

光弾性実験法とその土工学への応用

丹 羽 義 次*

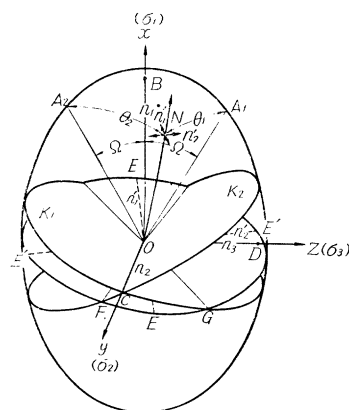
透明な等方等質体たとえばガラス板を応力の作用する状態におくと、光学的に一時的結晶体となつて複屈折の現象を呈するので、これに偏光を通して観察すると美しい色模様が見られる。この現象は D. Brewster(1815)によつて発見されたものであるが、その後の Neumann, Maxwell らの研究によつて、この色彩効果は複屈折によつて生ずる二つの偏光が、透明体中の主応力差に比例する相対的位相差を生じ、互いに干渉し合うためであるという光弾性実験の基本法則が明らかにされた。

その後多くの研究者の努力によつて光弾性実験法も漸次発展をとげてきたが、久しくその応用は平面応力の分野に限られていた。しかし近年各種の高分子材料に対する物性論的考察が光弾性学にも導入せられ、凍結法における応力の定量的な解明が行われるとともに、凍結材料として、きわめて適切な性質をもつ重合系樹脂が見出され、今日ではいかなる三次元応力状態もこの方法によつて完全に解析しうるようになった。

ここにこのようにめざましい発展をとげた光弾性実験法と、その土工学への応用について記述するわけであるが、それに先立つて、まず応力状態と光学的性質との関係について若干考察しよう。

複屈折性を有する結晶体(応力状態にある透明な等方等質体)に光を任意の方向より入射するときは、光はその進行方向によつてそれぞれ速度を異にし、互いに直交する二つの平面偏光となり、二重の屈折率を呈する。いま結晶体内の一点Oから種々の方向に動径を引き、その長さをその方向に振動する平面偏光の屈折率に比例して

図-1 屈折率ダ円



とすると、その先端は一つのダ円体を形成する。これを屈折率ダ円体と呼んでいるが、その三主軸(O点の三主軸方向に一致する)に相当する三つの屈折率 n_1, n_2, n_3 を主屈折率、 $(n_1 - n_2), (n_2 - n_3), (n_1 - n_3)$ を主複屈折

率といい、

$$(n_1 - n_2) = C(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (n_2 - n_3) = C(\sigma_2 - \sigma_3), \\ (n_1 - n_3) = C(\sigma_1 - \sigma_3) \dots \dots \dots (1)$$

なる関係がある。ここにCは Brewster の常数である。したがつて結晶体内を任意の方向に進む光線 \vec{ON} によつて生ずる二つの偏光は、この屈折率ダ円体をその中心を通り、光線に垂直な面で切るとき現われるダ円(特に光が \vec{OA}_1, \vec{OA}_2 方向に進むときは円となり、複屈折性を示さないのこの方向を光軸といい、 2Ω を光軸角という)の主軸方向に振動して互いに直交し、その屈折率はその主半径 $OE(n_1'), OE'(n_2')$ によつて与えられる。なおこの場合、光路程 d を通過したときに生ずる二平面偏光の光路差を J とすれば、

$$J^2 = C^2 d^2 \{ (1 - \nu_2^2)^2 (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (1 - \nu_1^2)^2 (\sigma_2 - \sigma_1)^2 \\ + 2(\nu_3^2 - \nu_1^2 \nu_2^2) (\sigma_3 - \sigma_1) (\sigma_2 - \sigma_3) \} \dots \dots \dots (2)$$

なる関係がある。ここに ν_1, ν_2, ν_3 は \vec{ON} の x, y, z 軸に関する方向余弦である。特に二次元の場合は $\nu_1 = \nu_2 = 0, \nu_3 = 1, \sigma_3 = 0$ において、

$$J = C_d(\sigma_1 - \sigma_2) \dots \dots \dots (3)$$

をうる。この関係はさらに J を光波長 λ の倍数で表わした数 N (縞次数) および位相差 δ で表わせば、

$$N = J/\lambda = C_d(\sigma_1 - \sigma_2)/\lambda, \\ \delta = 2\pi N = 2\pi C_d(\sigma_1 - \sigma_2)/\lambda \dots \dots \dots (4)$$

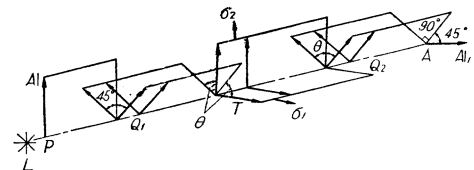
となる。これが二次元の場合の光弾性効果を表わす式であるが、一般に三次元応力の場合は、偏光の入射方向に垂直な面を平面応力と考えたときの二次主応力を、二次元応力の場合の主応力のように取扱つた光弾性効果と全く同一である。

I. 二次元光弾性実験法

1. 光弾性偏光器の原理

いま図-2に示すように光源L, 偏光子P, 検光子A, $1/4$ 波長板 Q_1, Q_2 , 試験片Tを配置する。そして偏光子Pによつてえた垂直方向の平面偏光を $A = a \sin \omega t$ と

図-2 光弾性偏光器の原理



し、Tを透過するとき生ずる二偏光成分の位相差を δ とすると、最後のPに直交するAを通つて衡立上に投射せ

* 正員 工博 京都大学助教授, 工学研究所

られる平面偏光は次式で表わされる。

$$A_1 = a \sin \frac{\delta}{2} \cos \left(\omega t + 2\theta + \frac{\delta}{2} \right) \quad (\text{暗視野の場合}) \quad \dots\dots\dots(5)$$

もしAの主面をPの主面と平行にするときは、

$$A_2 = a \cos \frac{\delta}{2} \sin \left(\omega t + \frac{\delta}{2} \right) \quad (\text{明視野の場合}) \quad \dots\dots\dots(6)$$

