

直交異方性板の曲げ理論とその応用

成 岡 昌 夫*

構造物の実験的研究あるいは設計の面において、「直交異方性板」という言葉が、最近よくでてくるようになった。ここでは、直交直方性板の曲げ理論とその応用について、広くかつ浅く述べたいと思う。

1. 直交異方性板の曲げ理論の歴史

等方性（方向によつて性質の差がない）板のタワミ曲面の微分方程式は、1811年 J.L. Lagrange によつて誘導された。以後、多くの研究者によつて、種々の荷重状態および境界条件に対して解かれ、ほとんど解明つくされているといつても過言でない。これに対して、等厚の直交異方性板（直交二方向で性質の異なる板）のタワミ曲面の微分方程式は、1923年 M.T. Huber によつて求められた。この問題は、その後、土木構造工学の方面ではあまりかえりみられなかつたようであるが、戦後再びとりあげられ、注目されるようになった。

すなわち、M.T. Huber がかつて論じたように、RC床板そのものを直交異方性板とみなすことより一歩進んで、最近では、たとえば、桁橋構造全体を直交異方性板とみなして解析することが行われるようになった。この方面にまず貢献したのは、Y. Guyon および Ch. Massonnet であり、かれらの解析結果を応用して、P.B. Morice, G. Little および K. Sattler は、模型単純格子桁および模型ゲルバー格子桁の実験結果を説明している。なお、A. Pflüger, W. Cornelius, K. Trenks などが、この方面の貢献者としてあげられる。

これに対して、わが国では、構造工学で田原、成岡、米沢、鈴木、針ヶ谷、足立らが、模型桁橋構造および実在の桁橋の載荷実験の解析、固有振動周期の解析などに、この理論を応用している。

また、橋梁の設計面では、まず鋼床板の設計に、さらには、桁橋構造全体を直交異方性板とみなして設計計算を進めるというように、応用されている。

2. タワミ曲面の微分方程式の誘導¹⁾

等厚の直交異方性板について誘導しよう。図-1において、次のように記号を定める。

x, y, z : 座標軸 (xy 面は板の中立面に一致する。また x, y 軸は、板の異方性の主軸に平行であるとする)。

$dx \cdot dy \cdot h$: 微小六

面体要素、

w : 中立面のタワ

ミ、

$(EJ)_x \{ (EJ)_y \}$:

$x(y) = \text{const.}$ の断面

の単位長さについて

求められた、 $xz(yz)$

面内の曲げに関する

曲げ剛性、

$1/\rho_x(1/\rho_y) = xz(yz)$ 面内の曲げの曲率、

$\nu_x(\nu_y) = x(y)$ 方向のポアソン比、

$M_x(M_y) = dy \cdot h(dx \cdot h)$ 面の単位長さあたりに作用する曲げモーメント。

まず、簡単な考察より、次の関係が得られる。

$$\frac{1}{\rho_x} = \frac{M_x}{(EJ)_x} - \nu_y \frac{M_y}{(EJ)_y} = - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

$$\frac{1}{\rho_y} = \frac{M_y}{(EJ)_y} - \nu_x \frac{M_x}{(EJ)_x} = - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.$$

従つて、次の関係式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -B_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\ M_y &= -B_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

$$B_x = \frac{(EJ)_x}{1 - \nu_x \nu_y}, \quad B_y = \frac{(EJ)_y}{1 - \nu_x \nu_y} \dots \dots \dots (2)$$

B_x, B_y を板剛度という。なお、Maxwell-Betti の相互作用の法則から、

$$B_x \nu_y = B_y \nu_x \dots \dots \dots (3)$$

である。次に振りモーメントは、等方性板の場合 ($B_x = B_y = B$) には、 $M_{xy} = -B(1-\nu)(\partial^2 w / \partial x \partial y)$ で表わされるが、異方性板の場合に対しては、上式の B, ν の代わりに、 $\sqrt{B_x B_y}, \sqrt{\nu_x \nu_y}$ を用いることにする。従つて、異方性板の振りモーメントは、

$$\left. \begin{aligned} M_{xy} &= -2C \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \\ 2C &= (1 - \sqrt{\nu_x \nu_y}) \sqrt{B_x B_y}. \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

で表わされる。

次に $dy \cdot h(dx \cdot h)$ の面に作用するせん断力は

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y}$$

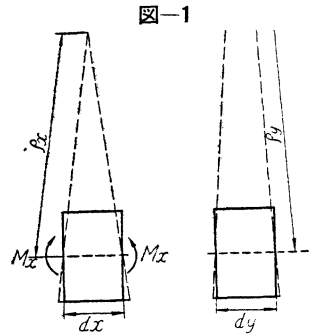


図-1

* 正員 工博, 京都大学教授, 工学部土木工学教室

$$\left. \begin{aligned} &= -B_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - (B_x \nu_y + 2C) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} \\ Q_y &= \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \\ &= -B_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - (B_y \nu_x + 2C) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x^2} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

さて、荷重を $q(x, y)$ で表わせば、 z 方向の力の釣合条件 $q(x, y) + (\partial Q_x / \partial x) + (\partial Q_y / \partial y) = 0$ より

$$\left. \begin{aligned} B_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + B_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^4} &= q(x, y), \\ 2H &= (B_x \nu_y + B_y \nu_x) + 4C \end{aligned} \right\} (6)$$

が得られる。これが所要の微分方程式である。

もし、等方性板の場合には、 $(EJ)_x = (EJ)_y = EJ$ 、 $\nu_x = \nu_y = \nu$ となるから

$$B_x = B_y = B = H = EJ / (1 - \nu^2), \quad 2C = (1 - \nu)B$$

となり、既知の等方性板の場合の公式と一致する。

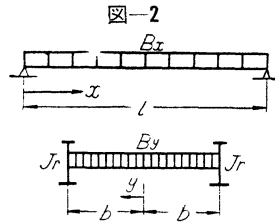
なお、直交異方性板の場合の反力は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} V_x &= Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \\ &= -B_x \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{4C}{B_x} + \nu_y \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} \right\}, \\ V_y &= Q_y + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} \\ &= -B_y \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \left(\frac{4C}{B_y} + \nu_x \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} \right\}. \end{aligned} \right\} (7)$$

3. 微分方程式の解²⁾

微分方程式 (6) を解くには、式 (6) の特解と、同次微分方程式 $B_x (\partial^4 w / \partial x^4) + 2H (\partial^4 w / \partial x^2 \partial y^2) + B_y (\partial^4 w / \partial y^4) = 0$ の解を組みあわせ、この解に含まれる積分常数を、与えられた境界条件のもとで求めると、タワミ曲面 w が得られる。また、これから、断面力 M, Q, V が、式 (1), (5), (7) を用いて求められる。しかし、等方性板の場合とは異なり、 H^2 と $B_x B_y$ との大小、すなわち $\kappa = H / \sqrt{B_x B_y} \cong 1$ により、解の形が違ってくる。

