

報 文

橋脚井筒の側面水平摩擦力と底面上向反力とを
考慮した場合の耐震静計算法¹⁾

正 員 後 藤 尙 男*

AN ADVANCED METHOD OF A STATIC EARTHQUAKE-PROOF
COMPUTATION ON BRIDGE PIERS AND WELL CONSTRUCTIONS

(JSCE Feb. 1956)

Hisao Gotō, C.E. Member

Synopsis In this paper, the author made some advancement on Dr. Mononobe's method and obtained the rational formula of a earthquake-proof computation, by considering a horizontal friction force τ acting on the side surface of a bridge pier or a well construction and an upward reaction force q acting on its bottom. And the adaptability of this formula was confirmed by applying it to the practical example. When τ and q are taken into consideration, the length of a well or a caisson can be shortened to some degree, thereby, the author's formula will be useful in the reduction of expenditure to construct the bridge substructure.

要 旨 本文は橋脚または井筒の耐震設計に関する物部博士の計算法に、新たに橋脚井筒の側面と基礎地盤との間に作用する水平摩擦力 τ と、橋脚井筒の底面に作用する上向の地盤反力 q とを追加して、合理的な理論式を誘導し実例についてその妥当性を確認したものである。すなわちこの τ と q とを考慮すると、一般にかなりの信頼度において根入長 d を相当量短縮できることがわかった。この事実から本文の計算法は従来の慣用法に比較して、若干量の材料費と施工費との節減を可能ならしめる有力な一資料を提供しうるものであると考えられる。

1. 緒 言

従来橋脚井筒の耐震計算にはほとんど例外なく物部式が慣用されているが、この安定計算法は図-1に示す水平力 αW 、 $\alpha_0 W_2$ 、 $\alpha_0 W$ (α_0 : 震度)をすべて側面の受働土

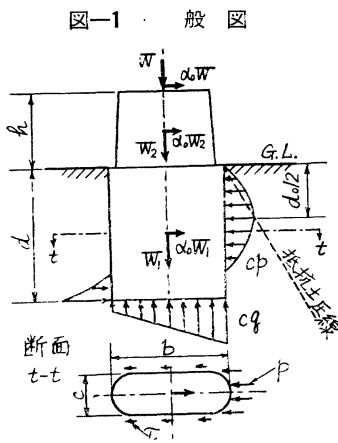


図-1 一般図

圧力のみによつて抵抗するものと考え、かつ地震動は図-1のように横断面の長径 b 方向に作用させている。したがつてこの計算法は根入長 d が大きく、横断面積 a が小でかつ円形断面のような場合には比較的異論は起らないものと思う。ところが道路橋の下部構造に使用される井筒は通常図-1において $b \cong d$ かつ $b = (2 \sim 4)c$ 程度で、こうした場合には同図に示す井筒底面に作用する上向の地盤反力 q と、井筒地盤間に作用する摩擦抵抗力 τ とは、側面の受働土圧 p に対して無視しうるほど小さいものでないことは容易に考えられる。著者は橋脚井筒の振動ではすでにこの q を考慮に入れてきたが²⁾、酒井信男氏³⁾及び池原武一郎・横山章両氏⁴⁾は静的な安定計算に τ を導入している。ところが τ に関しては物部博士がその安定計算でわざわざ一言ふれており⁵⁾、また著者が振動性状を取扱つたときに若干言及した程度で⁶⁾、まだ一般的な数理計算が行われていないようである。こうしたことから τ と q とを同時に考慮した計算式を誘導したわけである。本文の理論を進めるに当つては次の仮定を設けた。1) 橋脚井筒は剛体と考える、2) 受働土圧 p は2次曲線分布をとる、3) 摩擦抵抗力 τ は1次分布の主働土圧 (Rankine, Coulomb 土圧等) に正比例するものとして、その比例常数は摩擦係数 μ' で表わす、4) 浮力 U は未詳であるので数値計算では省略する。

2. 基礎平衡式の誘導

(1) 記号 a) 橋脚井筒 (添字 1: 井筒, 添字 2:

* 京都大学助教授, 工学部土木工学教室

橋脚)*; w_1, w_2 : 単位体積の重量, a_1, a_2 : 横断面積, b, c : 橋軸に直角及び平行方向の最大巾, d, d_0 : 所要根入長及び回転中心までの深さ, h : 橋脚の高さ, L : 井筒の外周辺長, $A, I(b), I(c)$: 井筒の底面積と橋軸に平行及び直角方向の井筒底面断面2次モーメント(いずれも一般には中空でない)。b) 地盤; w, w' : 土及びその水中の単位体積の重量, C, E : 主働及び受働土圧係数, μ, μ' : 井筒地盤間の上下及び水平方向の摩擦係数, p, p_1 : 側面の受働土圧及びその極大値, τ : 側面摩擦による土圧, q, q_1 : 底面の向上反力(抵抗土圧)とその最大値, p_m, q_m : p_1, q_1 に対する許容値, K_A, K_A' : 井筒最下端(底面) A における水平及び上下方向の基礎地盤係数。c) 外力; α_0 : 水平震度, W : 橋脚1基に対する上部構造の全重量, N_B, M_B, S_B : 地盤面 B における軸方向力, 曲げモーメントおよびせん断力, N_A, M_A : 井筒底面における N, M, U : 井筒全体に対する浮力。