となる。これより明らかなように、その振幅 $a \sin \delta/2$ または $a \cos \delta/2$ 、したがってこの値の2乗に比例する透過光の強さは、試験片における主応力方向 θ には無関係となり、前者では $\delta = 2n\pi$ 、後者では $\delta = (2n-1)\pi$ ($n=0$, または整数) のとき0となる。したがって複雑な応力状態の試験片では、明暗の縞模様が現われる。これを等色線、 n を縮次数という。

つぎに図-2において波長板 Q_1, Q_2 を省略するとき、最後にPに直交するAを透過した平面偏光は次式で表わされる。ただし θ は偏光子の主面と主応力方向のなす角を表わす。

$$A_3 = a \sin 2\theta \sin \frac{\delta}{2} \cos \left(\omega t + \frac{\delta}{2} \right) \quad \dots\dots\dots(7)$$

それゆえ、この偏光の振幅 $a \sin 2\theta \sin \frac{\delta}{2}$ は、 θ および δ 、すなわち $(\sigma_1 - \sigma_2)$ によつて影響をうけ、視野に明暗を生ずる。すなわち、

- (1) 上述のように $\delta = 2n\pi$ のところで暗線すなわち等色線を生ずる。
- (2) 直交偏光子の主面が主応力軸に一致する $\theta = 0, \pi/2$ のところは、使用光の波長のいかんにかかわらず暗線となる。これを等傾線という。

したがって偏光子と検光子を直交に保ちながら適当な間隔で回転すれば等色線は全く変化しないが、等傾線はそれに応じて変化する。それゆえこれを同一紙上に記録すれば、試験片の像のおおむね等傾線図がえられる。これより主応力が常に一つの曲線の接線または法線の方

写真-1 等色線 (等主応力差線)

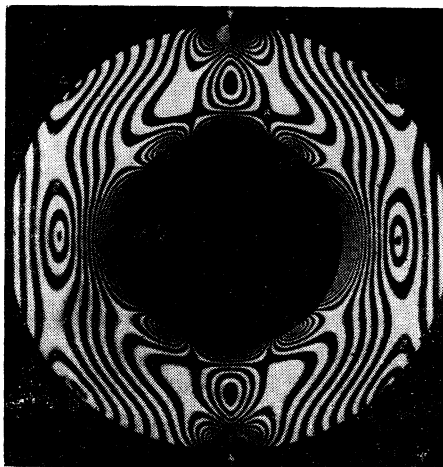
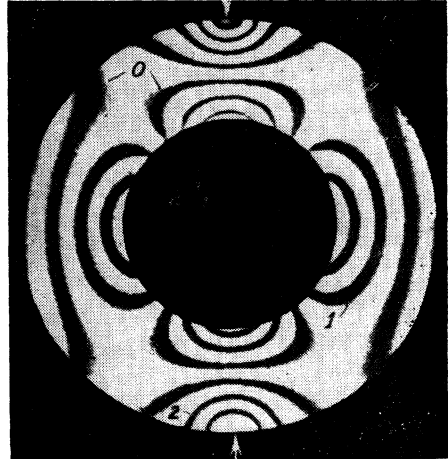
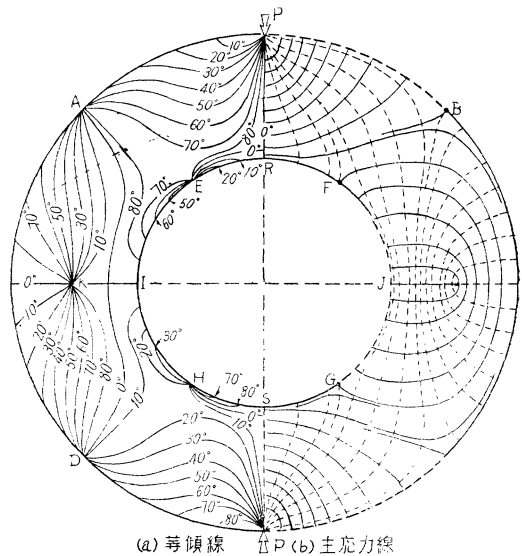


写真-2 等厚線 (等主応力合線)



向に作用することを示す、いわゆる主応力線図 (直交曲線網) は容易に作図することができる。しかしときとして主応力不定の特異点 (0点, 極, 不連続点) が存在するので、その一般的性質をあらかじめ理解しておく必要がある^{2), 3), 4)}。写真-1, 2 および 図-3 は、直径方向に集中圧縮荷重をうける円環の等色線、等厚線 (3. 参照) および (a) 等傾線, (b) 主応力線を示したものである。

図-3



2. 主応力差の測定

上述のように等色線は等主応力差を与えるものであるから、その次数を数えることにより任意の点の主応力差を容易に求めることができる。しかしときとして一次以下の端数を精密に測定する必要が生ずる。この方法には、(1) 検光子を補整器として利用する Tardy⁵⁾ または Tank⁶⁾ の補整法、(2) Babinet または Babinet-Soleil の補整器を用いる方法、(3) 比較試験片を用いる色消法、

(4) 白色光線を用いて色彩から求める色比較法等があるが、詳細は省略する。

3. 主応力差の測定

主応力差 $(\sigma_1 + \sigma_2)$ を求めることができれば、等色線の与える主応力差と合わせ、その単独値をきわめて簡単に決定することができる。これにはつぎのような方法がある。

(1) 厚さの変化を測定する方法 試験片のある点の厚さ d が平面応力をうけて δ だけ増すとすれば、

$$(\sigma_1 + \sigma_2) = -mE\delta/d \quad (m: \text{ポアソン数}) \dots\dots (8)$$

なる関係があるから、 δ を測定すれば主応力差が求められる。Coker の厚さヒズミ計⁷⁾、Huggenberger ヒズミ計を応用した横ヒズミ計、de Forest-Anderson の電氣的厚さヒズミ計⁸⁾、Vose-Schaid の干涉横ヒズミ計⁹⁾等はこの目的に対して考案せられたものである。なおこれらによつて試験片各点ごとの主応力差を求めることができるが、主応力差一定の点の軌跡すなわち等厚線図(写真-2 参照)を光学的に撮影する目的で、Frocht の干涉撮影装置¹⁰⁾、Sinclair & Bucky の干涉計¹¹⁾が考案されている。

