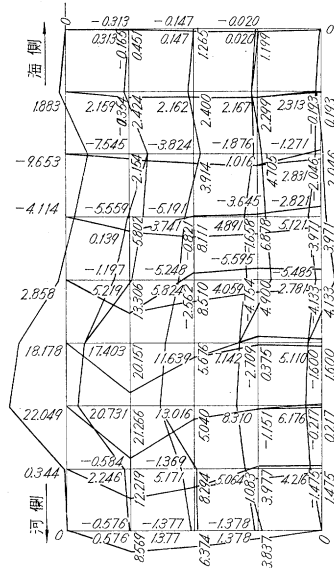


図-10 B Case 高潮時

$$m_x = M_x \pm \frac{2 M^2 xy}{\sqrt{(M_x - M_y)^2 + 4 (M_{xy})^2}}$$

$$m_y = M_y \pm \frac{2 M^2 xy}{\sqrt{(M_x - M_y)^2 + 4 (M_{xy})^2}}$$



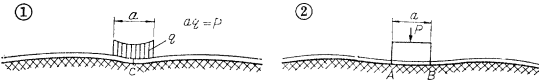
し、その数値をもとに前述の諸量を計算したが、その結果は図-3~10のごとくなった。

荷重は、表-3のほか、ゲートを閉じた場合の海と河の水位差による荷重、すなわち、地震時には 2.125 t/m^2 、高潮時には 7.71 t/m^2 の海水の重量、浮力を考えた床版の自重 2.38 t/m^2 および水位差による揚圧力、す

なわち、地震時には海側辺で -1.52 t/m^2 、河側辺で -0.302 t/m^2 の梯形荷重、高潮時にはそれぞれ -2.22 t/m^2 と -0.440 t/m^2 の梯形荷重を作用させている。ただし周辺の計算結果は、境界条件のため正しい値を示していない。

以上の計算は、ピヤールの剛度については考慮してない

が、①弾性床上の無限ばりに等分布荷重がある場合、②弾性床上の無限ばりの一部が剛体でその部分に荷重がある場合を調べてみる。



$$\beta = 4\sqrt{\frac{K}{4EI}} \quad \text{とすれば}$$

$$\text{①の場合：C点のモーメント } M_C \text{ は } \frac{P}{4\beta} \cdot \frac{1}{a\beta} \cdot e^{-a\beta/2} \sin \frac{a\beta}{2}$$

$$\text{②の場合：A, B点のモーメント } M_A \text{ は } \frac{P}{4\beta} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a\beta}{2}}$$

今 $a=2.4$ (m), $\beta=0.243$ (m^{-1}) とすると

$$M_C : M_A = 0.738 = 0.774 \quad \text{である。}$$

6. 配筋について

鉄筋の計算は、代用モーメントを使って行なった。代用モーメントは、次の式で示される。

$$m_x = M_x \pm \frac{2 M_{xy}^2}{\sqrt{(M_x - M_y)^2 + 4 M_{xy}^2}}$$

$$m_y = M_y \pm \frac{2 M_{xy}^2}{\sqrt{(M_x - M_y)^2 + 4 M_{xy}^2}}$$

図-11(a) 日光川水閘門平面図および側面図

図-11(b) 同左断面図

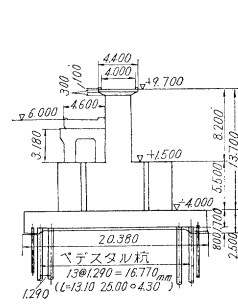
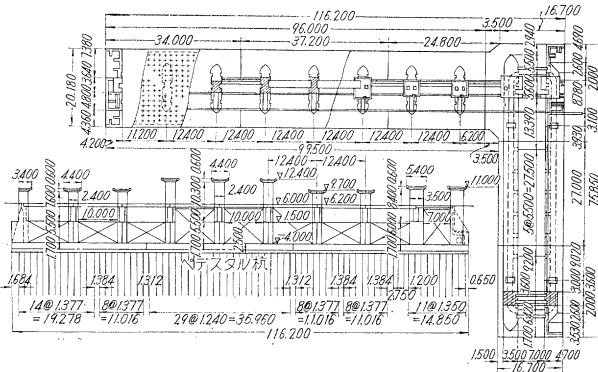
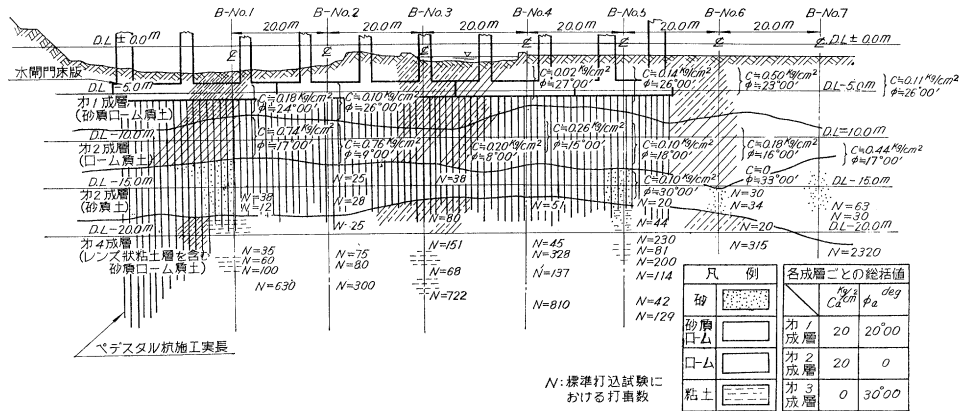


図-12 地質概要ならびにベデスタル杭施工図
(日光川水閘門横断方向)



7. あとがき

本計算法は、ほかの解法にくらべ、計算が容易である。計算機の所要時間は、約 40 時間であった。なお本

報告について御助力を賜った元愛知県日光川改良事務所長 飯島 寿氏、室蘭工業大学 能町純雄教授始め関係諸氏に感謝する次第である。

(原稿受付：1961.3.24)