(2) τ, q, M_A, N_A 等の算出 には 図-2 (4) のとおり両側面 2b に作用し, しかも同図 (2), (4) の1次分布静土圧 p_1 に正比例すると考えるので,

$$\begin{aligned} \tau &= \mu' p_0 = \mu' Cw'x, \quad \tau_0 = \mu' Cw'd, \\ \tau_A &= -\mu' Cw'd, \\ \tau, \tau_A &: x=d_0, d \text{ における } \tau: \text{ 図-3} \end{aligned} \quad (1)$$

この τ の作用状態は 図-2 (2), (4) 及び 図-3 に示す。次に q は 図-2 (1), (3) から容易に,

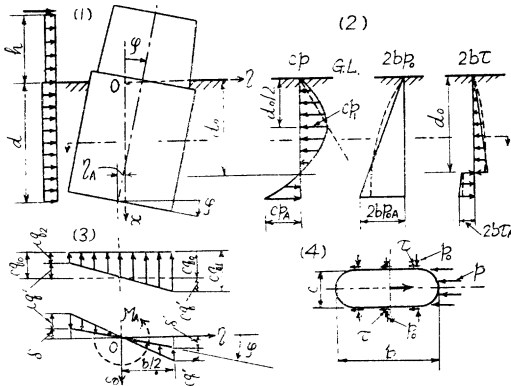
$$q_1, q_2 = q_0 \pm q' = \frac{N_A}{A} \pm \frac{M_A}{I(c)} \frac{b}{2} \dots\dots (2)$$

式 (2) の q の偏心作用のため 図-2 (1), (3) から,

$$\begin{aligned} q' &= K_A' \delta', \quad \delta' = \varphi b/2, \quad \varphi = -\tau_A/(d-d_0), \\ \tau_A &= p_A/K_A, \quad p_A = 4d'(d_0-d)p_1/d_0^2, \\ p_1 &: x=d_0/2 \text{ における } p \end{aligned} \quad (3)$$

が成立つ。これより q によつて生ずる M_A は式 (2) の q' に式 (3) の関係を順次代入して次式のごとく

図-2 力の釣合説明図



えられる。

$$M_A = q' \frac{2I(c)}{b} = \frac{K_A'}{K_A} I(c) \frac{4d}{d_0^2} p_1 \dots\dots (4)$$

なお井筒周辺の向上摩擦力は 図-2 (2) の p_A から

$$\mu L p_{0A} d/2 = \mu L w' C d \cdot d/2 = \frac{1}{2} \mu L w' C d^2 \quad (5)$$

$$\therefore N_A = W + w_1 a_1 h + w_2 a_2 d - U - \frac{1}{2} \mu L w' C d^2$$

$$q_0 = N_A/A \dots\dots (6)$$

(3) 釣合平衡式 式 (2) に式 (4) の M_A , 式 (6) の N_A を代入し, しかも $q_1 > q_2$ であるので q_1 のみを対象とすると $\Sigma V=0$ から,

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{A} \left(W + w_1 a_1 h + w_2 a_2 d - U - \frac{1}{2} \mu L w' C d^2 \right) \\ &\quad + \frac{K_A'}{K_A} \frac{2bd}{d_0^2} p_1 \dots\dots (7) \end{aligned}$$

$\Sigma H=0$ は 図-3 を参照して,

$$\begin{aligned} \alpha_0 (W + w_2 a_2 h + w_1 a_1 d) + b(\tau_0 + \tau_A)(d-d_0) \\ - b\tau_0 d_0 - c \int_0^d p dx = 0 \end{aligned}$$

しかるに,

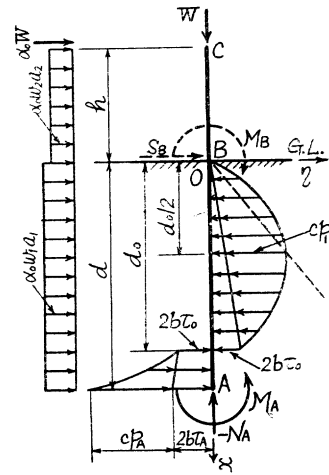
$$\begin{aligned} (\tau_0 + \tau_A)(d-d_0) &= \mu' Cw'(d^2-d_0^2), \\ p &= 4p_1 x(d_0-x)/d_0^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \alpha_0 (W + w_2 a_2 h + w_1 a_1 d) + b\mu' Cw'(d^2-2d_0^2) \\ - \frac{4cp_1}{d_0^2} d^2 \left(\frac{d_0}{2} - \frac{d}{3} \right) = 0 \dots\dots (8) \end{aligned}$$