(2) 類似現象の測定を利用する方法 主応力差 $p = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y$ は Laplace の方程式を満足するから、階差法による逐次近似の方法によつて解を求めうるほか、調和関数型の類似現象たとえば薄膜のタワミ、静電ポテンシャルを利用してこれを求めることができる。

4. 主応力の図式計算法

平面応力の平衡方程式は、

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0 \dots\dots (9)$$

で表わされる。ここに X, Y は x, y 軸方向に働く単位体積当りの質量力である。いま簡単のために $X = Y = 0$ とし、式(9)の第一式を x で積分し、これを和の形で書けば、

$$\sigma_x = (\sigma_x)_0 - \int_{x_0}^x \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx = (\sigma_x)_0 - \int_0^j \frac{d\tau_{xy}}{dy} dx \dots\dots (10)$$

となる。ここに $(\sigma_x)_0$ は積分の始点における σ_x の値で既知とする。また、

$$\tau_{xy} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta/2 \dots\dots (11)$$

であるから、 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ 、 θ をそれぞれ等色線、等傾線より求めれば、容易に τ_{xy} が求められる。したがつて x 軸方向に $d\tau_{xy}/dy$ の図式積分を行えば σ_x を求めることができ、また σ_y は、

$$\sigma_y = \sigma_x - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \dots\dots (12)$$

より算出することができる。それゆえ $p = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y$ を求めて、主応力差 $q = \sigma_1 - \sigma_2$ と組合せ主応力の単独値がえられる。なおこれと同様に主応力線に沿つて積分を行う Filon の図式積分法¹²⁾もある。

5. 主応力の単独値の測定

以上の主応力値決定法のほかに、その単独値を光学的に測定する方法には、(1) Favre¹³⁾ および Fabry¹⁴⁾ の干渉法がある。また試験片に対する偏光の垂直入射と傾斜入射による等色線並びに等傾線を測定する Drucker の方法¹⁵⁾があるが、詳細は文献にゆずる。

6. 光弾性材料とその光弾性常数

模型材料としては、つぎのような諸性質を有することが必要である。(1) 無色で透明度の高いこと、(2) 光弾性感度の高いこと、(3) 加工性のよいこと、(4) Hooke の法則に従う弾性を有すること、(5) 弾性限度および引張強さが高く、広範囲の応力に耐えること、(6) 弾性係数が大きく変形の小さいこと、(7) 応力と光弾性効果とが正比例すること、(8) 機械的、光学的クリープの影響が少ないこと、(9) 初応力または残留応力の少ないこと、(10) 時効のために生ずる緑応力の少ないこと、(11) 等方等質の大容量の試験片を容易に作りうること、(12) 安価であること。

現在一般に使用されている代表的な材料の諸性質を一括表示すれば表-1¹⁶⁾ のようである。

つぎに材料の光弾性常数としては上述の Brewster の常数 C のほかに、工学上の使用の便宜から各種の係数が用いられている。いま縦弾性係数 $E \text{ kg/mm}^2$ 、厚さ $d \text{ mm}$ の模型板に $\sigma \text{ kg/mm}^2$ の単純応力が作用して $\epsilon = \sigma/E$ の縦ヒズミを生じ、波長 $\lambda \text{ \AA}$ の偏光により n 次の等色線縞が現われるものとする、

$$\alpha = n/\sigma d = 100 C/\lambda (\text{mm/kg}), \quad (\text{光弾性感度または応力感度}) \dots\dots (13)$$

$$s = \sigma d/n = 1/\alpha \quad (\text{kg/mm}), \quad (\text{フリンジ応力ま$$

表-1 光弾性材料の光弾性的および力学的性質¹⁶⁾

材 料 名	力 学 的 性 質				光弾性的性質 (5461 Å)			色
	弾性限度 kg/mm ²	引張強さ σ_B kg/mm ²	縦弾性係数 E kg/mm ²	ポアソン数 m	光弾性常数 C Brewster	光弾性感度 α mm/kg	フリンジ応力 s kg/mm	
ガラス	—	6.5	6500	2.5	2.68	0.049	20.5	無色透明
セルロイド	2.8	5.0	200	3.0	13.7	0.25	4.0	淡黄色
プレキシグラス	—	—	200	—	10.9	0.2	5.0	無色透明
ベークライト BT-61-893	3.9	10.5	440	2.8	36	0.66	1.51	無色透明, 淡黄色
フェノライト	4.5	6.0	410	3.0	52	0.95	1.05	淡黄色
ゼラチン	—	—	0.01	2.0	16 380	300	0.0033	淡黄褐色
エポキシ樹脂	—	—	300	—	51	0.94	1.06	淡黄色, 黄褐色
ジアリルフタレート	—	—	380	—	38	0.7	1.43	無色透明

$$\beta = n/\epsilon d = \alpha E \quad (1/\text{mm}) \quad (\text{ヒズミ感度または適性係数}) \quad (14)$$

$$\beta = n/\epsilon d = \alpha E \quad (1/\text{mm}) \quad (\text{ヒズミ感度または適性係数}) \quad (15)$$

を一般に用いている。

7. 二次元光弾性実験における誤差とその防止および補正法

光弾性実験の各段階においては、その取扱ひ法によつて予想以上の誤差を生じ、結果が信頼のおけないものとなるから、誤差の原因とその防止法および補正法には特別な留意が必要である。特に (1) 試験片製作の不正確、(2) 初期応力および縁応力、(3) 载荷の不正、(4) クリープ、(5) 視差、(6) 偏光板および 1/4 波長板の不正確、(7) 写真撮影等に関して十分の考慮が必要である。

II. 三次元光弾性実験法

1. 三次元応力の二次元的解析法

(1) 直接入射法 三次元模型の中で二次元的に取扱うことのできる部分は、二次元実験と全く同様にして応力解析を行う。

(2) 浸漬法¹⁷⁾ 近似的に二次元的に取扱うるものでは、模型をこれと同じ屈折率をもつ液体中に浸漬して、表面での反射、屈折を防止して二次元実験を行う。

(3) 物体表面に光弾性材料を被覆する方法 模型または実物の表面を磨くか銀メッキして、その部分を光弾性材料で被覆し、反射式装置によつて表面応力を求める¹⁸⁾。

(4) 物体表面または内部に光弾性材料のブロックを埋込む方法 反射式¹⁹⁾または透過式装置²⁰⁾により、埋込み光弾性材料の応力状態を調べ、間接的に物体の応力を測定する。