いま、直交異方性板が、図-2 のように、 $x=0, x=l$ の二辺で単純支持されるものとするれば、 $w = \Sigma f(y) \cdot \sin(n\pi x/l)$ とおける。この $f(y)$ の形を求め



てみよう。まず、次のような記号を用いる。

$$\alpha = (n\pi/l) (B_x/B_y)^{1/4}, \quad \beta = \alpha / \sqrt{2}, \quad \kappa = H / \sqrt{B_x B_y},$$

$$r, \varepsilon = \{ \kappa \pm \sqrt{\kappa^2 - 1} \}^{1/2}, \quad \theta, \varphi = \{ (1 \pm \kappa) / 2 \}^{1/2}.$$

- a) $\kappa > 1$ の場合³⁾
 $f(y) = A \cosh r\alpha y + B \sinh r\alpha y + C \cosh \varepsilon\alpha y + D \sinh \varepsilon\alpha y \dots (8)_1$
- b) $\kappa = 1$ の場合⁴⁾

$$f(y) = A \cosh \alpha y + B \sinh \alpha y + C \alpha y \cosh \alpha y + D \alpha y \sinh \alpha y \dots (8)_2$$

- c) $\kappa < 1$ の場合¹⁾
 $f(y) = A \cosh \theta\alpha y \cos \varphi\alpha y + B \sinh \theta\alpha y \cos \varphi\alpha y + C \cosh \theta\alpha y \sin \varphi\alpha y + D \sinh \theta\alpha y \sin \varphi\alpha y \dots (8)_3$

- d) $\kappa = 0$ の場合¹⁾
 $f(y) = A \cosh \beta y \cos \beta y + B \sinh \beta y \cos \beta y + C \cosh \beta y \sin \beta y + D \sinh \beta y \sin \beta y \dots (8)_4$

さて、W. Cornelius¹⁾ は、b) の場合については、 $\nu_y B_x = \nu_x B_y$ とし、c), d) の場合については、 $\nu_x = \nu_y = 0$ と仮定して、上記の $w = \Sigma f(y) \sin(n\pi x/l)$ をはじめとし、これより誘導される M, Q, V などの式を求め、これに含まれる積分常数を、任意の位置にある荷重 (正弦荷重, 等分布荷重, 三角形分布荷重, 集中荷重) に対して求め、計算式の一覧表をつくっている。

4. B_x, B_y, C および H の値の決定⁵⁾

直交異方性板として考えられる土木構造物としては、a) 直交する二方向に鉄筋で補強された RC 床板、b) リブプレート、c) 波板、d) 格子桁などがあげられる。

a) 直交二方向に鉄筋で補強された RC 床板

主 (配力) 鉄筋を $x(y)$ 方向とし、普通には、応力状態 I_a (コンクリートの全断面が有効に働かし、ヤング係数が引張および圧縮に対して同一と仮定しうる) に対して計算し、次のようにする。

$$(EJ)_x = E_b J_x, \quad J_x = J_{bx} + n J_{ex},$$

$$(EJ)_y = E_b J_y, \quad J_y = J_{by} + n J_{ey}.$$

ここで、 $J_b (J_e)$ はコンクリート (補強鉄筋) の慣性モーメントを表わす。また、 $n = E_s / E_b = 10$ と仮定する。さらに、 ν_x, ν_y としては、鉄筋比がそうたいして大きくない場合には、 $\nu_x = \nu_y = \nu_b = 1/6$ とする。この場合には $2H = (B_x \nu_y + B_y \nu_x) - 2(1 - \sqrt{\nu_x \nu_y}) \sqrt{B_x B_y} = 2\sqrt{B_x B_y} + (\sqrt{B_x \nu_y} - \sqrt{B_y \nu_x})^2 = 2\sqrt{B_x B_y}$ となり、 $\kappa = 1$ とおくことができる。応力状態 I_a では、 $B_x/B_y \cong 1.3$ ($B_y/B_x \cong 0.8$) 程度であるが、応力状態 II (引張側に亀裂が入り、 $n=15$ となる状態) においては、 $B_x/B_y > 2$ となる。また、 C の値は応力状態 I_b (コンクリートの全断面が動くが、曲げ引張に対するコンクリートのヤング係数が曲げ圧縮のヤング係数の 0.4 倍の状態) では I_a より小さく、応力状態 II では、さらに小さくなる。

b) リブプレート (Rippenplatten)

図-3 において、リブが x 軸に平行な方向にのみ等間隔にかつ比較的せまい間隔にあるものとする。この場合には、 $B_x > B_y$ で、かつ $\nu_y \cong 0$ とおいて、 $B_x = (EJ)_x$ とおくことができる。

さて、 B_y については、板そのものの B_y よりも大きく、次式によつて求めることができる。

$$c/B_y = (c-b)/B_y P + b/B_y'$$

上式において、 $B_y P$ は板のみの板剛度、 B_y' はリブの高さだけ補強された板の板剛度である。また振り剛性については、次式で求める。

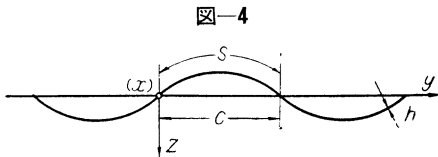
$$2C = 2CP + CR/c$$

ここで、 $2CP$ はリブのない板の振り剛性、 CR はリブだけの振り剛性である。

リブプレートの場合には、 $\kappa > 1$ である。

(c) 波板

図-4 の波板では、 $B_x \gg B_y$ である。従つて、 $\nu_y = 0$



とおいて、 $B_x = (EJ)_x = EJ_x$ (ここで J_x は波板の半波形の部分の板の y 軸についての慣性モーメントを c で割つたものである) とする。また、 $B_y = (c/s) \cdot Eh^3/12(1-\nu^2)$ とする。ここで、 $E(\nu)$ は波板材料のヤング係数(ポアソン比)である。また振り剛性については、 $2C = (s/c) \cdot 2G \cdot (h^3/12) = Esh^3/12c(1+\nu)$ とする。

M.T. Huber によれば、波板に対しては、 $H = 2C$ とおき、 $\nu_x = \nu_y = 0$ と仮定する。従つて、 $M_x = -B_y(\partial^2 w / \partial x^2)$ 、 $M_y = -B_y(\partial^2 w / \partial y^2)$ と簡単におくことができる。

波板の場合には、 $\kappa < 1$ である。

(d) 格子桁

図-5 の場合には、個々の桁の慣性モーメント、振り剛性を J_x, J_y, C_x, C_y とすれば、

$$B_x(EJ)_x = EJ_x/c_x, \quad B_y(EJ)_y = EJ_y/c_y,$$

$$2H = 4C = (C_x/c_x) + (C_y/c_y).$$

$$(\nu_x = \nu_y = 0 \text{ と仮定する})$$

床板が桁に合成されていない鋼格子桁では、上式に従つて計算てよろしい。床板が桁に合成されている場合には、 B_x, B_y は一般には上式で計算してよいが、 $1 > \kappa > 0$ となる。