次に地盤面 B 点のまわりの $\Sigma M=0$ をとると,

$$\begin{aligned} \alpha_0 \left(Wh + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 - \frac{1}{2} w_1 a_1 d^2 \right) - \frac{2}{3} b\tau_0 d_0^2 \\ + c \int_0^d p x dx - b(\tau_0 + \tau_A)(d-d_0) \end{aligned}$$

図-3 根入長 d の決定 (橋軸直角方向)



* 便宜上根入部を井筒, 地上部を橋脚とかく。

$$\times \left\{ d_0 + \frac{1}{3} \frac{\tau_0 + 2\tau_A}{\tau_0 + \tau_A} (d - d_0) \right\} - M_A = 0$$

ところが上式の第3項 = $4cp_1 d^3 (d_0/3 - d/4) / d_0^2$, 第4項 = $-2b\mu' C w' (d^3 - d_0^3) / 3$, M_A : 式(4)。

$$\begin{aligned} \therefore \alpha_0 \left(Wh + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 - \frac{1}{2} w_1 a_1 d^2 \right) \\ + \frac{2}{3} b \mu' C w' (2d_0^3 - d^3) + \frac{4cp_1}{d_0^2} d^3 \left(\frac{d_0}{3} \right. \\ \left. - \frac{d}{4} \right) - \frac{K_A'}{K_A} I(c) \frac{4d}{d_0^2} p_1 = 0 \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

3. 側面の抵抗土圧極大値 p_m が与えられた場合の根入長決定式

この場合は図-3の p_1 が与えられた p_m を超過することはできないから $p_1 \leq p_m$, 従つて両者を等置して,

$$p_1 = p_m = \frac{1}{2} E w' d_0 \dots \dots \dots (10)$$

式(10)を式(7),(8),(9)に代入すると, これらの3式で未知数は q, d_0 及び d の3個となるが, q_1 は式(7)で与えられているので, 式(10)を式(8),(9)に代入すると, 未知数 d_0, d に対して次の2式をうる。

$$\begin{aligned} \alpha_0 (W + w_2 a_2 h + w_1 a_1 d) + b \mu' C w' (d^2 - 2d_0^2) \\ - \frac{2cEw'}{d_0} d^2 \left(\frac{d_0}{2} - \frac{d}{3} \right) = 0, \\ \alpha_0 \left(Wh + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 - \frac{1}{2} w_1 a_1 d^2 \right) \\ + \frac{2}{3} b \mu' C w' (2d_0^3 - d^3) + \frac{2Ew'}{d_0} d \left\{ cd^2 \left(\frac{d_0}{3} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{d}{4} \right) - \frac{K_A'}{K_A} I(c) \right\} = 0 \end{aligned}$$

これを d_0 に関して整理すると,

$$\begin{aligned} 2b\mu' C w' d_0^3 - \{ \alpha_0 (W + w_2 a_2 h + w_1 a_1 d) \\ + (b\mu' C - cE) w' d^2 \} d_0 - \frac{2}{3} cE w' d^3 = 0 \\ \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2b\mu' C w' d_0^3 + \left\{ \frac{3}{2} \alpha_0 \left(Wh + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} w_1 a_1 d^2 \right) - (b\mu' C - cE) w' d^2 \right\} d_0 \\ - \frac{3}{2} E w' d \left(2 \frac{K_A'}{K_A} I(c) + \frac{cd^2}{2} \right) = 0 \dots (11_1) \end{aligned}$$

上の2式から式(11)× d_0 -式(11₁)の演算を行うと容易に d_0 に関する次の2次方程式をうる。

$$\alpha(d) d_0^2 + \beta(d) d_0 + \tau(d) E w' d = 0,$$

ここに,

$$\begin{aligned} \alpha(d) = \alpha_0 (W + w_2 a_2 h + w_1 a_1 d) \\ + (b\mu' C - cE) w' d^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta(d) = \frac{3}{2} \alpha_0 \left(Wh + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 \right. \\ \left. - \frac{1}{2} w_1 a_1 d^2 \right) - (b\mu' C \\ - \frac{5}{3} cE) w' d^2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\tau(d) = -\frac{3}{2} \left(2 \frac{K_A'}{K_A} I(c) + \frac{c}{2} d^2 \right)$$

式(12)の2根を式(11)に代入すると d_0 が消去でき, d のみに関する代数方程式, すなわち根入長決定式がえられる。この演算を行つて整理すると結局次式をうる。

$$\begin{aligned} r^3 (E w' d)^2 F - \left\{ \alpha r E w' d \left(2\alpha r + \frac{2}{3} \beta c d^2 \right) \right. \\ \left. + \beta^2 \left(\alpha r + \frac{2}{3} \beta c d^2 \right) \right\} F + \alpha^3 \left(\alpha r \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \beta c d^2 - \frac{4}{9} c^2 E w' d^3 \right) = 0, \quad (13) \end{aligned}$$

ここに

$$F = 2b\mu' C w', \quad \alpha = \alpha(d), \quad \beta = \beta(d),$$

$$r = r(d)^*,$$

$\alpha(d), \beta(d), r(d)$: 式(12)