(5) 積層法 薄板の曲げ応力分布を求めるために、(1) 中立面にハクなどを接着して、反射式により片側のみの光弾性効果を取り出す²¹⁾、(2) または感度の異なつた同一弾性係数の板を接着して、透過式によつてこれを求める²²⁾。

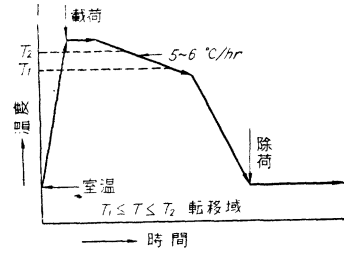
2. 応力凍結法

三次元網状高分子材料は転移域以上の温度では、二次結合が全く緩和せられたエントロピー弾性の状態であり、これに力を加えると発生応力に比例した分子鎖の配向を生ずる。この配向は温度降下による二次結合の安定化によつて凍結され、負荷を除いて截片としても残留するので、連続的に取つた各截片の二次元実験により三次元の弾性応力分布が明らかになる。このことが応力凍結法の基礎をなすわけであるが、実際に凍結操作を行うにあつては、材料の諸性質について十分の知識をもたねばならない²³⁾。

(1) 実験過程

(a) 凍結過程：材料の温度変化にともなう性質の変化

図-4 凍結過程



を考慮して、凍結のための温度制御は図-4のように行わねばならない。

(b) 負荷の算定および負荷法：この場合最大繰り数を観察しながら

ながら載荷することができないから、あらかじめ採取する截片の厚さを考えて、必要かつ十分な荷重を求め、Eの低下により変形が大きくなることに留意して正しい載荷を行わねばならない。

(c) 截片の採取：ノコギリの摩擦熱による応力が導入されないように心がけねばならない。

(2) 応力解析法 この場合も二次元の場合と同様に取扱うことができる。すなわち平衡方程式をたとえばx軸に沿つて積分して、

$$\sigma_x = (\sigma_x)_0 - \int_{x_0}^x \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dx - \int_{x_0}^x \frac{\partial z_{zx}}{\partial z} dx$$

$$= (\sigma_x)_0 - \sum \frac{d\tau_{yx}}{dy} \Delta x - \sum \frac{dz_{zx}}{dz} \Delta x \quad (16)$$

をうる。式中の τ_{yx} はxy平面上の積分経路を含む截片から垂直入射で二次主応力差をえて、その等傾線から二次主応力の傾きをえて、

$$\tau_{yx} = (\sigma_1' - \sigma_2') \sin 2\theta' / 2 \quad (17)$$

として求めることができる。 τ_{zx} についても同様である。特に主応力面截片を利用する場合には、その解析はいちじるしく簡単になる。なお自由境界応力は二重截片法、斜入射法で簡単に求めることができる²⁴⁾。

(3) 光弾性材料 さきに二次元光弾性実験に用いる模型材料の具備すべき性質について述べたが、さらにこのほか、三次元実験材料として必要な条件はつぎのようである。(1) 熱縁効果のないこと、(2) 凍結最適温度での適性係数 αE の高いこと、(3) 熱間強度が高く十分の繰り数がえられること、(4) 完全なエントロピー弾性を示すこと、(5) 二次転移域が常温とは適度にしかも明確に分離していること。

なお現在使用せられている、代表的な高分子材料の諸性質は表-2²⁵⁾のようである。

(4) 凍結三次元光弾性実験における誤差とその防止および補正法 凍結法を精度よく行うためには、つぎの事項に留意しなければならない。(1) 縁効果を避けること、(2) 薄い截片ほど厚さの測定を精密にする必要がある、(3) 截片の厚さが有限である影響を少くするためには、超薄片法や截片法での外挿法や削り落し法^{26), 27)}が有効である、(4) 截片が薄くなるほど繰り数が低下するから読み取り精度を上げる必要がある、(5) αE の低下

表一 高分子材料の光弾性的および力学的性質²⁵⁾

材 料 名	常 温			高 温				凍結最適温度 °C
	$\frac{dn}{\sigma}$ cm ² /dyne	α mm/kg	E kg/mm ²	$\frac{dn}{\sigma}$ cm ² /dyne	α mm/kg	E kg/mm ²	αE 1/mm	
ベークライト BT-61-893	$\times 10^{-12}$ 3.7	0.66	500	$\times 10^{-12}$ 94.6	17.0	0.77	13.1	125
フォステライト (アデピック)	—	—	—	139.2	25.0	0.81	20.2	$\cong 100$
クリストン	3.9	0.70	380	50.1	9.0	9.7	87	134
キャストライト	1.95	0.35	500	35.0	6.3	3.02	19.0	118
フェノール・フォルム・アルデヒド	5.3	0.96	408	161.4	29.0	1.82	53	120
エポキシ樹脂	5.2	0.94	302	225.0	40.5	1.56	63	120
ジアリルフタレート	3.7	0.67	390	40.8	7.35	6.57	48	(180)
スチレン・ジビニール・ベンゼン	1.1	0.19	290	371.0	66.7	0.26	17	130

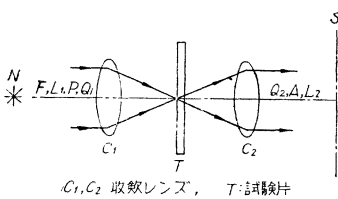
$$\alpha = \frac{1}{\lambda} \frac{dn}{\sigma} \times 0.980 \times 10^{15}, \quad \frac{dn}{\sigma}: \text{光弾性常数 (cm}^2/\text{dyne)}, \lambda: \text{光の波長 (\AA)}$$

により変形が大きくなるので、できるだけ大きい模型を使用し、縞次数の読取り精度を上げるほかに変形補正試験法^{26), 28)}, 変形外挿法²⁹⁾などを適用する必要がある, (6) 高いポアソン比 (0.5) の影響を補正するよい方法はないようである。