最近の長大プレートガーダー橋で床板兼上フランジとして用いられている鋼床板では、一般に $0 < \kappa < 1$ である。Köln-Mülheim 橋(吊橋)の補剛桁の鋼床板は、12 mm 鋼板を 180/8 の球鋼板(Wulstfachstahl)の縦補剛材(間隔 305 mm)、高さ 900 mm の横補剛材(間隔

1770 mm)に

よつて補強した板であつて、実験の結果、対称(縁)荷重の場合には、 $\kappa = 1/3(1/6)$ と仮定した計算値が実測値ともつともよくあうことが確かめられた⁶⁾。また Kurpfalz 橋

(三スパン連続桁橋)の鋼床板(詳細は 10. 参照)の実験では、 $\kappa = 1$ と仮定した計算値と実測値とを比較しているが、計算値は実測値を少し上まわつており、 κ をもう少し小さく仮定する方が好ましいと思われる⁶⁾。

鋼床板における κ の値は、多くの実験例を参照して、適当にきめているようである。なお、著者も二辺単純支持、二辺自由の鋼床板の載荷実験を行つたことがあるが、 κ の値は 1/6~0.4 の間を適当にとつてよいようであり、 κ のこの範囲の値の大小はそう影響しない⁷⁾。なお、後述する東京都の新六の橋の鋼床板の実大単独板の載荷実験によれば、 $\kappa = 0.3$ ぐらいが適当であるとしている³²⁾。

なお、最近では、縦補剛材の断面形として、Weser Porta の橋に用いられた中空断面材は、注目に値する。この計算法については、後で少しふれる。

5. 諸外国における研究

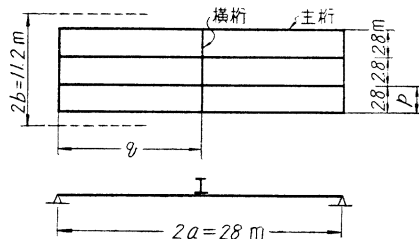
W. Cornelius の研究は、わが国でもあまりにも有名となつているから省略する。

(a) Y. Guyon⁸⁾, Ch. Massonnet⁹⁾ の研究

桁橋構造を直交異方性板とみなして、Y. Guyon は $\kappa = 0$ の場合について、Ch. Massonnet は $0 < \kappa \leq 1$ の場合について、研究を行つた。たとえば、図-6 のような桁橋構造について、次の値を求める。

$$\theta = (b/2a)^{1/4} \sqrt{B_x/B_y} = (b/2a)^{1/4} (I_q/J_b)^{1/4},$$

図-6



$$\kappa = H/\sqrt{B_x B_y} = G\{(I_0/p) + (J_0/q)\}/2E(IJ/pq)^{1/2}$$

ただし、

EI, GI_0 : 橋軸方向の主桁の曲げ剛性, 捩り剛性,

EJ, GJ_0 : 橋軸と直角方向の横桁の曲げ剛性および捩り剛性,

p, q : 主桁および横桁の間隔,

$2b, 2a$: 有効幅員およびスパン.

次に、桁数 n の桁橋を直交異方性板とみなし、ある点に集中荷重 P が作用した場合のタワミと、各桁に集中荷重 P/n が作用し、等しくたわむときのタワミとの比を K で表わす。

Y. Guyon と Ch. Massonnet は、荷重位置を $(-b, -3b/4, -b/2, -b/4, 0, b/4, b/2, 3b/4, b)$ とかえて、 $f = (0, b/4, b/2, 3b/4, b)$ における K の値を、 θ のいろいろの値について求め、これを表および図で示した。

このようにして、 $\kappa = 0$ および $\kappa = 1$ の場合の K の値、すなわち、 K_0 および K_1 を求めておくと、任意の κ の値の場合の K の値は、

$$K_\kappa = K_0 + (K_1 - K_0)\sqrt{\kappa} \dots \dots \dots (9)$$

によつて、十分正確に近似しうることを示した。

この近似の程度を一例で示せば、次のようである。すなわち、図-5 のような四主桁一横桁の鉄筋コンクリート格子桁を例にとり、次の与えられたデータにより、 θ , κ を計算する。

- a) 床板 20 cm, 主桁断面 65/200, 横桁断面 50/80,
- b) 主桁, 横桁のフランジの有効幅 2.65 m,
- c) 主桁間隔 $p = 2.80$ m, 横桁間隔 $q = 14$ m,
- d) 主桁, 横桁の慣性モーメント $I = 0.680$ m⁴, $J = 0.397$ m⁴,
- e) 主桁, 横桁の慣性極モーメント $I_0 = 0.146$ m⁴, $J_0 = 0.062$ m⁴, $G = 0.5E$,
- f) $\kappa = \{(0.146/2.80) + (0.062/14.0)\}/4\{(0.680/2.80)(0.397/14.0)\}^{1/2} = 0.171$,
 $\sqrt{\kappa} = 0.414$,
- g) 有効幅員 $2b = 4 \cdot 2.8 = 11.2$ m,
- h) $\theta = (5.6/28.0) \cdot (0.680 \cdot 14.0/0.397 \cdot 2.80)^{1/4} = 0.317$.

表-1 図-1 の格子桁の $f = b/4$ の桁(中桁)における分布係数 K の計算表

荷重位置	b	$3b/4$	$b/2$	$b/4$	0	$-b/4$	$-b/2$	$-3b/4$	$-b$
K_0	1.66	1.51	1.35	1.23	1.06	0.88	0.63	0.39	0.18
K_1	1.04	1.06	1.07	1.07	1.02	0.97	0.93	0.88	0.83
$K_1 - K_0$	-0.62	-0.45	-0.28	-0.16	-0.04	0.09	0.30	0.49	0.65
$(K_1 - K_0)\sqrt{\kappa}$	-0.26	-0.19	-0.12	-0.07	-0.02	0.04	0.12	0.20	0.27
K_κ (近似値)	1.40	1.32	1.23	1.16	1.04	0.92	0.75	0.59	0.45
K_κ (正解値)	1.41	1.33	1.26	1.16	1.04	0.90	0.76	0.60	0.42

註: K_0, K_1 は Guyon, Massonnet の表あるいは図から求める(文献 8), 9), 10), 11) 参照)

これらの値をもとにして、 $f = b/4$ における K_κ の値を計算するには、表-1 のようにする。すなわち $\kappa = 0$ および $\kappa = 1$ の場合の $f = b/4$ に対する K の値(荷重位置をかえて)を求め(Guyon, Massonnet の表あるいは図より)、以下公式に従つて、表-1 のように計算を進める。表の K_κ の正解値は捩り剛性を考慮した格子桁の計算法 {K. Jäger, Österr. Bauzeitschrift, 8 (1953), S. 58 および H. Beer, u. F. Resinger, Nachr. d. Österr. Betonvereins, 14 (1954), S. 13.} に従つて求めたものである。