式(13)はその第1項からわかるとおり d に関する11次の代数方程式である。

$$\begin{aligned} \text{式(13)で } q \text{ を無視すると } K_A' = 0 \text{ であるから,} \\ 243(b\mu' C c E w'^2) d^9 - 12\{9\alpha(3\alpha d + 4\beta)cEw'd^4 \\ + 2\beta^2(9\alpha d + 8\beta)\} b\mu' C w' + 4\alpha^3\{3\cdot 9\alpha d \\ + 8\beta\} - 16cEw'd^3\} = 0 \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

次に式(13)で τ を無視すると $\mu' = 0$ であるから,

$$\begin{aligned} cEw'd^3 - 3\alpha_0 w_1 a_1 d^4 - 9\alpha_0 (W + w_2 a_2 h) d^2 \\ + 12 \left\{ 3 \frac{K_A'}{K_A} I(c) cEw' - \alpha_0 \left(Wh + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 \right) \right\} d^2 \\ - 36\alpha_0 \frac{K_A' I(c)}{K_A c} I(c) w_1 a_1 d \\ - 36\alpha_0 \frac{K_A' I(c)}{K_A c} (W + w_2 a_2 h) = 0 \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

式(15)の記号を統一すると池原・横山両氏の式と一致する。

なお式(13)で τ, q を無視すると, 式(14)で $\mu' = 0$, または式(15)で $K_A' = 0$ とおいて,

$$\begin{aligned} cEw'd^3 - 3\alpha_0 w_1 a_1 d^2 - 9\alpha_0 (W + w_2 a_2 h) d \\ - 12\alpha_0 \left(Wh + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 \right) = 0 \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

式(16)はいうまでもなく物部式と同一である。

さて式(13),(14),(15)等はそのまま試算法で計算することは $d^{11}, d^{10}, d^9, \dots$ 等の計算が不便で, かつ

* 以後簡単のため $\alpha(d), \beta(d), r(d)$ を α, β, r とかく。

計算誤差が生じやすいから実際には次のように数値計算を行うと便利である。すなわち式(12),(13)の記号を用いて、

$$\left. \begin{aligned} \text{式(12)}; \alpha d_0^2 + \beta d_0 + \gamma Ew'd = 0 \\ \text{式(11)}; Fd_0^3 - \alpha d_0 - \frac{2}{3} cEw'd^3 = 0 \end{aligned} \right\} (17)$$

とかける。式(17)を解くのに α, β, γ にはそれぞれ未知数 d を含むので d を順次仮定して、これに対応する d_0 を2次式及び3次式の根の公式から算出して $d-d_0$ 曲線をかく。そうすると式(17)の2つの $d-d_0$ 曲線の交点は求める根入長 d を与える。

以上のようにして与えられた p_m に対して d が決定すると、この d 及び d_0 を式(7)に代入して q_1 を算出し、この q_1 が底面の許容支持力 q_m を超過していないかどうかを照査する。

4. 底面の許容支持力 q_m が与えられた場合の根入長決定式

この場合は図-3の力の釣合状態で図-2(3)の q_1 が q_m を超過してはならないので、両者を等置して、

$$q_1 = q_m \dots \dots \dots (18)$$

式(18)を式(7)の左辺に代入し、かつ式(6)の N_A したがって図-2(3)の q_0 を用いると、式(7)から p_1 が次式で表わされる。

$$p_1 = \frac{K_A}{K_A'} \frac{d_0^2}{2bd} (q_m - q_0) = \frac{K_A}{K_A'} \frac{d_0^2}{2bd} q' \dots \dots (19)$$

この p_1 を式(8)及び式(9)に代入すると、未知数 d, d_0 に対して式(20)及び式(21)がえられる。

$$2b\mu' Cw'd_0^2 + \frac{cK_A}{bK_A'} q' dd_0 - \alpha_0 (W + w_2 a_2 h + w_1 a_1 d) \left(b\mu' Cw' + \frac{2}{3} \frac{cK_A}{bK_A'} q' \right) d^2 = 0 \dots \dots (20)$$

$$2b\mu' Cw'd_0 + \frac{cK_A}{bK_A'} q' d^2 d_0 - \frac{3}{2} \alpha_0 \left(Wh - \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 - \frac{1}{2} w_1 a_1 d^2 \right) - \frac{3}{2} \frac{K_A}{bK_A'} q' \left(\frac{2K_A'}{K_A} I(c) - \frac{cd^2}{2} \right) = 0 \dots \dots (21)$$

式(20) \times 式(21)より、

$$\begin{aligned} \frac{cK_A}{bK_A'} q' dd_0^2 - \left\{ \alpha_0 (W + w_2 a_2 h + w_1 a_1 d) + \left(b\mu' Cw' \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{3} \frac{cK_A}{bK_A'} q' d^2 + \frac{cK_A}{bK_A'} q' d^2 \right\} d_0 - b\mu' Cw'd^2 \\ - \frac{3}{2} \alpha_0 \left(Wh - \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 - \frac{1}{2} w_1 a_1 d^2 \right) \\ - \frac{3}{2b} \left\{ 2I(c) - \frac{cK_A}{2K_A'} d^3 \right\} q' = 0 \dots \dots (22) \end{aligned}$$