3. 収れん光法³⁰⁻³⁴⁾

この実験に用いる収れん光弾性装置は、図一5に示すように既述の平行偏光装置の試験片Tの前後に収れんレンズC₁, C₂を挿入して、Tに収れん光を投射しようとするもので、衝突上に現われる収れん光図は、ある一点に向つて種々の異なる方向より偏光が投射された場合の光路差が一つの縞図を形成しているものと考えられる。

図一5 収れん光弾性偏光器



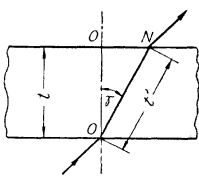
さてある応力状態にある一点の屈折率ダ円体についてはすでに記述したが、光軸角と重複屈折率および主応力の間には、

$$\begin{aligned} \sin^2 \Omega &= (n_2 - n_3) / (n_1 - n_3) = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3), \\ \cos^2 \Omega &= (n_1 - n_2) / (n_1 - n_3) = (\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 - \sigma_3) \end{aligned} \quad (18)$$

なる関係がある。また 図一1 に示す ON 方向に進む二偏光の屈折率差 (n₁' - n₂') は、

$$(n_1' - n_2') = (n_1 - n_3) \sin \theta_1 \sin \theta_2 \quad (19)$$

図一6



で与えられる。この場合切片の厚さを t, ON が法線 OO となす角を r とすれば(図一6 参照), 二平面偏光の光路差 J は、

$$\begin{aligned} J &= t(n_1' - n_2') / \cos r \\ &= t'(n_1' - n_2') \quad (20) \end{aligned}$$

となるから、上式より、

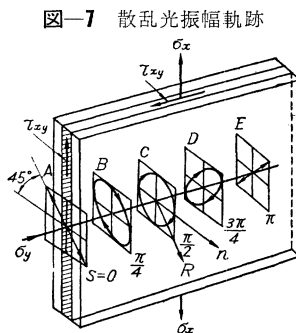
$$\begin{aligned} J &= Ct'(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta_1 \sin \theta_2, \text{ または,} \\ N &= \alpha t'(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta_1 \sin \theta_2 \quad (21) \end{aligned}$$

をうる。したがつて収れん光図より J(N), θ_1, θ_2 を測定すれば ($\sigma_1 - \sigma_3$) を求めうるし、また Ω が求まれば式 (18) より ($\sigma_2 - \sigma_3$), ($\sigma_1 - \sigma_2$) を計算することができる。

4. 散乱光法³⁵⁾⁻³⁹⁾

光は進路中の微粒子によつて散乱されるが、この方法は試験片内で散乱する偏光の状態よりその点の応力状態を解析しようとするものである。

図一7 散乱光振幅軌跡



平面応力をうけている試験片に、スリットを通した細い平面偏光の光帯を 図示 (ハッチ部分) のように入射し、その振動方向を応力面と 45° の傾きになるようにする。そして入射光に垂直で、かつ偏光の振動方向に平行 (暗視野) または垂直方向 (明視野) より散乱光の観察を行うものとする。いま入射平面偏光を A cos ωt で表わせば、入射点から l の距離における σ_x とこれに垂直な n 方向の二散乱平面偏光は、

$$\begin{aligned} x' &= kA \cos 45^\circ \cos(\omega t + \delta_1) = kA \cos(\omega t + \delta_1) / \sqrt{2} \\ n' &= kA \sin 45^\circ \cos(\omega t + \delta_2) = kA \cos(\omega t + \delta_2) / \sqrt{2} \end{aligned} \quad (22)$$

で表わされる。ここに k は散乱度であり、

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = 2\pi J / \lambda = 2\pi Cl \sigma_x / \lambda \quad (23)$$

である。したがつてこの二散乱光の合成振幅軌跡は、

$$\frac{x'^2}{(kA/\sqrt{2})^2} + \frac{n'^2}{(kA/\sqrt{2})^2} - \frac{2x'n'}{(kA/\sqrt{2})^2} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (24)$$

となり、一般にダ円となる。したがつて 図一7 の R 方向より観察すれば、散乱光振幅軌跡は図示のようになつて、明暗の縞を生ずる。それゆゑ距離 dl の間における縞次数の変化を dN とすれば、式 (23) より、

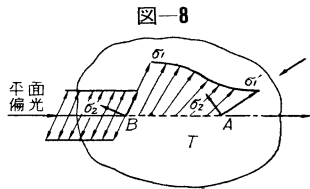
$$\sigma_x = \frac{\lambda}{C} \frac{dN}{dl} \quad (25)$$

として σ_x を求めることができる。なお一様な平面応力

面に垂直の方向から偏光を投射して同様の観察を行えば、

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{\lambda}{C} \frac{dN}{dt} \dots \dots \dots (26)$$

をうる。つぎに三次元応力状態の場合 ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ とする) には円偏光を使用し、その入射方向を種々変化し、 dN/dt が最大となる方向を見出せば、その方向が σ_2 の



方向であり、そのときの二次主応力差 ($\sigma_1' - \sigma_2'$) の値は、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を与える。つぎに 1/4 波長板を除いて入射点 B における境界応力の方向に振動する平面偏光を σ_2 の方向に入射させ、A 点が暗黒になる観測方向を見出せば、その方向が σ_1 、または σ_3 の方向となる。またさらに σ_1 の方向より円偏光を入射させて生ずる縞間隔より ($\sigma_2 - \sigma_3$) を求めることができる。

III. 光弾性の土木工学への応用

透明な等方等質体が応力の作用する状態で光弾性効果を呈する性質を利用して、上述のような応力解析法が確立せられているが、つぎにその土木工学方面への応用について記述しよう。この場合単純な平面応力問題たとえば単純バリ、片持バリ、ラーメン、トラス等に集中または分布荷重の作用する場合は、きわめて簡単にその応力解析を行うことができるので、ここでは実験を行うにあたって、多少とも工夫を必要とする問題について考察する。もつともダムのように、静水圧、堆砂圧、動水圧等が同時に作用する場合にはかなり複雑な分布荷重となるが、それでも適当な工夫を施せば比較的簡単に実験を行うことができる。森氏は⁴⁰⁾ スダレ状の載荷板と水銀圧を利用して重力ダムに種々の荷重を載荷し、興味ある結果を導いている。