(b) P.B. Morice, G. Little の実験的研究¹⁰⁾

両氏は、主桁数 4 本(スパン 20') 横桁数 3 本(横桁間隔 5'-0") の矩形断面 PC 単純格子桁(床板なし)の載荷実験および主桁数 4 本(スパン 6'-8") 横桁数 9 本(横桁間隔 1'-8", 1 スパンについて 3 本, 支点上 3 本計 9 本)の矩形断面 PC 連続格子桁(床板なし)の載荷実験を行い、その実測結果を、Y. Guyon および Ch. Massonnet の表および上記 K_κ の公式から求めた計算値と比較している。なお、T 形断面、箱断面の場合の実験結果が、続いて発表されるはずになっている。

(c) K. Sattler の実験的研究¹¹⁾

K. Sattler は模型ゲルバー格子桁(材料: 丸鋼棒)の実験結果を計算値と比較するにあたり、P.B. Morice と同様な方法を用いている。

(d) H.S. Gedizle の研究⁵⁾

H.S. Gedizle は、主桁が密に並列している場合の RC の T 形桁橋を $\kappa > 1$ の直交異方性板として解いている。

6. わが国における研究—橋梁の実験応力解析学的研究における直交異方性板理論の応用

著者の研究室では、Baldwin SR-4 Strain Indicator および Switching and Balancing Unit の入手以来、鋼道路橋について多くの実験的研究を行い、実測値に対応する理論値の計算には、弾性バリーで支えられる等方性連続板理論および直交異方性板理論などを用いて、検討を行つてきた。ここに、その代表的な二、三の例を示したいと思う。

(a) 主桁並列形式の合成桁橋への適用

わが国最初の合成桁橋である神崎橋の載荷実験の結果は、すでに発表したので、省略する¹²⁾。両国橋(山口県)の側スパン合成桁橋に対する載荷実験の結果を表-2 に示す¹³⁾。この表では、応力比(実側応力と計算応力との比)のみならず、各桁の荷重分担率(さきの K そのものではないが、これに相当する。ただし、この場合は、各桁の応力 σ を求め、分担率を $\sigma/\Sigma\sigma$ で計算している)が示されている。応力比が 100% に達しないのは、種々の原因があ

表一2 (a) 両国橋合成桁橋の応力比 (%)

載荷状態	1		2		3	
	A	B	A	B	A	B
主 桁 1	64	81	69	53	~	73
~ 2	53	65	46	57	50	68
~ 3	340	72	69	62	69	85

註：計算方法 A：慣用計算法，B：直交異方性板理論

表一2 (b) 両国橋合成桁橋の各主桁の荷重分担率

載荷状態	1			2			3		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
主 桁 1	42	50	38	29	25	31	24	0	26
~ 2	31	44	35	35	44	35	32	50	35
~ 3	27	6	27	36	31	34	44	50	39

註：A：測定値，B：慣用計算法，C：直交異方性板理論

るのでやむを得ないが、この応力比が各桁でほぼそろっていることが大切であり、各桁の応力比がほぼそろうような計算法がもつともすぐれているわけである。この点、直交異方性板理論による計算が、もつともよいといえる。また、実測応力をもとにして求めた実測荷重分担率と直交異方性板理論による計算荷重分担率とが全く一致している。

これらの計算には、便宜上、 $\kappa=1$ と仮定した。 B_x は、主桁間隔 c を上フランジの有効幅とする合成桁断面の曲げ剛性を c で割って求め、 B_y は横桁がないので、床板そのものの板剛度 $Eh^3/12(1-\nu^2)$ (h = スラブの厚さ) をとっている (神崎橋では対傾構がないので問題はない。両国橋の合成桁橋部分には、対傾構があつたが、計算には入れていない)。

(b) トラス橋縦桁への適用

両国橋主スパン下路トラス橋の縦桁の載荷実験結果を表一3 に示す¹³⁾。この場合、応力比および荷重分担率について、(a) で述べたのと全く同様ながいえる。この場合、載荷荷重の範囲では、床板と鋼桁とは合成されているものと考えて、(a) の場合と同様な計算を行う

表一3 (a) 両国橋トラス橋縦桁の応力比 (%)

載荷状態	1		2		3		4	
	A	B	A	B	A	B	A	B
縦 桁 1	23	64	31	65	~	70	~	75
~ 2	34	55	31	55	22	59	33	66
~ 3	42	73	23	56	36	60	33	57
~ 4	~	62	~	78	31	58	23	66

註：計算方法 A：慣用計算法，B：直交異方性板理論

表一3 (b) 両国橋トラス橋縦桁の荷重分担率 (%)

載荷状態	1				2				3				4			
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
縦 桁 1	42	56	40	48	27	31	27	28	17	0	15	17	10	0	9	7
~ 2	30	26	33	30	29	29	29	30	29	47	31	36	20	22	22	20
~ 3	22	18	19	17	30	40	30	29	30	29	30	33	29	27	31	26
~ 4	6	0	8	5	14	0	14	13	24	24	24	14	41	51	38	47

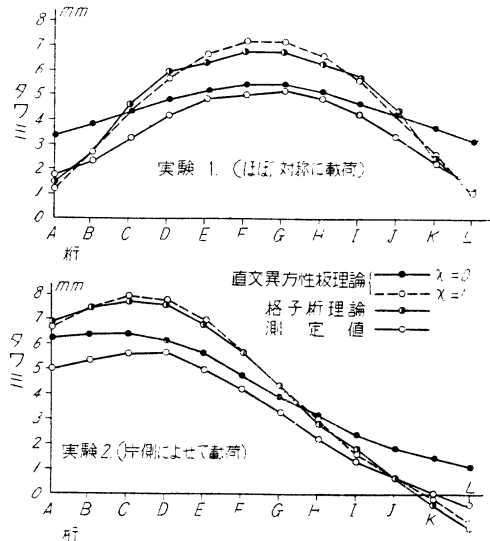
註：計算方法 A：測定値 B：慣用計算法，C：直交異方性板理論 D：，弾性バリに支えられる等方性連続板理論

て、 B_x, B_y を求め、 $\kappa=1$ と仮定した。

(c) 合成格子桁橋への応用

新喜多大橋 (大阪市：合成格子桁橋、主桁 12 本、横桁 3 本) に対する実験のうち、静的載荷実験の若干の結果を表示すれば、図一7 のようである¹⁴⁾。この場合、格子桁の理論と $\kappa=0$ とおいた計算値は、ほぼ一致している。この図からも、このような合成格子桁橋では、 $\kappa=0$ と簡単においてもいいようである。