式(20),(22)から d_0 を消去すると d に関する根入長決定式をうる。この場合も実用上は3.で述べたと同様に次の式(23)から d を算出する。すなわち式

(20),(22)はいずれも d_0 に関する2次式であるので、

$$\left. \begin{aligned} \text{式(20)}: \alpha_1 d_0^2 + \beta_1(d) d_0 + \gamma_1(d) = 0, \\ \text{式(22)}: \alpha_2(d) d_0^2 + \beta_2(d) d_0 + \gamma_2(d) = 0 \end{aligned} \right\} (23)$$

とかける。 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$ は式(20),(22)の未知数 d_0 に関する各係数である。式(23)の2つの $d-d_0$ 曲線の交点で d, d_0 が求まる。 τ を無視すると式(23)は式(24)となる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 d_0^2 + \beta_1(d) d_0 + \gamma_1'(d) = 0, \\ \alpha_2(d) d_0^2 + \beta_2'(d) d_0 + \gamma_2'(d) = 0 \end{aligned} \right\} (24)$$

$\gamma_1'(d), \gamma_2'(d)$ は式(23)の $\gamma_1(d), \gamma_2(d)$ で $\mu' = 0$ とおいた値である。

式(23)または式(24)から与えられた q_m に対して所要の d 及び d_0 が決定したら、これらを式(19)に代入して p_1 を算出し、この p_1 が、抵抗土圧 p_m を超過していないかどうかを照査する。

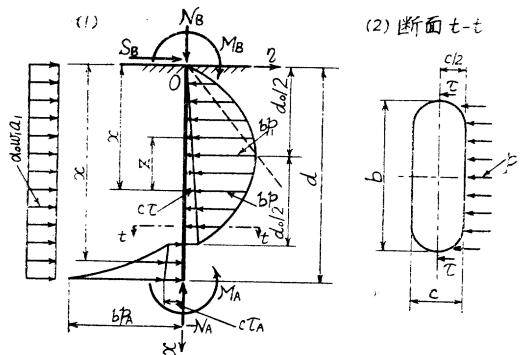
5. 曲げモーメント M およびせん断力 S の計算

3.及び4.で与えられる d のうち大きい方で根入長が決る。次にこうして決定した d を用いて、図-4に示す橋軸に平行方向の荷重状態に対して M 及び S を計算する。ただし図-4は橋軸に直角方向に対する図-3をそのまま橋軸に平行方向にかきなおしたものである。図-4に対する $\Sigma H = 0, \Sigma M = 0$ は式(8), 式(9)で b と c とを入れかえ、かつ $I(c)$ の代りに $I(b)$ とかけばよい。そうすると d は既知であるから、式(8),(9)両式から p_1 はそれぞれ次式となる。

$$p_1 = \frac{\alpha_0 (W + w_2 a_2 h + w_1 a_1 d) + \frac{c}{2} \mu' Cw' (d^2 - 2d_0^2)}{4bd^2 \left(\frac{d_0}{2} - \frac{d}{3} \right)} d_0^2 \dots \dots (25)$$

$$p_1 = - \frac{\alpha_0 \left(Wh + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 - \frac{1}{2} w_1 a_1 d^2 \right)}{4d \left\{ bd^2 \left(\frac{d_0}{3} - \frac{d}{4} \right) \right\}} \times$$

図-4 M, S の計算 (橋軸平行方向)



$$\times \frac{c}{3} \mu' C w' (2 d_0^3 - d^3) - \frac{K_A'}{K_A} I(b) \} d_0^3 \dots \dots \dots (26)$$

ただし τ は 図-4 (2) に示すとおり p と同一側の $c/2$ のみに作用するものと仮定した。式 (25), (26) 両式を等置するか、または両式の与える p_1-d_0 曲線の支点から未知数 p_1 と d_0 とを求める。この p_1, d_0 を用いると、 M 及び S は 図-4 (1) から容易に次式で算出される。

1) $0 < x < d_0$:

$$\begin{aligned} M_x &= M_B + S_B x + \frac{1}{2} \alpha_0 w_1 a_1 x^2 \\ &\quad - \frac{1}{6} c \mu' C w' x^3 - \frac{4 b p_1}{d_0^2} \left(\frac{\alpha_0}{6} x^3 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{12} x^4 \right), \\ S_x &= S_B + \alpha_0 w_1 a_1 x - \frac{1}{2} c \mu' C w' x^2 \\ &\quad - \frac{4 b p_1}{d_0^2} \left(\frac{d_0}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right), \end{aligned} \quad (27)$$

ここに

$$\begin{aligned} M_B &= \alpha_0 \left(W h + \frac{1}{2} w_2 a_2 h^2 \right), \\ S_B &= \alpha_0 (W + w_2 a_2 h) \end{aligned}$$