(1) 流体問題の研究 種々のコロイド懸濁液が流動する際には複雑折現象を呈する。いま二次元流れにおいて n 方向に直角方向の流れの速さを u とし、これら互いに直角をなす二方向の屈折率を n_α, n_β とすれば次式が成立する。

$$n_\alpha - n_\beta = \mu\beta \frac{du}{dn} \dots \dots \dots (27)$$

ここに μ は液体の粘度、 β は粘性にもとづく光弾性効果を表わす常数である。したがって補整器を用いて ($n_\alpha - n_\beta$) を正確に測定すれば、この方面の問題がある程度明らかになる。(a) M.C. Sadron⁴¹⁾ は植物性油を用い開水路内の流速分布を求め、(b) また最近で H.J. Jessop⁴²⁾ は同心円状に配置せられた 2 コの円筒の中間に white hector bentonite を入れ、一方を固定し他方を回転して

光を軸方向に入射して、速度勾配や流線の方法などを求めている。

(2) 質量力による応力問題の研究 ダム、トンネル、長大トラス等重力または地震力によつてひき起される応力が、構造物の安全性を左右するいわゆる重量構造物は、つぎのような方法によつて取扱うことができる。

(a) Biot の方法⁴³⁾ : ある物体が X, Y なる質量力および \bar{X}, \bar{Y} なる周辺荷重をうける場合の応力状態は、境界力を $(\bar{X} - lV)$ ($\bar{Y} - mV$) とおきかえ、質量力の作用しない場合にひき起される応力分布、

$$\sigma_x' = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \sigma_y' = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \tau_{xy}' = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \dots \dots \dots (28)$$

を見出せば、

$$\sigma_x = x' + V, \sigma_y = \sigma_y' + V, \tau_{xy} = \tau_{xy}' \dots \dots \dots (29)$$

として求めることができる。ここに V はポテンシャルで $-\frac{\partial V}{\partial x} = X, -\frac{\partial V}{\partial y} = Y, l, m$ は境界の法線の方向余弦である。この考え方にしたがつて、高田氏⁴⁴⁾ は特に光弾性感度の高い材料の製作を試み、 $\alpha = 55 \text{ kg/mm}$ 、 $E = 0.30 \text{ kg/mm}^2$ の高感度材料をえて重力ダムの模型を造り、これを水銀中に浸漬して自重による堤内応力を求めている。

(b) 遠心法: 従来の光弾性装置の載荷ワクの代りに遠心機を用い模型を遠心力の場内に置き、これを偏光器によつて観察すれば質量力による応力の解析ができる。この場合模型と実物の寸法比: $1/s$ 、応力比: σ'/σ 、比重の比: $k = \rho'/\rho$ とし、回転半径: $r \text{ cm}$ 、毎秒回転数: n 、重力加速度: $g \text{ cm/sec}^2$ とすれば、

$$\sigma'/\sigma = 4 k \pi^2 r n^2 / s g \dots \dots \dots (30)$$

なる関係が成立する。筆者^{45)~47)} はすでにこの方法によつて多くのダム応力の解析を行った。

(c) 加速法: 最近 P. Locatelli⁴⁸⁾ は溝の間を動くワクに模型を取りつけて、これを強いゴムひもの弾力を利用して発射し、重力を強めた力の場における模型の応力縞をストロボフラッシュで瞬間撮影している。

以上の実験法はいずれも多くの応力縞を生ぜしめるいわゆるフリッジ法であるが、微小な縞次数の測定をいとわなければ、ゼラチン模型によつてその目的を達成することができる。

(3) 鉄筋およびプレストレスト コンクリート構造の研究 これらの構造物の弾性領域における応力問題はコンクリートに対して Araldite Casting Resin Type D、鉄筋またはプレストレス筋に対して、アルミニウム線を使用して模型を製作し、光弾性学的に研究することができる。筆者ら⁴⁹⁾ は、この方法により鉄筋コンクリートバリ、直筋および曲筋プレストレストバリ、プレストレストまくら木およびラーメンに関する実験を行い、かなり良好な結果をえている。

(4) 薄板の曲げ応力および座屈問題の研究 曲げモ

ーメントをうける薄板の問題は、応力の直線分布を仮定すれば既述の積層法によつて実験的研究を行うことができる。いま単純曲げをうける板について、 M : 曲げモーメント, I : 断面二次モーメント, $2h$: 板厚, α : 光弾性感度とすれば(II. 1. (5) 参照), 観察される縞次数 N は,

$$(1) \text{ の場合, } N = \alpha Mh^2/I,$$

$$(2) \text{ の場合, } N = Mh^2(\alpha_1 - \alpha_2)/2I \dots\dots\dots(31)$$

となる。なおタワミが板厚と同程度またはそれ以上となる場合には、直応力の和は 0 とならないので、このときには単層法による直応力の解析を同時に行わねばならない。このようにすれば板の座屈問題を取扱うことができる。なお最近普及しつつある箱桁についても同様にして光弾性法による応力解析が可能である。

(5) 溶接構造物や地下構造物(たとえば地下発電所)等に関する研究 上述の積層法の場合と同じように接着法によれば、機械加工のみでは製作不能の種々の模型についての実験を行うことができる。たとえば溶接構造は種々の板の接着により、また地下発電所模型はブロックを切断して所要の加工を施して、これを接着すれば容易にえられるので、これらに二次元法あるいは凍結法を適用すればよい。この場合接着によつて光弾性縞のかく乱を起さないように、ポリ付加系または重合系の材料を選び、母体のプレポリマーまたはモノマーで接着しなければならない。河田氏^{50), 51)}は三角リブをもつハリや球窩周辺応力分布に関する興味ある研究を行っている。

(6) 衝撃応力の研究 棒⁵²⁾, ハリおよび円環^{53), 54)}に衝撃力が作用した場合に生ずる弾性波の伝播や反射状況は、露出のきわめて短かい光弾性流し写真でとらえることができる。これによつて衝撃速度と継続時間の関係や反射の法則、動的応力状態が明らかになる。土木工学の分野では特に衝撃応力が問題となることは少ないが、それでも各種構造物の振動時における応力の研究は、今後さかんになるものと考えられる。