図一7 各桁の 1/2 断面のタワミの実測値と計算値の比較



(d) PC 桁橋への応用

昭平橋 (大阪府：PC 桁橋、スパン 12 m、有効幅員 11 m、主桁間隔 75.7 cm (車道)、78.3 cm (歩道)、桁数 15 本、横桁間隔 3 m、支点上を含み 5 本) の載荷実験値と、直交異方性板理論 $\kappa^2=1.0, 1.5, 2.0$ による計算値との比較を、表一4 に示す¹⁵⁾。この結果によれば、 $\kappa^2=1.5, 2.0$ と仮定しても、 $\kappa^2=1$ の場合とそうたいして変わらないようである。最近、田原保二、手塚 薫、国広哲男の三名は、上松川橋 (スパン 39.6 m、有効幅員 9 m、主桁間隔 1.6 m、主桁 6 本並列、横桁間隔 7.92 m、支点上を含み 6 本)、戸川橋 (スパン 25 m、有効幅員 6 m、主桁間隔 1.33 m、主桁 5 本並列、横桁間隔 6.25 m、支点上を含み 5 本) の載荷実験を行い、Guyon-Massonnet の式における H に独特の考察を加えて κ の値を求め、かれらの表を利用して計算値を算出した。

表一4 昭平橋 (PC 桁橋) の応力比、タワミ比 (%)

区 分	計 算 法	直 交 異 方 性 板		
		慣 用	計 算	計 算
縁桁の 1/2 におけるタワミ比	12	62	63	66
縁桁の 1/2 における応力比	24	70	64	60
中央桁の 1/2 における応力比	12	68	71	75

表一5 桁橋の自由振動周期の測定値と計算値との比較 (単位 sec)

橋名	測定値	慣用計算法	直交異方性板理論	備考		
				スパン	幅員	主桁間隔
鶴沼橋	0.040~0.065	0.103 (有効幅 150 cm の T形バリ) 0.076 (有効幅 300 cm の T形バリ)	0.062 ($\kappa=1$, 両辺自由)	9 m	12 m	1.5 m
昭平橋	0.063	0.185 (有効幅 35.7 cm の T形バリ)	0.071 ($\kappa=1$, 両辺自由)	12 m	11 m	75.7 cm
坂越橋	0.136	0.147 (有効幅 170 cm の合成桁)	0.134 ($\kappa=0$, 両辺縁桁支持)	15 m	6 m	1.7 m
新喜多大橋	0.127	0.189 (有効幅 180 cm の合成桁)	0.123 ($\kappa=0$, 両辺縁桁支持)	20 m	22 m	1.8 m

この結果、応力比、タワミ比がすこぶる優秀な値となり、断面自体の有するねじり剛性のほかに、断面全体がねじり中心を中心として回転することにより生ずる付加的なトルクに対応したねじり剛性を考慮することの妥当性を立証している¹⁶⁾。

(e) 斜合成桁橋への適用

米沢は、斜合成桁橋を直交異方性平行四辺形板と考慮して、階差法を用いて解いた¹⁷⁾。その結果によれば、斜桁橋を直桁橋と考慮して直交異方性板理論または慣用計算法で求めた、主桁(床板)の曲げモーメントは、直交異方性平行四辺形板として求めた値より大きい(小さい)ことがわかった。この研究結果は、N.M. Newmark らが行った斜 I 桁橋の実験結果¹⁸⁾(かれらは理論的計算値を与えることができなかった)を巧みに説明できるものである。なお、この研究結果は、模型斜桁橋の載荷実験によつて確かめられている。

7. わが国における研究(その2) — 桁橋構造の自由振動周期の計算における直交異方性板理論の応用

6. において、直交異方性板理論が桁橋構造の断面力あるいはタワミの計算に有効な方法であることを述べたが、同様に、桁橋の自由振動周期の解析にも有効な方法であることは、ただちに想像される。米沢は、スパン(l)と幅員($2b$)との比が2以下の桁橋の場合には、主桁方向に2本の節線が生ずるとし、 $l/2b$ が2より大きくなるに従つて、主桁方向に1本の節線が生ずるものとし、さらに大きくなると節線を生じない振動すなわちハリと類似の振動をするものとして、桁橋構造の自由振動周期を直交異方性板理論で解析すると、測定値と計算値がよく一致することを、模型桁橋構造の実験および実在の橋梁の実験によつて示した¹⁹⁾。たとえば、著者および米沢の測定あるいは計算した桁橋の自由振動周期の一例を示すと、表一5 のようである。

なお、著者および平井は、坂越橋および新喜多大橋(ともに合成格子桁橋)の自由振動周期を実験的に求め、これを、 κ の値のとり方、周辺支持条件のとり方および B_y の計算方法をかえた計算値と比較し、幅員/スパンの大きい桁橋では、 $\kappa=0$ 、両辺弾性バリ(縁桁)支持、 $B_y=nEJ_y/l$ (J_y : 横桁1本の慣性モーメント、 n : 横桁本数)とする方が、実測値を最もよく説明しうるこ

とを示した²⁰⁾。

これらの結果によれば、桁橋の自由振動周期は桁のそれとは異なることがわかる。ただし、一般の桁橋では、(スパン)/(幅員)が大きく、従つて、桁橋がハりに類似の振動をしている場合に該当し、桁橋の自由振動周期をバリのその計算式より計算しても、たまたま両者が一致するだけのことである。桁橋の自由振動周期の解析には、スパンと有効幅員との比を常に念頭におくべきであることを注意していただきたいと思う。

8. 直交異方性板理論に対する A. Pflüger の寄与

M.T. Hubei の誘導した微分方程式は、等厚の直交異方性板あるいは鋼板、RC 床板をこれらに対称的に両側で補剛した直交異方性板(この場合中立面は板の中央面と一致する)に対するものであつて、この場合にかぎり正しい。しかし、一般の鋼床板や桁橋構造は、等方性である鋼板または RC、PC 床板を片側で補剛材あるいは主桁あるいは主桁と横桁で補剛したものであつて、等厚あるいは中立面に対称である直交異方性板の場合とは根本的に異なる。この点に注目して、A. Pflüger は、等方性板を片側で補剛した場合に関する基本式を誘導しこれを用いて直交異方性板の座屈の問題を解いた²¹⁾。また、K. Trenks は A. Pflüger の基本式を用いて、直交異方性板の曲げの問題を解いた²²⁾。この計算では、 κ の値の仮定は不必要である。

K. Trenks はその研究において、 $t=16$ mm の鋼板(等方性板)が 220×11 (間隔 40 cm)によつて一方向にのみ補剛された直交異方性無限板がスパン $a=4$ m に単純支持され、 $p=p_0 \sin(\pi x/a)$ の線荷重を受ける場合について、彼の厳密値と、 $\kappa=0.05, 0.30, 1.00$ と仮定した Huber 式による値とを比較した。また同様に、厚さ 20 cm の RC 無限板(等方性板)が $PI 100 \times 10$ (上フランジ)、 $PI 600 \times 8$ (ウエブ)、 $PI 250 \times 32$ (下フランジ)の I 型バリ(間隔 160 cm)によつて補剛され、 $a=12$ m に両端単純支持され、 $p=p_0 \sin(\pi x/a)$ の線荷重を受ける場合について、彼の正解値と、 $\kappa=0.22, 0.30, 1.00$ と仮定した慣用計算値(Huber 式による)とを比較している。これによれば、前者では、スパン方向の上縁応力がいずれの場合でも大差があり、また後者では、 $\kappa=1.0$ の場合に、曲げモーメント、曲げ応力で大差を