2) $d_0 < x < d$:

$$\begin{aligned} M_x &= M_B + S_B x + \frac{1}{2} \alpha_0 w_1 a_1 x^2 \\ &\quad + \frac{1}{6} c \mu' C w' (4 d_0^3 - 6 d_0^2 x + x^3) \\ &\quad - \frac{4 b p_1}{d_0^2} \left(\frac{d_0}{6} x^3 - \frac{1}{12} x^4 \right), \\ S_x &= S_B + \alpha_0 w_1 a_1 x + \frac{1}{2} c \mu' C w' (x^2 \\ &\quad - 2 d_0^2) - \frac{4 b p_1}{d_0^2} \left(\frac{d_0}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right) \end{aligned} \quad (28)$$

最大値 M_m, S_m の計算は物部式の場合と同様である。

次に $\tau=0$ のときは式 (25), (26) で $\mu'=0$ において p_1, d_0 を求め、これらを式 (27), (28) に代入すればよいが、この場合は式 (27) と式 (28) とが一致するので、

$$\tau=0: M_x, S_x = \{ \text{式 (25)~(28) で } \mu'=0 \} \dots (29)$$

さらに $\tau=0$ かつ $q=0$ の場合は $\mu'=0, K_A'=0$ において式 (30) をうるが、これはいうまでもなく物部式となる。

$$\begin{aligned} \tau=0, q=0: M_x, S_x &= \{ \text{式 (25)~(28) で} \\ &\quad \mu'=0, K_A'=0 \} \dots \dots \dots (30) \end{aligned}$$

6. 数値計算適用例

本文の理論式から定性的な数値計算を行うことはかなりの労力を要するので、ここでは便宜上昭和 29 年新設された旭橋橋脚⁹⁾を例にとる。同橋脚の基礎には 28 m という比較的長大な潜函が建設されたが、本文の計算式を適用することによつて、この根入長を若干短縮しようとしたのが主目的である。

(1) 計算資料 ポーリングの地質図、他の橋脚井筒の設計実例、その他を参照して次の諸値を決めた。

- a) 橋脚潜函 (図-5 (3)) : $w_1 a_1, w_2 a_2 = 2.4 \times 31.41, 2.4 \times 36.53 \text{ t/m}$, $b, c, h = 18.30, 5.60, 6.35 \text{ m}$, $I(b), I(c) = 234.14, 2369.05 \text{ m}^4$, b) 地盤 : $w, w' = 1.6, 1.0 \text{ t/m}^3$, 内部摩擦角 25° . $\therefore C, E = 0.36, 2.12$ (Coulomb), $\mu = \mu' = 0.3, K_A'/K_A = 1.0, q_m = 30 \text{ t/m}^2$, c) 外力 : $\alpha_0 = 0.2, W = 1360 \text{ t}$

(2) 根入長 d の決定 潜函基礎も計算上は井筒と同一であるから、本文の各計算式を用いて d を算出した結果は一括して表-1 に示した。すなわちまず同表の No. 1 では 22.0 m、ついで No. 2 で 8.0 m をえたがこの $d=8.0 \text{ m}$ を式 (7) に代入したところ、 $q_1 > q_m = 30 \text{ t/m}^2$ となつたので $d > 8.0 \text{ m}$ でなければならぬ。ところで $\tau=0$ の場合 $q_m = 30 \text{ t/m}^2$ となる d は No. 3, 4 より 29.3 m または 16.1 m で、これに対しては式 (19) から $p_1 < p_m$ となつた。次に $q_1 = q_m$ を考慮すると No. 5, 6 から 11.1 m または 15.3 m で、この場合も式 (19) から $p_1 < p_m$ をえた。これらから No. 3~6 に対する p_m からの決定値 d はそれぞれ同表に示した q_m からの決定値 d より小となる

表-1 潜函の所要根入長 d の計算値 (旭橋潜函)

No	橋軸対 す方向	q_m (t/m^2)	μ'	d (m)	d の決定 理由	式番号 及び備考
1	直角	0	0	22.0	P_m	式(16):物部式
2	直角 ($q_1 > 30$)	0	0	8.0	P_m	式(15):沈下等式
3	直角	30	0	29.3	q_m	式(24):同じ等式
4	平行	30	0	16.1	q_m	式(24):同じ等式
5	直角	30	0.3	11.1	q_m	式(23):着等式
6	平行	30	0.3	15.3	q_m	式(23):着等式

注:式(24)・式(23)は式(24)・式(23)は橋軸平行方向にのみ適用式: $\tau=0$

る。したがつて d に関しては表-1 の各場合で所要の計算が全部できたわけである。さて表-1 で最も合理的であるのは当然 No. 5, 6 であるが、図-7 に示した土圧の集中、洗掘に対する安定、長期にわたる沈下、傾斜の防止等を考慮して、所要根入長を $d=20.0 \text{ m}$ と決定する。