(7) 光塑性の応用 一般構造物の塑性変形や弾塑性状態にある基礎内の応力解析を光弾性法と同じように取扱うためには、対象とする材料と同一の応力ヒズミ関係をもつ模型材料を使用する必要がある。たとえば金属にみられる塑性流動を行う高分子材料としては、エチルメタアクリレート、セルロイド、塩化ビニール、特殊ナイロン等があり、最近これらの材料のもつ光塑性特性の基礎的研究がさかんに行われている。現在塑性領域における光塑性効果が完全に明らかにされているわけではないが、筆者らはポリスチロールが粘土とよく似た力学的性質をもっていることから、粘土地盤の研究を行い、塑性領域の発達過程や滑り面の発生等に関する研究を行っている。

(8) 粉体または粒体内の応力測定への応用 粉体ま

たは粒体、たとえば砂などの内部応力を測定するために、種々の土圧計が用いられているが、これらはその機構上からかなりの大きくなり、小さな模型実験に使用することができない。この点を考え筆者ら⁵⁵⁾は外径 3 mm, 内径 1.2 mm, 長さ 6 mm の中空円柱体試験片を光弾性材料で製作し、これを砂中に埋設して、凍結法または透過法によつて試験片に作用する主応力方向とその大きさを求め、ある程度信頼しうる結果をえた。

(9) 現場における応力測定への応用 ダム、トンネル覆工等のコンクリート構造物の応力や盤圧を長年観測するために、筆者ら⁵⁶⁾は偏光器を利用する方法の研究を行った。この方法は、まず小さな一面に銀メッキを施した光弾性試験片(中空または中実円柱、直方体またはその薄片)を応力を測定しようとする物体表面に埋設または接着する。物体に応力が作用してのち携帯用の反射式光弾性装置により、試験片の底面銀メッキ面で反射して、かえつてくる偏光を観察して試験片の応力状態を知り、あらかじめ行つた検定の結果を参照して、物体の応力を間接的に求めようとするものである。筆者らは全長 102 mm, 重量 280 g の小型反射式偏光器を製作し、ダムや鉄柱の応力測定を行い、注目すべき成果をあげている。


以上のほかに光弾性の土木工学への応用はきわめて広く、すべてをここに紹介しつくすことはできないが、なお若干の補足を行えば、試算荷重ねじり解析法の適合性を検照するための重力ダムの凍結三次元応力解析⁵⁷⁾, リベットおよびボルト継手部の応力解析⁵⁸⁾, 地山に石コウ材料を用いたトンネル覆工の応力解析⁵⁹⁾, 切欠周辺の応力集中問題⁶⁰⁾等の諸研究では、いずれも光弾性法は独得の特徴を発揮してその真価を示している。このように光弾性実験法は今後さらに広い分野に適用せられ、土木工学の発展にますます貢献するものと信ずる。

参 考 文 献

- 1) A. Fresnel: Ann. Chim. Phys., **20**, 376, 1822
- 2) L.N.G. Filon: Phil. Mag., **22**, No.145, 187, 1936
- 3) 奥田克己: 造船協会会報, No.56, 1935
- 4) M.M. Frocht: Photoelasticity, **1**, 189~214, 1941
- 5) H.L. Tardy: Revue: d'Optique, **8**, 59~69, 1929
- 6) F. Tank: Helvetica Physica Acta, **9**, 611~616, 1936
- 7) E.G. Coker & L.N.G. Filon: A Treatise on Photoelasticity, 172, 1931
- 8) A.V. de Forest & A.R. Anderson: J. Appl. Mech., **3**, No.4, 152, 1941
- 9) R.W. Vose: J. Appl. Mech., Trans. ASME, **2**, No.3, 99, 1935
- 10) M.M. Frocht: J. Appl. Phys., **10**, No.4, 248~257, 1939
- 11) D. Sinclair & P.B. Bucky: Am. Inst. Mining and Met. Eng., 1140, 1940
- 12) cite 7), §.2-29~2-31
- 13) H. Favre: Revue d'Optique, **8**, No.5,6,7, 193,241,289, 1929
- 14) C. Fabry: Comptes Rendus, No.190, 457~460, 1930
- 15) D.C. Drucker: J. Appl. Mech., Trans. ASME, **10**, No.3, 156~160, 1943
- 16) 応力測定技術研究会: 応力測定法, 574, 1955
- 17) Z. Tuzi: Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res., **7**, 97, 1927
- 18) A. Mesnager: Comptes Rendus, No.190, 1249, 1930