生ずる。彼はこれらの結果にもとづいて、近似解法を提案しているが、いずれにしても、微分方程式の階数が大きく、計算の不便はまぬかれない。今後の問題として、普通におこりうる直交異方性板の場合に対して厳密解による計算および実験を行い、これらをもとにして、もつとも適当な κ の値のを提案すべきであろう。

最近、A. Pflüger は、中空断面材を縦補剛材として有する直交異方性板の計算方法を、彼の提案した基礎式を用いて求め、また、相対する二辺で単純支持され、この支持辺に直角の方向に中空断面の補剛材をもつ直交異方性板の載荷実験を行い、実験値と理論値が一致することを示した²¹⁾。

なお、Ernst Giencke の研究も A. Pflüger の研究と同様に注目すべきものである²³⁾。

なお、この方法は、桁橋構造の自由振動周期の計算のような固有値問題では、曲げの問題の場合と違って、必ずしも微分方程式を直接解く必要がなく、Ritz の方法、Galerkin 法などの近似解法を用いて解けるので、そうたいして厄介ではない。成岡、平井は新喜多大橋の自由振動周期の計算（実測値 $\tau=0.127$ sec）にこの方法を試み、Galerkin 法を応用し、 $\tau=0.121$ sec（ただし、相対する二辺単純支持、他の相対する二辺自由とし、第1項のみを採用した。もう少し項数を多くとると、この値は少し大きくなる）を得たが、これから $\kappa=0$ の場合の計算値 $\tau=0.123$ sec（端辺弾性バリ支持と仮定）はまず正しいものと考えてよからう¹⁵⁾。

9. 橋梁設計面への応用

以上橋梁の載荷実験、振動実験の結果を直交異方性板理論によつて検討した例を以上に示したが、次に実際の設計面への応用を示そう。

9.1 床板設計への応用 鋼道路橋設計示方書案においては、床板の曲げモーメントの公式が掲げられている。しかし、これらの公式は、等方性板の理論により、かつ床板の支承である桁がたわまないものと仮定して誘導したものである。しかし、実際の床板は連続板として構造され、かつ、桁はたわむ。従つて、相対する二辺が単純支持された無限板の場合の 80% をとつて、たわみうる桁で支えられた連続板の曲げモーメントとすることは不適當である。米沢は、まず、実際の RC 床板が直交異方性板である点に注目し、相対する二辺が単純支持された RC 無限板の曲げモーメントの計算式を求め、示方書に示されている公式と比較した。この場合の計算には、 $B_y/B_x=0.8$ （短スパンの方向を x 、これに直角の方向を y とする） $\kappa=1$ と仮定している。しかし、この計算式は、橋梁の床板の曲げモーメント計算式としては、実用的な意味がないので、省略する²¹⁾。

次に、実際の道路橋の連続板の設計用曲げモーメント

計算式として、米沢の求めた式を列挙しよう²⁴⁾。橋桁の方向を x 軸、これに直角方向を y 軸、それぞれの軸方向の板剛度を B_x, B_y 、桁間隔を λ (m) とする。

a) 主鉄筋と車両進行方向が直角の場合（ただし縦桁程度の桁で支える場合）：

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \lambda \leq 2 \quad M_y &= 0.25 P \lambda / e, \\ 2 \leq \lambda \leq 4 \quad M_y &= 0.5 P (\lambda - 1) / e, \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)_1$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda(B_x/B_y)^{1/4} \leq 1.5, \quad e &= 2.2, \\ \lambda(B_x/B_y)^{1/4} \geq 1.5, \quad e &= 1 + 0.8 \lambda(B_x/B_y)^{1/4}. \end{aligned} \right\} (10)_2$$

b) 主鉄筋と車両進行方向が直角の場合（ただし主桁程度の桁で支えられる場合）：曲げモーメントの計算式としては、式 (10)₁ を用い、

$$\left. \begin{aligned} \lambda(B_x/B_y)^{1/4} \leq 3, \quad e &= 2.0, \\ \lambda(B_x/B_y)^{1/4} \geq 3, \quad e &= -1 + \lambda(B_x/B_y)^{1/4}. \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

c) 主鉄筋と車両進行方向が平行の場合：

$$M_y = 0.25 P \lambda / e$$

とし、 e の計算式として

$$\left. \begin{aligned} \lambda(B_x/B_y)^{1/4} \leq 2, \quad e &= 1.2, \\ \lambda(B_x/B_y)^{1/4} \geq 2, \quad e &= 0.2 + 0.5 \lambda(B_x/B_y)^{1/4}. \end{aligned} \right\} (12)$$

以上の計算式は、すべて、 $\kappa=1$ の仮定のもとに誘導されたものである。

9.2 床板橋設計への応用 わが国で一般に行われている床板橋の設計法では、床板を幅 1 m の桁としての計算を行つていることが多いようである。床板橋中の幅 1 m の床板と独立的な幅 1 m の桁とは、その作用が根本的に異なるものであつて、床板橋はあくまで床板として計算すべきものである。H. Olsen と F. Reinitzhuber はその著書において、相対する二辺が単純支持、他の相対する二辺が自由である矩形板において、 $B_y/B_x=0.8$ （スパンの方向を x 、これに直角方向を y とする）、 $\kappa=1$ と仮定して、タワミ w 、曲げモーメント M_x, M_y の影響面を求め (Band I)、ついで設計計算への応用を示している (Band II)²⁵⁾。この影響面を利用すれば、相対する二辺が橋台または橋脚で単純支持され、他の相対する二辺が自由である床板橋の設計が、きわめて簡単にできる。スパンに比較して幅員が大きい場合は、床板としての計算を必ず行うべきである。

なお、足立 洪は、等分布荷重、線荷重に対する直交異方性板の曲げモーメントの影響線を、 $\kappa=0, \kappa=1$ の場合について作製した²⁵⁾。

このような設計法による床板橋の出現が望まれる。

9.3 桁橋設計への応用²⁶⁾ 米沢は、 $\kappa=1$ と仮定して求めた直交異方性板の曲げモーメントの影響面の計算結果を集積し、桁橋の設計用曲げモーメント計算式を提案した。この場合の考え方としては、a) 直交異方性板理論により求めた影響面の正の部分のみに載荷し、b) 荷重の通減率公式 $\alpha=1-\{(w-5.5)/50\} \geq 0.75$ (w : 載荷幅) によらず、c) 注目する主桁の左右二車線分に対し

ては、設計荷重を 100%，他の部分に対しては、設計荷重を 50% にして载荷する方針をとつた。このうち、主桁並列形式合成桁橋の曲げモーメントに対して提案された計算式は次のようである。