(3) M 及び S の計算 (2) で決定した $d=20.0 \text{ m}$ を用いて、式 (27)~(30) から M 及び S を計算した結果は 図-5 (1) 及び (2) に示す。同図から橋軸に平行方向の M, S に関するかぎり q_1, τ の影響は

図-5 M, S の計算結果と橋脚潜函の寸法

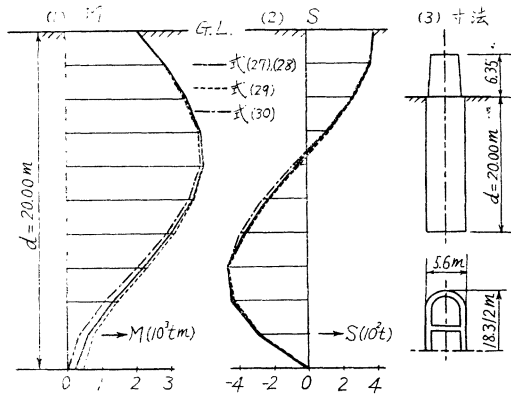
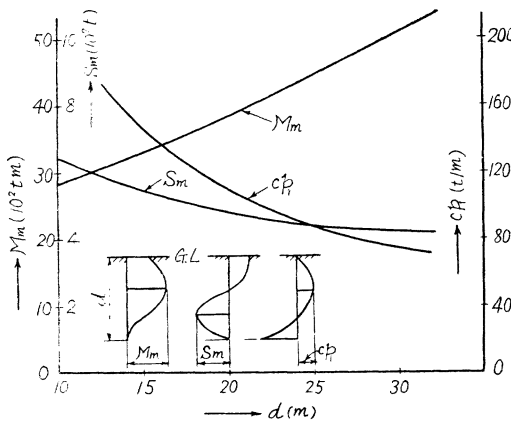


図-6 M_m, S_m および cp_1 と d との関係 (旭橋潜函：物部式)



小さく、その最大値 M_m, S_m も物部式と大差ない。そこで M_m, S_m 及び p_1 と d との関係をみるため、近似的に物部式で d のみを変化させてこれに対する M_m, S_m, p_1 を図示したのが 図-6 である。

7. 考 察

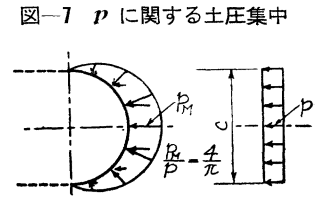
(1) 数値計算結果 計算資料、特に p_m, q_m の値が問題であるが、本文の結果からは次のことがいえる。1) α を 図-2 (2) の点線分布とし、かつ 6. (1) で $K_A/K_A > 1, q_m > 30 \text{ t/m}^2$ とすると、 α 及び q の影響は一層強まり d が表-1 よりさらに小となる。2) 表-1 で No. 1 より No. 3 の方が d が大きいことから、物部式が q を考慮した式より必ず安全側であるとはかぎらない。3) 表-1 の No. 2, 3 に示した池原・横山式による d は 8.0 m と 29.3 m で両者の間に非常に大きな差があるので、この式のみを用いることは d の決定に際して困惑がないとはかぎらない。4) 上記から q と α を考慮した No. 5 と 6 とが望ましいが、No. 3 と No. 5 及び No. 4 と No. 5 とを比較

すると当然のことながら、 α の影響は直角方向で大きく平行方向で小さいことがわかる。5) M と S の計算は 図-4 (2) のように断面二次モーメント I の小さい橋軸方向を対象とするので、図-5 のとおり M, S に及ぼす q, α の影響はかなり小さい。6) 図-6 で d を小とすると S_m, p_1 は大きくなるが M_m と静土圧 p_0 とが小さくなることから、支持力さええられれば根入長を短縮しても断面は必ずしも大としなければならないとはかぎらない。

(2) 仮定に対する検討 1. 緒言の終りにかいた

1), 2), 4) の仮定は本文の性質上一応肯定されると思うがなお次の各事項を検討しなければならない。1) 静土圧 p_0 。従つて α は 図-2 (2) の点線のように考えるべきで、その分布形状さえ決めばこれを本文の理論式のうちに取り入れることは一般には可能である。2) 本文ではすべて構造力学的に取扱つたので、実状

よりは 図-2 (3) の q_1 が若干過大、図-2 (4) 及び 図-4 (2) の p に対する p_1 が若干過小となつている。3) 上記2) の p に関してはたと



えば 図-7 に示したピンまたはリベットの計算¹⁾で用いられている $p_M/p = 4/\pi = 1.27$ が参考となる。4) 図-2 でその側面に沿う上下方向、底面に沿う水平方向の摩擦抵抗も d の短縮に対していくぶん寄与するものと思われる。