- 19) G. Mabboux: Revue d'Optique, 11, 501, 1932
- 20) H. Favre: Comptes Rendus, 190, 1182, 1930
- 21) J.N. Goodier & G.H. Lee: J. Appl. Mech., 8, 27, 1941
- 22) A. Kuske: Z. VDI, 94, 745, 1952
- 23) 河田幸三・辻 二郎: 科学研究所報告, 29, 1, 372, 1953
- 24) R.B. Heywood: Designing by Photoelasticity, 134~135, 1952
- 25) cite 16), 630
- 27) 西田正孝・本堂 実: 科学研究所報告, 30, 7, 1954
- 27) M.M. Frocht: Photoelasticity, II, 410, 1948
- 28) cite 27), 373
- 29) K. Kawata: Proc. 4th. Japan Nat. Cong. Appl. Mech., 1954
- 30) R. Hiltsher: Forsch. Ing.Wes., 9, 91, 1938
- 31) R. Hiltsher: Forsch. Ing. Wes., 15, 12, 1944
- 32) A. Kuske: Z. VDI, 86, 541, 1942
- 34) 湯浅龜一・山本勝郎: 日本機械学会誌, 51, 223, 304, 357, 1948
- 34) 国尾 武: 日本機械学会誌, 58, 593, 1955
- 35) R. Weller: J. Appl. Phys., 10, 266, 1939
- 36) R. Weller: J. Appl. Phys., 12, 610, 1941
- 37) H.J. Menges: Zeits. f. angew. Math. u. Mech., 20, 210, 1940
- 38) G. Oppel: Z. V.D.I., 85, 645, 1941
- 39) H.H. Tesson: Brit. J. Appl. Phys., 2, 249, 1951
- 40) 森 忠次: 土木学会論文集, No.39, 38~44, 1956
- 41) M.C. Sadron: Comptes Rendus, No.197, 1293, 1933
- 42) Colloquium on Photoelasticity & Photoplasticity, Brussels, 1954
- 43) M.A. Biot: J. Appl. Mech., 57, No.2, 41~45, 1935
- 44) 高田孝信・他: 土木研究所報告, No.92, 1~13, 1956
- 45) 丹羽義次: 土木学会誌, 39, No.4, 24~29, 1954
- 46) 丹羽義次: 土木学会誌, 39, No.3, 16~22, 1954
- 47) 丹羽義次・林口眺万: 土木学会論文集, No.29, 1~8, 1955
- 48) cite 42)
- 49) 丹羽義次・山下 章: セメント・コンクリート, No.121, 2~7, 1957
- 50) 河田幸三・横田清義・辻 二郎: 科学研究所報告, 31, 96~102, 1955
- 51) 河田幸三: 科学研究所報告, 30, 271~278, 1954
- 52) cite 42), M.M. Frocht
- 56) 辻 二郎・西田正孝: 理化学研究所集報, 12, 13, 15, 57, 148, 905, 1933, 1934, 1936
- 54) 西田正孝: 理化学研究所集報, 16, 719, 1937
- 55) 丹羽義次, 林口眺万: 京大工研集報, 9, 13, 1956
- 56) Y. Hiramatsu, Y. Niwa, Y. Oka: Tech. Rep. Eng. Res. Inst. Kyoto Univ., III, No.3, 1957
- 57) Y. Niwa, C. Mori: Proc. 6th. Japan Nat. Cong. Appl. Mech., 121~124, 1956
- 58) 西田正孝: 科学研究所報告, 25, 28, 295, 30, 1949, 1952
- 59) 林口眺万・山下 章: 発電水力, 5, No.16, 2~7, 1955
- 60) 西田正孝: 理化学研究所集報, 23, 168, 283, 1944

土木建築設計施工
建設大臣登録(二)第8号



西松建設株式会社

取締役社長 西松三好

本社 東京都港区芝西久保桜川町13 電話 芝(43) 代表4101~10・3552
支店 東京・仙台・大阪・福岡・高松

セメントコンクリート 11月号 No.129

コンクリート骨材特集

B5判 166ページ
特価1部150円〔〒20円〕
(10部以上まとめて御注文)
(のときは送料不要)

—内 容—

<ul style="list-style-type: none"> ・わが国最近のコンクリート骨材事情 ・地質学並びに岩石学的に見たコンクリート用骨材 ・コンクリートに及ぼす骨材性質の影響 ・現在わが国各地方に生産せられる骨材 ・品質管理上から見た骨材についての注意事項 ・笹川ダムにおける骨材の製造 ・軽量骨材 ・放射線遮蔽用骨材 ・川砂利から碎石へ(鉄筋コンクリート建物への碎石の利用) ・海岸砂の利用と塩分含有量 ・高炉スラグ碎石のコンクリート骨材への利用 ・骨材の試験 ・骨材に関する文献 ・骨材関係の特許実用新案抜萃 	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">通産省窯業建材課</td> <td style="width: 30%;">山本源一郎氏</td> </tr> <tr> <td>建設省土木研究所</td> <td>小野寺透氏</td> </tr> <tr> <td>北海道大学</td> <td>横道英雄氏</td> </tr> <tr> <td>建設省各地方建設局7ヶ所</td> <td></td> </tr> <tr> <td>国鉄施設局土木課長</td> <td>坂本貞雄氏</td> </tr> <tr> <td>福井県真名川開発建設事務所長</td> <td>井上清太郎氏</td> </tr> <tr> <td>建設省建築研究所</td> <td>平賀謙一氏</td> </tr> <tr> <td>日本セメント株式会社研究所</td> <td>佐治健治郎氏</td> </tr> <tr> <td>東京大学</td> <td>浜田稔氏</td> </tr> <tr> <td>明治大学</td> <td>狩野春一氏</td> </tr> <tr> <td>八幡製鉄株式会社</td> <td>中村清氏</td> </tr> <tr> <td>日本鋼管株式会社</td> <td>栗山俊次氏</td> </tr> <tr> <td>建設省土木研究所</td> <td>伊東茂富氏</td> </tr> <tr> <td>建設省土木研究所</td> <td>山田順治氏</td> </tr> <tr> <td>“建築研究所</td> <td>白山和久氏</td> </tr> <tr> <td>特許庁無機材料課</td> <td>小松秀岳氏</td> </tr> </table>	通産省窯業建材課	山本源一郎氏	建設省土木研究所	小野寺透氏	北海道大学	横道英雄氏	建設省各地方建設局7ヶ所		国鉄施設局土木課長	坂本貞雄氏	福井県真名川開発建設事務所長	井上清太郎氏	建設省建築研究所	平賀謙一氏	日本セメント株式会社研究所	佐治健治郎氏	東京大学	浜田稔氏	明治大学	狩野春一氏	八幡製鉄株式会社	中村清氏	日本鋼管株式会社	栗山俊次氏	建設省土木研究所	伊東茂富氏	建設省土木研究所	山田順治氏	“建築研究所	白山和久氏	特許庁無機材料課	小松秀岳氏
通産省窯業建材課	山本源一郎氏																																
建設省土木研究所	小野寺透氏																																
北海道大学	横道英雄氏																																
建設省各地方建設局7ヶ所																																	
国鉄施設局土木課長	坂本貞雄氏																																
福井県真名川開発建設事務所長	井上清太郎氏																																
建設省建築研究所	平賀謙一氏																																
日本セメント株式会社研究所	佐治健治郎氏																																
東京大学	浜田稔氏																																
明治大学	狩野春一氏																																
八幡製鉄株式会社	中村清氏																																
日本鋼管株式会社	栗山俊次氏																																
建設省土木研究所	伊東茂富氏																																
建設省土木研究所	山田順治氏																																
“建築研究所	白山和久氏																																
特許庁無機材料課	小松秀岳氏																																

発行所 社団法人 **日本セメント技術協会**
東京都港区赤坂台町1番地
振替東京196803 電赤坂(48) 8541~3