主桁の設計用曲げモーメント式（記号はさきの 9.1 で説明のとおりである）

$$\left. \begin{aligned} P=5 \text{ t/m の線荷重に対し} \\ M_x=(0.25-\alpha) P \lambda l, \\ q=0.35 \text{ t/m}^2 \text{ の等分布荷重に対し} \\ M_x=(0.125-\alpha) q \lambda l^2, \end{aligned} \right\} \dots(13)$$

$$P \text{ 载荷 } \left. \begin{aligned} \text{中央桁 } \alpha &= -0.0375 + 0.125 \cdot \beta, \\ \text{緑桁 } \alpha &= -0.042 + 0.120 \cdot \beta, \end{aligned} \right\} \dots(14)$$

$$q \text{ 载荷 } \left. \begin{aligned} \text{中央桁 } \alpha &= -0.0225 + 0.075 \cdot \beta, \\ \text{緑桁 } \alpha &= -0.021 + 0.060 \cdot \beta. \end{aligned} \right\} \dots(15)$$

$$\beta = \{ (2b - 5.5) / (B_x / B_y) \cdot (2b / l) \}^{1/4}$$

(λ : 桁間隔, l : スパン, $2b$: 幅員)

なお、くわしくは、文献を参照されたい。

N.M. Newmark らは、かつて、等慣性モーメントの 5 本の主桁で弾性バリ支持される等方性 4 スパン連続板理論より求めた主桁の曲げモーメントの影響面を用いて、A.A.S.H.O. standard H-truck load に対して、桁の設計用曲げモーメント計算式

$$M = k \{ (Pa/4) + P(a - 28 ft) / 16 \}$$

b (ft): 桁間隔, a (ft): スパン, $k = f(b/a, H) \dots(16)$ を提案し、 k の計算式を与えたことがある²⁷⁾。米沢の提案した計算式は、上式に対応するものであり、式 (13), (16) は、 B_x/B_y あるいは相関剛比 H (板を支持する桁の曲げ剛度と等方性板の剛度との比) およびスパン、幅員などが計算式の中に入っている点で、合理的であると言える。

10. マンハイムの Kurpfalz 橋 (鋼床板連続桁橋) の設計計算法²⁸⁾

本橋は箱桁橋ではないので、わが国では一般の注目をひかなかつたが、直交異方性板理論の応用と関連があるので、特にここで述べたいと思う。

本橋は、スパン 56.1 + 74.8 + 56.1 = 187 m (旧橋のスパン割りをそのまま利用している)、有効幅員 28 m (歩道 2 × 3.5 m, 自転車道 2 × 1.65 m, 車道 17.7 m), 主桁 8 本 (2.75 m + 5 @ 4.20 m + 2.75 = 26.5 m) よりなる鋼床板連続桁橋で、設計荷重は Class 1 A である。本橋で特記すべきことは、St. 37 ($\sigma_a = 1400 \text{ kg/cm}^2$) を用い、床板のみ溶接、他はすべて鋸接としたのにもかかわらず、鋼重を 385 kg/m², h/l を 1/59 (中央スパン中央断面の中桁で) に収め得たことであろう。使用した鋼板も、デッキプレート 8~16 mm, ウェブプレート 12~16 mm, 下フランジプレート 14 mm, 山形鋼 100 × 100 × 10, 150 × 100 × 10, 120 × 80 × 8 のように、普通の材料

を使用している。

鋼床板の縦横の補剛材の配置は、図-8 のとおりである。鋼床板の計算にあたって使用した数値は次のようである。すなわち $P1170 \times 12$ と (有効幅 1035

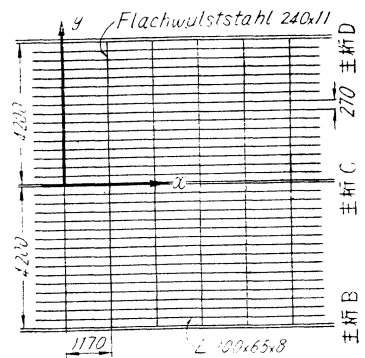
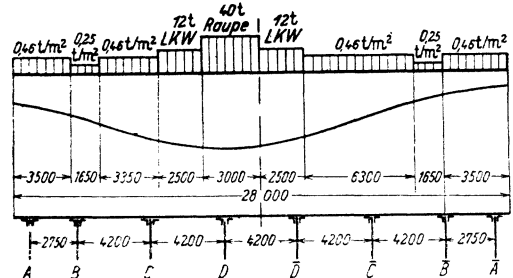


図-8

と球鋼板 (Flachwurststahl) 240 × 11 から、 $J_y = 9150 \text{ cm}^4$ を得、これより $B_y = EJ_y/c = 2100 \cdot 9150 / 117 = 164000 \text{ t-cm}$ となる。また、 $P1270 \times 12$ と $L100 \times 65 \times 8$ から、 $J_x = 611 \text{ cm}^4$ を得、これより $B_x = 2100 \cdot 611 / 27 = 47500 \text{ t-cm}$ となる。この $B_y = 164000 \text{ t-cm}$, $B_x = 47500 \text{ t-cm}$ を用い、 $\kappa = 1$ と仮定して計算を行っている。

次に荷重分布係数 q_{ik} (主桁 k に単位の荷重が作用したとき主桁 i にいくらの荷重が作用することになるかを

図-9 中桁 D に対する横影響線
(基線上は荷重およびその強度を示す)



示す係数—さきに示した Guyon-Massonnet の K に意味の上で該当する) を求めるために、きわめて大胆な考え方をしている。すなわち桁橋構造全体を直交異方性板とみなして q_{ik} を求めるのであるが、橋軸に平行な二辺が自由である連続板は解けない²⁹⁾ ので、imaginary span なるものを考えて、 $l_i = 53.1 \text{ m}$ とした。次に、 $J_A = 0.042 \text{ cm}^4$, $J_{B-C+D} = 0.109 \text{ m}^4$ (ともに、中央スパン中央断面の値) から、 $B_x = (21 \times 10^6 \cdot 2 \cdot 0.109) / 26.5 = 173000 \text{ t-m}$ を求めた。結局 $B_x = 173000 \text{ tm}$, $B_y = 1640 \text{ tm}$ (前述), $l_i = 53.1 \text{ m}$, $2b = 26.5 \text{ m}$ の直交異方性板が $J_A = 0.042 \text{ m}^4$ の縁桁で弾性バリ支持されているとして、 $\kappa = 1$ と仮定して解いて、 q_{ik} を求め、これより、たとえば 図-9 のように横影響線 (Quereinflusslinie) をかき、これに荷重をのせて、各桁にかかる荷重を求めている。つぎに、このようにして荷重がきまると、あとは三スパン変断面連続桁として解いている。

きわめて大胆な考え方であるが、参考となる点が多いと思われる。

11. わが国における鋼床板および鋼床板桁橋の実施例

わが国において鋼床板を実際の橋梁構造に応用したのは、中里跨線橋(山手線田端・駒込間)の床板,床組(架空線の関係より桁下高を制限され、から取付道路の関係より路面高を規定されているため、床板,床組に鋼床板を採用し、自重をへらし、従つて桁高を減じて、桁下高を確保するように設計された),道志橋)神奈川県・トラス橋),八千代橋(岐阜県・トラス橋)の床板³⁰⁾(床板,縦桁が木造であつたので、主構を補強しないで橋格をあげる目的で設計された)である。