(3) 本文の適用と結言 本文は結局物部式に q を

考慮した池原・横山式にさらに α を追加したもので、屋上さらに屋を重ねた観なきにしも非ずであるが、道路橋井筒に対する実施設計にはぜひとも採用されるべき計算式であるとする。その適用に当つては計算例からわかるように橋軸直角方向は q, α を考慮した式 (23)、橋軸平行方向は q のみを考慮した式 (24) から d を決定し、この決定した d を用いて物部式から M, S を計算すればよい。なお本文に関しては次の補遺を付言しておきたいと思う。1) 旭橋の潜函長は 28 m で施工されたので、本文の計算値 表-1 No. 3 の 15.3 m に若干の余裕をもたせた 20 m が採用されたとすると、潜函基礎のみにおいて 15~20% 程度の材料費とこれに応じた施工費とが節減できることになる。2) しかし根入長の決定には地質調査、土質試験の結果が重視されねばならないことはいうまでもない。3) p に対する安全率は簡単に 図-7 の $p_M/p = 4/\pi = 1.27$ をとるのも一つの目安となる。4) 本文の理論式にもとづく一般的な計算図表の作成と模型

による p, q, τ と d の関係の実験, 中埋砂の適正な取扱い, 合理的な震度 α_0 の決定等は引続いて研究したいと思つている。

終りに臨み終始御指導頂いた京大教授小林・小西両博士, 旭橋特にその下部構造の資料を頂いた建設省太田川工事事務所長吉川吉三氏, 計算に御協力を頂いた元学生井上六郎氏(現国鉄教習所)の各位に深謝する次第である。

参考文献その他

- 1) 後藤: 橋脚井筒の耐震計算法に関する二, 三の考察, 土木学会第 11 回年次講演会(昭.30.5.29)において本文の六要を講演。
- 2) 後藤: 土木学会誌 38-4, 昭.28-4, 同 39-7, 昭.29-7.
- 3) 酒井信男: 橋脚用特殊型井筒基礎工の水平力に

対する安定について, 土木学会誌 25-6, 昭.14-6.

- 4) 池原武一郎・横山 章: 水平力をうけた井筒の安定計算について, 土木学会誌 38-12, 昭.28-12.
- 5) 物部長徳: 土木耐震学, p.181, LL, 7-10
- 6) 上掲 2) 土木学会誌 39-7, pp. 13-14
- 7) p_A 及び p_A と p_i との関係は上掲 5), p.180, 式 (100) で与えられている。
- 8) 太田川河口近く広島市内に新設されている 3 スパンのローゼ桁鋼道路橋で, その下部構造には潜函基礎が採用された。
- 9) たとえばリベットの式は小西・横尾・成岡: 構造力学 I, p.125, ピンの式は土木工学実用便覧(コロナ社), 成瀬: 橋梁, p.479 にでている。
(昭.30.5.20)

鋼構造物の減衰性と桁橋の強制振動性状について¹⁾

正員 工学博士 小 西 一 郎*
准員 山 田 善 一**

ON THE STRUCTURAL DAMPING AND ITS APPLICATIONS TO FORCED VIBRATION CHARACTERISTICS IN BEAM BRIDGE

(JSCE Feb. 1956)

Dr. Eng. Ichirō Konishi, C.E. Member, Yoshikazu Yamada, C.E. Assoc. Member

Synopsis In this paper, the authors calculated numerically the forced vibrational amplitude of the beam bridge, such as simple beam, continuous and Gerber beam, with new conception for damping force. The vibration problems of steel structures are often analyzed by the assumption that the damping force is proportional to velocity. But the results obtained by the above method have many contradictions to the experimental results. In the steel structures the authors proposed that the damping forces have no relation to the velocity of vibration and found that the results by this assumption give a good explanation to the experimental results of actual bridge test.

要 旨 構造物, とくに鋼構造物においては, 通常表われる振動現象の範囲では, その減衰特性が振動速度にはほとんど無関係な減衰力が働らくものと考えられている。従つて従来から用いられてきた桁の振動の方程式は正確なものではない。本論文では, 速度に無関係な減衰力についてのべ, とくにこれを単純バリ, 連続バリ, ゲルバーバリに適用して, これらの強制振動性状について考察を行い, 実験の結果と非常によく一致することを示した。なお従来用いられている振動方程式はどのような問題にかぎつて使用できるかを示した。

1. 概 説

橋梁の動力学的性状に関して, 多くの研究がなされているが, その材料, 構造様式, 架設状況などがきわめて多角的であるために, その完全な解明はほとんど困難である。さらに橋桁に作用する外力の複雑性を, この問題をさらに難解なものとしている。しかし一般に桁の振動の問題として取扱えば, ある程度の結果はうる事ができる。この場合における減衰力は, 従来種々の仮定のもとに簡単に取扱われているが, 実際とはかなり異なつた状態を対象としている場合が多いようである。たとえば, 従来桁の減衰力の仮定として, Inglis の仮定が多く用いられてきた。この仮定は桁の 1 次振動のみを対象にするかぎり, 結果的には大した誤りを生じない。従つて単純バリのように 2 次振動

* 京都大学教授, 工学部土木工学教室兼工学研究所

** 京都大学講師, 工学部土木工学教室