また、鋼床板桁橋としての例としては、新六の橋(東京都)がある³¹⁾。この橋は、スパン 25.55 m,有効幅員 15 m,主桁 6本 {2.2+3@3.2+2.2=14 m} で、設計荷重は旧鋼示(昭14)第1種である。この橋では鋼床板そのものの計算には、 $\kappa=0.3$ 、桁橋としての計算には $\kappa=0.8$ を採用している。なお、本橋においては、実物大の鋼床板の載荷実験と、竣工した橋梁について、鋼床板桁橋としての載荷試験が行われた³²⁾。

しかし、鋼床板桁橋は、以上のように、単純桁橋として利用するより、三スパン連続桁橋として用いる方が好ましい。著者は岡部利正氏(三菱長崎造船所船殻設計課長)と協同して、鋼床板三スパン連続桁橋の模型実験を試みた。供試体はスパン $3 \times 2.4=7.2$ m,幅員 3.2 m,主桁数 4本(桁間隔 80 cm)である。デッキプレートは 6 mm で、縦補剛材 50×6 を間隔 10 cm に、横補剛材 100×12 を間隔 30 cm を配置してあり、主桁はウェブプレート 300×6 ,下フランジプレート 120×12 である。かつ対傾構を横補剛材 1本おきにもつている。この実験においては、横分布係数を種々の方法による計算値と比較するとともに、鋼床板の応力状態を両端辺単純支持とした単独鋼床板の場合と比較して、床板の応力、桁の上フランジ応力との関係をしらべ、かつ対傾構の有無による応力状態の変化を検討した。これらの結果は近く発表するが、鋼床板連続桁橋の設計計算に寄与するところが少なくないと思う。

12. むすび

以上、直交異方性板の曲げ理論とその応用について、基礎微分方程式およびその解、実際の構造物に適用する場合の B_x, B_y, H のとり方、および実在の桁橋の載荷実験結果の検討における有効さ、桁橋設計面への応用、および、この理論を用いて設計した橋梁の実例などについて、概説した。直交異方性板理論は応用範囲がひろく、

今後さらに各方面に使われると思われる。研究面、設計面に利用していただきたいと思う。

参考文献

- 1) K. Girkmann: Flächentragwerke, Wien, 1954, S.292.
- 2) 同上, S.300.
- 3) H.S. Gedizli: Publications of I.A.B.S.E., 11 (1951), p. 111 (ここでは、 $\kappa < 1$ の場合の計算例も示されている)。
- 4) W. Cornelius: Stahlbau, 21 (1952), S.21,43 und 60.
- 5) 1), S.306.
- 6) R. Mayer: Stahlbau, 21 (1952), S.85,117 und 146.
- 7) 成岡・大村・伊藤: 土木学会誌, 40(1955), p.397.
- 8) Y. Guyon: Annales des Ponts et Chausees, 1946, p.553.
- 9) Ch. Massonnet, Publications of I.A.B.S.E., 10 (1950), p.147.
- 10) P.B. Morice and G. Little, Structural Engineer, 32(1954), p.83.
- 11) K. Sattler: Bauing., 30 (1955), S.77.
- 12) M. Naruoka: Publications of I.A.B.S.E., 14 (1954), p. 283. 小西・成岡・大村: 第2回日本道路会議論文集(昭29), p.133.
- 13) 成岡・米沢: 土木学会誌, 40(昭30), p.214. 成岡・米沢: 道路, 昭和30年5月号, p.240.
- 14) 成岡・米沢: 同上参照。
- 15) M. Naruoka and I. Hirai: Technical Report of The Engineering Research Institute, Kyoto Univ., No.30 (1956).
- 16) 南・藤森・岡: 第3回日本道路会議論文集(昭31), p.231 (ただし直交異方性板理論 $\kappa^2=1.0, 1.5, 2.0$ による計算は、著者、米沢が行つた)。
- 16) 田原・手塚・国広: 実在橋梁・構造物の応力測定および測定結果に関する研究発表会講演概要(昭31.9), p.501.
- 17) 米沢: 土木学会誌, 40(昭30), p.137.
- 18) N.M. Newmark: C.P. Siess and W.M. Peckham, University of Illinois Bulletin, No.375 (1948).
- 19) 米沢: 土木学会誌, 40(1955), p.59.
- 20) 成岡・平井: 15) 参照および成岡・平井: 土木学会論文集, No.35 (1956), p. 25.
- 21) A. Pflüger: Ing.-Archiv, 16 (1947), S.111.
- 21) A. Pflüger: Österreichisches Ingenieur-Archiv (1955), S.199.
- 22) K. Trenks: Bauing., 29 (1954), S.372. K. Trenks がこの論文で計算例としてあげているのは、短スパンの方向にのみ補剛された直交異方性無限板であつて、荷重も正弦状の線荷重である。なお、等方性板の中央面のタワミを点の変位を u, v, w とおくと、一般の場合には w について 8階、 u, v については 5階の微分方程式が得られる。これを解いて、普通に用いる境界条件(相対する二辺で単純支持、他の相対する二辺で弾性バリエで支えられる)を適用することは容易でないと思われる。A. Pflüger が K. Federhofer の古稀記念に寄稿した論文²¹⁾をみても、やはり、短スパンの方向にのみ補剛された無限板を取り扱つていて。
- 23) E. Giencke: Stahlbau, 24 (1955), S.128.
- 24) 米沢: 土木学会論文集, No.33 (昭31), p.39.
- 25) H. Olsen and F. Reinitzhuber: Die zweiseitig gelagerte Platte, Berlin, 1. Bd. 1950, 2Bd. 1951.
- 25) 足立: 土木学会誌, 41 (昭31), No.9, p. 23. No. 11 にも続いて掲載される。
- 26) 米沢: 第7回日本工学会大会土木部会講演概要(昭31), 第4部, p.37. いずれ、土木学会論文集に連載されるはずである。
- 27) N.M. Newmark C.P. Siess: University of Illinois Bulletin, No.336 (1942) この論文では、主桁の曲げモーメントのみならず、床板の曲げモーメントについても、単純支持無限板の曲げモーメントの値から加減すべき値を bia, H の関数として与えている
- 28) 6) 参照
- 29) 相対する二辺が自由である直交異方性連続板が絶対に解けないわけではない。たとえば、米沢: 土木学会誌, 40(昭30), p.593. 参照。しかし、計算が非常に複雑で、実用にならない
- 30) 難波・鈴木: 道路, 昭和30年9月号, p.442.
- 31) 鈴木: 第3回日本道路会議論文集(昭31), p.320.
- 32) 鈴木・針ヶ谷・土屋: 第3回日本道路会議論文集(昭31), p.322.

[31. 6. 11 受付]